Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado em Ensino de Matemática
Seleção 2013 – Etapa 2

Questão 1. Verifique se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas, sendo r, s e t três retas distintas duas a duas e α e β dois planos distintos no $\mathbb{R}^3$. Justifique suas respostas, apenas para as afirmações falsas.

(a) Se r e s não se interceptam, então r e s são paralelas.
(b) Se r corta s e r não corta t, então s corta t.
(c) Se r é paralela a α e r é paralela a β, então α e β são paralelos.

Questão 2. O teorema do Valor Intermediário nos permite afirmar que: *Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua e se $f(a) \neq f(b)$, então para todo número $k \in \mathbb{R}$ entre $f(a)$ e $f(b)$ existirá um número $c \in \mathbb{R}$ entre a e b tal que $f(c) = k$.*

Use este teorema para justificar o procedimento descrito a seguir para resolver a desigualdade $\dfrac{(x-3)}{(x-1)\,(x+2)} > 0\,.$

1. resolver $x - 3 = 0$, $x - 1 = 0$, $x + 2 = 0$;
2. escolher um número em cada um dos intervalos $]-\infty, -2\,[\,,\ ]-2, 1\,[\,,\ ]1, 3\,[\,,\ ]3, +\infty\,[$, por exemplo, -3 em $]-\infty, -2\,[$, 0 em $]-2, 1\,[$, etc.;
3. calcular o valor de $\dfrac{(x-3)}{(x-1)\,(x+2)}$ em cada um destes números;
4. o sinal da expressão em cada um dos intervalos será igual ao sinal do valor da expressão calculada no número selecionado naquele intervalo.

Questão 3. Esboce o gráfico de uma função f que satisfaça às seguintes condições:

(i) $f'(x) = \dfrac{3\,x^2 + 42\,x + 27}{(x^2-9)^2}$, portanto $f'(x) = 0$ se $x = -7 \pm 2\sqrt{10}$, isto é, se $x \cong -0,68$ ou $x \cong -13,32$;
(ii) $f''(x) = \dfrac{-6\,x^3 - 126\,x^2 - 162\,x - 378}{(x^2-9)^2}$, portanto $f''(x) = 0$ se $x = -2\sqrt[3]{20} - 2\sqrt[3]{50}$, isto é, se $x \cong -19,8$;
(iii) $f(-7 - 2\sqrt{10}) \cong -0,78$, $f(-7 + 2\sqrt{10}) \cong -2,89$ e $f(-2\sqrt[3]{20} - 2\sqrt[3]{50}) \cong -2,9$.

Sugestão: Para analisar os sinais de f' e de f'', use um procedimento análogo ao descrito na questão anterior.

Questão 4. Onuchic em texto seu texto "Ensino-Aprendizagem da Matemática através da Resolução de Problemas" comenta que Polya "insistia que se tomasse muito cuidado nos esforços feitos para se ensinar 'como pensar' e que, na resolução de problemas, não se transformasse em ensinar 'o que pensar' ou 'o que fazer'" .

(a) Comente esta advertência tendo mente os três modos de resolver problemas apresentados por Schoreder e Lester: *ensinar sobre resolução de problemas*, *ensinar a resolver problemas* e *ensinar matemática por meio da resolução de problemas*.
(b) Dê um exemplo de sua própria prática docente ou experiência como aluno que ilustre a discussão feita no item anterior.

Questão 5. Explique quais são as duas visões contraditórias sobre a descoberta dos incomensuráveis na Grécia Antiga.