Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado em Ensino de Matemática
Seleção – 2019
Etapa 2

Questão 1. (1,5 ponto) Considere uma parábola no $\mathbb{R}^2$ representada pela equação cartesiana $y = a\,x^2 + b\,x + c$, em que a, b e c são constantes reais, com $a \neq 0$.

(a) Mostre que essa parábola pode ser expressa na forma $y = a\,(x - x_0)^2 + y_0$.
(b) Suponha $a > 0$. Use a expressão do item anterior para mostrar que os valores das ordenadas dos pontos pertencentes à parábola assumem um valor mínimo absoluto em $x = x_0$.

Questão 2. (1,5 ponto) O Teorema do Valor Intermediário afirma que:

Se uma função $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f assume todos os valores reais entre $f(a)$ e $f(b)$.

(a) Mostre, com um contra-exemplo, que a afirmativa não vale se a função não for contínua.
(b) Mostre, com um contra-exemplo, que a afirmativa não vale se o domínio de f não for um intervalo.
(c) Aplique o Teorema do Valor Intermediário para mostrar que todo número real positivo α tem raiz quadrada.

Questão 3. (2,0 pontos) Uma professora de matemática propôs aos aprendizes em uma turma de ensino médio de uma escola pública o seguinte problema de contagem:

Em uma festa há 13 mulheres e 13 homens. Para uma dança entre pares de pessoas, quantos casais diferentes podem ser formados?

Em seguida, a professora pediu aos aprendizes que apresentem à turma pelo menos duas soluções diferentes para o problema. Dois aprendizes, Flávio e Tainá, se ofereceram para ir ao quadro e propuseram as seguintes resoluções:

Flávio:
Cada um dos 13 homens pode dançar com cada uma das 13 mulheres. Então, cada homem pode fazer parte de 13 casais diferentes. Como há 13 homens, o total de casais diferentes possíveis é de $13 \times 13 = 169$.

Tainá:
Há 26 pessoas na festa. Cada uma delas pode dançar com cada uma das outras 25. Para determinar o total de casais possíveis, devemos multiplicar 26 por 25 e depois dividir por 2, para descartar os casais repetidos. Então, o total de casais diferentes possíveis é de $\dfrac{26 \times 25}{2} = 325$.

Responda às pergunta a seguir como se você estivesse no lugar da professora da turma.

(a) Como você avaliaria as soluções propostas por Flávio e por Tainá?
(b) Como você conduziria a discussão sobre essas soluções coletivamente com a turma?
(c) Discuta a importância dessa discussão em sala de aula para a educação de aprendizes, estabelecendo uma interlocução com a frase de Paulo Freire: "Não existe educação neutra. Toda neutralidade afirmada é uma opção escondida."

Questão 4. (2,0 pontos) Considere dois dos significados para a operação de divisão destacados por Ripoll, Rangel, e Giraldo (2015, vol. 1, p. 108):

- *repartição*: são dados uma *quantidade total* (dividendo) e um *número de partes* (divisor), e se determina uma *quantidade parcial* (quociente), que é uma grandeza de mesma espécie da quantidade total.
- *medida*: são dados uma *quantidade total* (dividendo) e uma *quantidade parcial* (divisor), que são grandezas de mesma espécie, e se determina um *número de partes* (quociente).

(a) Dê exemplos de dois problemas matemáticos, correspondentes a cada um desses significados, que sejam adequados ao primeiro segmento do ensino fundamental.

(b) Discuta como esses significados podem ser usados para elaborar uma abordagem para introduzir a divisão entre frações, que não se reduza à apresentação direta de fórmulas, e que seja concebida de forma que os aprendizes construam sentido para a operação.

Questão 5. (1,5 pontos) Coutinho (2011) discorre sobre resolução de problemas por meio de esquemas como "uma forma alternativa de acesso aos textos de problemas de matemática por alunos surdos, bem como a organização lógica do seu pensamento" (p. 1).

(a) A partir da leitura do texto, identifique as principais contribuições do uso de esquemas na resolução de problemas por surdos e discuta por que a interpretação de enunciados de problemas matemáticos costuma ser problemática para esse grupo.

(b) Fundamentando-se em Fernandes e Healy (2009), destaque as principais dificuldades no processo de elaboração/adaptação de avaliações para deficientes visuais e proponha possíveis soluções.

Questão 6. (1,5 pontos) Quais são as principais diferenças entre a matemática grega e as práticas matemáticas da Mesopotâmia e do Egito antigo? Sustente sua argumentação com exemplos de textos analisados no livro *História da Matemática: Uma Visão Crítica, Desfazendo Mitos e Lendas* (Roque, 2012).