Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado em Ensino de Matemática
Seleção 2016 – Etapa 2

Questão 1. Sejam $y \in \mathbb{R}$ e $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ uma sequência de números reais convergente a $x \in \mathbb{R}$.

(a) Construa um argumento para mostrar que se $y < x$ então existe $N \in \mathbb{N}$ tal que $y < x_n$ $\forall\, n \geqslant N$.

(b) Construa um argumento para mostrar que se $y \leqslant x_n$ $\forall\, n \in \mathbb{N}$, então $y \leqslant x$.

(c) É verdade que, se $y < x_n$ $\forall\, n \in \mathbb{N}$, então $y < x$?

Questão 2. Considere $f : \mathbb{R}^\star \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + \dfrac{2}{x}$. Observe que $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-x^2) = \lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x^2) = 0$, de forma que a curva $y = f(x)$ tende a se aproximar da parábola $y = x^2$ quando $x \to \pm\infty$. Levando estes dados em consideração, faça um esboço cuidadoso do gráfico de f.

Questão 3. Use propriedades da integral e calcule, sem contas extensas, a integral abaixo. Justifique seu procedimento.

$$\int_{-5}^{5} \left(x^2 - x^{10}\operatorname{sen} x + x^5\sqrt{1+x^4}\right)\, dx$$

Questão 4. Seja $P = (x_0, y_0)$ um ponto na circunferência de centro em $(0,0)$ e raio $r > 0$. Prove, de dois modos diferentes, que uma equação da reta tangente à circunferência por P é dada por $x_0\, x + y_0\, y = r^2$.

Questão 5. Em que o livro *La Géométrie* (A Geometria) de Descartes transformou a visão da matemática no século XVII?

Questão 6. O trecho a seguir é um recorte do artigo:

Fiorentini, D. & Oliveira, A.T. O lugar das matemáticas na licenciatura em matemática: que matemáticas e que práticas formativas? *Bolema*, v. 27, n. 47, p. 917-938, 2013.

Nele, uma experiência em uma sala de aula de sétimo ano é relatada e analisada. Da análise desenvolvida pelos autores, escreva o que você entendeu sobre a proposição da experiência em sala de aula e os objetivos concretizados na sua realização, explicitando o contexto de aula em que esta ocorre e colocando em destaque a participação do professor.

> Para perceber e compreender essa matemática enquanto saber de relação ou situada nos processos interativos de aprendizagem, os futuros professores poderiam, ainda na licenciatura, aprender a partir da análise de práticas de sala de aula ou práticas narradas por professores. Para exemplificar essa possibilidade, trazemos, aqui, a análise de um episódio de sala de aula narrado por Fernandes (2006), que surgiu em um contexto de aula *exploratório-investigativa*, na qual foram desenvolvidas atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno, e que permite múltiplas possibilidades de tratamento e significação. A atividade consistia na exploração da sequência fractal do *triângulo de Sierspinski* e da qual resultou o seguinte diálogo em uma classe do 7o ano (FERNANDES, 2006, p. 218)[1]:

[1] O professor solicitava na parte escrita da tarefa entregue aos alunos: (1) construam o próximo triângulo da sequência; (2) observem e descrevam o que acontece com a transformação dos triângulos dessa sequência; (3) encontrem a relação entre os triângulos (existentes ou faltantes) e sua posição da sequência; (4) escrevam, com suas palavras, o padrão que descreve a sequência.

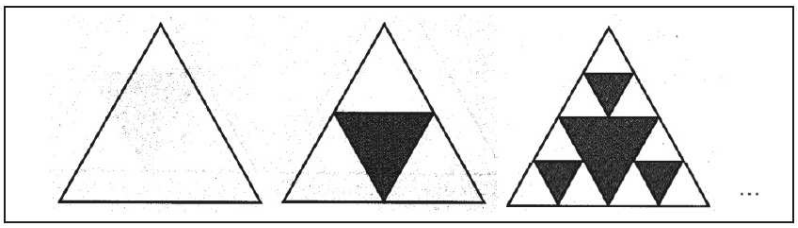

Figura 1 - A sequência fractal do triângulo de Sierspinski Fonte: Fernandes (2006)

Lia: Professor, esse triângulo acaba?

Léo: Não acaba!

Prof: Lia, por que acaba? Me explica?

Lia: Acaba porque vai chegar a uma hora em que eu não consigo desenhar mais o triângulo menor?!

Léo: Mas eu posso ampliar, colocar uma lente de aumento...

Lia: Não dá, vai ficar todo furadinho!!!

Léo: Dá porque eu posso fazer no computador. Dá porque se eu fizer um triângulo bem "porcaria" eu consigo fazer mais três porcariazinhas e tirar uma porcariazinha!!

Lia: Não dá! Professor, fala pra ele que não dá!

Léo: Fala para ela que dá! Que nunca acaba!

Prof: (Dirigindo-se para toda a classe) O que vocês acham, acaba ou não acaba o triângulo?

Ao analisar esse episódio - tendo por base Potari e Jaworski (2002) -, Fiorentini (2012) destacou o papel mediador do professor. A *sensibilidade* do professor para com os alunos é evidenciada ao perceber e valorizar os sentidos que os alunos atribuíam à situação matemática, pois o professor não esperava que os alunos fossem explorar noções relativas a infinitésimos ou limite da sequência. A sensibilidade do professor, entretanto, resulta também de seu conhecimento de Geometria, que foi desenvolvido na licenciatura sob uma perspectiva investigativa e mediada pela escrita reflexiva, conforme pesquisa de Freitas (2006). Além disso, sua sensibilidade e seu saber didático-pedagógico também manifestam-se na forma como elaborou a tarefa ou situação-problema. A abertura da segunda questão evidencia uma concepção de problema não rotineiro e não fechado. Isso o predispôs a estar atento ao imprevisível, ao não esperado. O modo como administrou a aprendizagem tem a ver com uma postura problematizadora e exploratório-investigativa que começou a construir nos anos finais da licenciatura, quando realizou, em seu estágio na prática escolar, um projeto investigativo sobre investigações matemáticas, envolvendo ensino- aprendizagem de álgebra (FERNANDES; FIORENTINI; CRISTOVÃO, 2006), tendo contado com a interlocução do Grupo de Sábado e da tríade colaborativa formada pelo formador da universidade (Fiorentini), pela supervisora da escola (Cristovão) e pelo próprio estagiário (Fernandes).

Veja que a negociação de significados entre Lia e Léo, poderia, simplesmente, ser afunilada pelo professor, dizendo que Léo estava certo e Lia estava errada e, assim, interromperia o processo de negociação de significados. Ou poderia dizer que aquilo não era pertinente à atividade ou, ainda, que isso seria tratado mais tarde quando ingressassem no Ensino Médio ou no Ensino Superior. O professor, ao contrário, procurou tirar proveito da situação. Isto é, ao perceber a riqueza pedagógica do episódio em relação ao *desafio matemático* proposto, administrou a aprendizagem emergente, de modo que toda a classe pudesse participar dessa experiência educativa (FIORENTINI, 2012)