Examen de langue française: début de l'article de Rudolf Bkouche: ≪de l'enseignement de la géométrie≫

Introduction

Toute science a deux objectifs, celui de la construction de l'intelligibilité du monde et celui de la résolution des problèmes. Loin de s'opposer, ces deux objectifs sont complémentaires, c'est pour résoudre les problèmes que l'on rencontre que l'on est conduit à construire l'intelligibilité du monde, et c'est la construction de cette intelligibilité qui permet en retour de résoudre ces problèmes[1].

Cette complémentarité doit apparaître dans l'enseignement d'une science et négliger l'un de ces objectifs revient à mutiler cet enseignement. Si la construction de l'intelligibilité se traduit pas l'élaboration d'un discours cohérent, la réduction de l'enseignement au seul discours de la science conduit à ce que nous avons appelé l'illusion langagière dont l'un des exemples emlématiques reste celui de la réforme dite des mathématiques modernes, mais la réduction de l'enseignement à la seule résolution des problèmes conduit au développement d'un activisme pédagogique qui réduit l'enseignement à un ensemble d'activités disparates comme l'a montré la contre-réforme qui a succédé à la réforme des mathématiques modernes et qui reste présente comme le montrent les programmes actuels[2]. Au volontarisme de la réforme des années soixante-dix s'appuyant sur la notion de structure, on a opposé des activités à tout va, cet activisme pédagogique étant renforcé par un usage irraisonné de l'informatique, celle-ci se réduisant à un simple gadget. Cet activisme pédagogique s'est développé au détriment de toute structuration du savoir, occultant ainsi le caractère hypothético-déductif des mathématiques et s'appuyant sur une interprétation quelque peu simpliste de ce que l'on peut appeler le caractère expérimental des mathématiques[3].

La géométrie élémentaire est née de deux grandes problématiques, d'une part la problématique de l'égalité, d'autre part la problématique de la forme. Ces problématiques fondatrices ont été oubliées avec la réforme des mathématiques modernes. Si l'oubli de ces problématiques avait une certaine cohérence lors de la réforme dans la mesure où celle-ci mettait en avant l'aspect structural des mathématiques[4], la contre-réforme, au nom d'une modernité mal comprise, n'a pas osé revenir à ces problématiques, se réfugiant dans l'étude de quelques situations dites concrètes, lesquelles, selon la vulgate constructiviste, devraient permettre aux élèves de reconstruire le savoir géométrique. Comme nous l'avons déjà dit, la fascination devant l'informatique ne pouvait que renforcer cette tendance.

---

[1]Nous n'aborderons pas la question de savoir si le monde est intelligible ou non. La question est moins celle du monde que celle du rapport de l'homme au monde; autant dire que l'intelligibilité du monde est essentiellement une affaire humaine, la possibilité de résoudre des problèmes en s'appuyant sur des constructions théoriques pouvant être considérée comme un critère de validité de ces constructions.

[2]Rudolf Bkouche, "L'enseignement scientifique entre l'illusion langagière et l'activisme pédagogique".

[3]Rudolf Bkouche, "Du caractère expérimental des mathématiques (à propos des laboratoires de mathématiques)".

[4]Nous avons dit ailleurs en quoi cette volonté de cohérence mettant en avant une progression purement logique au détriment de toute progression pédagogique constituait une erreur. Cf. Rudolf Bkouche, "La place de la géométrie dans l'enseignement des mathématiques en France, de la réforme de 1902 à la réforme des mathématiques modernes".

C'est pourquoi nous proposons de revenir à ces deux problématiques mises en place dans les Eléments d'Euclide en y ajoutant les trois principes mis en avant lors de la réforme de 1902, savoir, la fusion consistant à ne plus séparer géométrie plane et géométrie dans l'espace, l'introduction explicite du mouvement et le caractère expérimental de la géométrie[5].

Mais à côté de cet aspect de la géométrie élémentaire qui la relie aux sciences physiques, il faut ajouter le rôle que joue la géométrie comme clé d'entrée dans la science contemporaine via ce que l'on peut appeler la géométrisation, celle-ci apparaissant à la fois comme un langage universel[6] et comme un développement de métaphores conduisant à ce que Jean Dieudonné a appelé des transferts d'intuition[7].

Critique des programmes actuels

Nous nous contenterons de donner deux exemples de cette inconsistance des programmes, le premier relevant d'un excès d'exigence sous prétexte de modernité, l'autre au contraire conduisant l'enseignement de la géométrie à la limite du faux. Mais qu'importe le faux si les élèves ne s'en aperçoivent pas!!!

Après la réforme des mathématiques modernes que l'on peut considérer comme une caricature de Hilbert, la contre-réforme peut se définir, en ce qui concerne la géométrie, comme une caricature du Programme d'Erlangen de Felix Klein. On sait[8], depuis le Programme d'Erlangen, que la géométrie est l'étude de l'action d'un groupe de transformations opérant sur un ensemble et des propriétés invariantes par cette action. Il fallait donc construire l'enseignement de la géométrie autour de la notion de transformation, donc trouver des transformations convenables pour élaborer un programme d'enseignement, de là vient la progression inventée pas les programmes Chevènement de 1986: symétrie axiale en sixième, symétrie centrale en cinquième, ensuite les translations et les rotations[9]. Cette progression présente deux inconvénients, d'abord les transformations ainsi définies ne transforment pas les objets sur lesquels elles opèrent[10], ensuite elles sont, en ce qui concerne les translations et les rotations, le résultat d'un mouvement, ce qui exige de distinguer mouvement et transformation, distinction qui ne va pas de soi et que l'on ne saurait exiger d'un élève de collège. Ainsi, au nom de la modernité et du concret réunis, on introduit une notion difficile, et ce, pour éviter les classiques cas d'égalité des triangles renvoyés dans les poubelles de l'histoire de la géométrie. Il est vrai que les cas d'égalité, sous le nom de cas d'isométrie, ont été réintroduits en seconde, c'est-à-dire bien tard, alors qu'une progression cohérente eût été de parler de cas d'égalité des triangles au collège et d'aborder la question des relations entre mouvement et transformations au lycée devant des élèves qui ont acquis une première pratique géométrique.

Il faut signaler ici une incongruité des programmes, l'usage de l'expression "figures isométriques" plutôt que de parler de "figures égales", ce que l'on peut considérer comme un résidu de la réforme des mathématiques modernes[11]. Nous reviendrons plus loin sur cette incongruité. Le second exemple qui constitue une lacune dans l'enseignement vient de l'absence de l'énoncé du postulat des parallèles. Comment, dans ces conditions, peut-on démontrer que la somme des angles d'un triangle vaut deux droits, comment peut-on démontrer les propriétés des angles inscrits et comment peut-on démontrer que les deux définitions du parallélogramme:

1. un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles
2. un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu.

sont équivalentes?

---

[5] ibid.

[6] Nicolas Bourbaki, Histoire des Mathématiques, p. 174.

[7] Jean Dieudonné, The universal domination of geometry.

[8] Cette expression devenue classique renvoie à la question: qui est "on"?

[9] Les derniers programmes ont supprimé translations et rotations, mais n'ont pas pour autant résolu la question.

[10] Dire que la longueur est un invariant est une tautologie et n'apprend rien.

[11] Dans le cadre de la théorie des ensembles, deux objets sont égaux s'ils sont identiques.

C'est encore le postulat des parallèles qui permet de montrer la propriété suivante (composition des parallélogrammes): "Si ABCD est un parallélogramme et si CDEF est un parallélogramme, alors ABFE est un parallélogramme", propriété qui est à la base de la notion de translation et du calcul vectoriel.

On sait aussi que c'est le postulat des parallèles qui permet de montrer le théorème de la droite des milieux et par conséquent le théorème de Thalès, tout au moins pour les rapports rationnels. En l'absence d'une théorie des nombres réels, on peut admettre, au collège et au lycée, que le théorème de Thalès, démontré pour les rapports rationnels, est encore vrai pour les rapports irrationnels, mais ce qui importe, dans l'enseignement de la géométrie élémentaire, c'est le lien avec le postulat des parallèles. Il faudrait, pour être complet, parler de la similitude, du calcul des aires et de la géométrie analytique. Passer sous silence le postulat des parallèles revient ainsi à fausser l'enseignement de la géométrie élémentaire.

Questão 1. Como se define a ≪construction de l'intelligibilité≫ segundo o autor.

Questão 2. Quais foram, segundo o autor, as consequências da reforma da matemática moderna e, as consequências da "contre-réforme"?

Questão 3. Por quê a "contre-reforme", no que diz respeito ao ensino da geometria, é "une caricature du Programme d'Erlangen de Felix Klein".

Questão 4. Como se traduz a ausência do quinto postulado de Euclides nos desdobramentos das noções ensinadas?

Questão 5. Faça uma tradução do seguinte trecho:

> Nous avons rappelé dans l'introduction comment la contre-réforme qui a suivi la réforme des mathématiques modernes a, au nom d'un prétendu retour au concret, conduit à vider l'enseignement scientifique de tout caractère théorique. Le refus de tout caractère théorique a contribué non seulement à occulter le caractère hypothético-déductif de la géométrie mais à réduire ce que l'on peut appeler le caractère expérimental de la géométrie à quelques manipulations dont on espérait qu'elles amèneraient les élèves à redécouvrir la géométrie conformément au slogan devenu classique ≪on observe, on conjecture, on démontre≫. Cela a conduit à la fois à un appauvrissement de l'enseignement et à des exigences inutiles.