TEXTO I

Randomness Everywhere

C.S. Calude and G.J. Chaitin

In a famous lecture in 1900, David Hilbert listed 23 difficult problems he felt deserved the attention of mathematicians in the coming century. His conviction of the solvability of every mathematical problem was a powerful incentive to future generations: "Wir müssen wissen. Wir werden wissen." (We must know. We will know.) Some of these problems were solved quickly, others might never be completed, but all have influenced mathematics. Later, Hilbert highlighted the need to clarify the methods of mathematical reasoning, using a formal system of explicit assumptions, or axioms. Hilbert's vision was the culmination of 2,000 years of mathematics going back to Euclidean geometry. He stipulated that such a formal axiomatic system should be both 'consistent' (free of contradictions) and 'complete' (in that it represents all the truth). Hilbert also argued that any well-posed mathematical problem should be 'decidable', in the sense that there exists a mechanical procedure, a computer program, for deciding whether something is true or not. Of course, the only problem with this inspiring project is that it turned out to be impossible.

In 1931 Kurt Gödel showed that if you assume a formal axiomatic system containing elementary arithmetic is consistent (which is the minimum requirement – if you can prove false results that is embarrassing), then you can prove that it is incomplete. This was a huge surprise; everyone else thought Hilbert was right. The third condition remained open until Alan Turing demolished Hilbert's dream in 1936. Turing showed that no mechanical procedure, and therefore no formal axiomatic theory, can solve Turing's halting problem, the question of whether a given computer program will eventually halt. Turing's argument was based on computable real numbers. A real number, such as π, is a length measured with arbitrary precision, with an infinite number of digits. And a real number is computable if there is a computer program or algorithm for calculating its digits one by one. There are programs for calculating π, but it is a surprising fact that nearly all real numbers are not computable. Turing showed that if you could find a mechanical procedure to decide if a computer program will ever halt, then you could compute a real number that is not actually computable, which is impossible.

(...) This recent work reinforces the message of algorithmic information theory that randomness is as fundamental and as pervasive in pure mathematics as it is in theoretical physics. (...) Even after Gödel and Turing showed that Hilbert's dream didn't work, in practice most mathematicians carried on as before, in Hilbert's spirit. But now, finally, the computer is changing the way we do things. It is easy to run a mathematical experiment on a computer, but you can't always find a proof to explain the results. So in order to cope, mathematicians are sometimes forced to proceed in a more pragmatic manner, like physicists.

Fonte: Calude, C.S. & Chaitin, G.J. (1999). Randomness Everywhere. *Nature*, n. 400, pp. 319-320.

TEXTO II

The Subject Matter Preparation of Prospective Mathematics Teachers: Challenging the Myths

Deborah Loewenberg Ball

(...) The mathematics knowledge of prospective teachers is the focus of this paper. Despite the fact that subject matter knowledge is logically central to teaching (Buchmann, 1984), it is rarely the object of adequate consideration in preparing or certifying teachers. Three widely held assumptions help to explain this odd state of affairs. First, policymakers and teacher educators seem to assume that topics such as place value and division, fractions and ratio, and measurement and equations are "basic" and commonly understood. Implicitly, the message is: If you can "do" them correctly – if you can get the right answers – then you can teach these topics. This assumption holds that remembering and doing are the critical correlates of mathematical understanding.

The first assumption leads logically to the second. If the content of school mathematics is simple and commonly understood, then prospective teachers do not need to relearn the stuff of the elementary and secondary curriculum. Prospective teachers study little school mathematics content as part of their formal preparation for teaching, a fact that indicates the prevalence of this second assumption. Although many mathematics educators do include mathematical content in their methods classes, they often concentrate on nontraditional content, such as probability or permutations. While they recognize that their students will teach multiplication as well as probability, they choose to emphasize novel content instead of revisiting the old, presumably familiar, content. Whatever the contributions of upper level mathematics study to teachers' disciplinary knowledge, the fact remains that a large part of what they teach is material which they last studied in elementary and secondary school.

The third assumption has to do with the outcomes of upper level mathematics study. Many recent proposals for reforming teacher education and certification (e.g., Carnegie Task Force on Teaching as a Profession, 1986; Holmes Group, 1986) recommend that elementary teachers specialize in an academic discipline. Other current reforms propose to certify college graduates who have completed an academic major but have had no teacher education. Underlying such proposals is the assumption that the study entailed in taking college-level mathematics will equip the prospective teacher with a deep and broad understanding of the subject matter.

This paper challenges these prevalent assumptions about the subject matter preparation of mathematics teachers by examining the knowledge of a sample of prospective elementary and secondary teacher education students. An examination of the mathematical understandings these students brought with them to teacher education raises serious questions about their subject matter preparation for mathematics teaching. The data highlight the need to reexamine common assumptions about what prospective teachers need to know and how they can learn that, assumptions that underlie current teacher education practice as well as, paradoxically, proposals to reform teacher preparation.

Underlying the argument in this paper is an assumption that the goal of mathematics teaching is to develop mathematical understanding. On one hand, this implies that pupils should acquire knowledge of mathematical concepts and procedures, the relationships among them, and why they work. On the other hand, understanding equally implies learning about mathematical ways of knowing as well as about mathematical substance. The two are intertwined: In order for students to develop power and control in mathematics, students must learn to validate their own answers. They must have opportunities to make conjectures, justify their claims, and engage in mathematical argument, all of which both depend upon and can extend pupils' understandings of concepts and procedures (Lampert, 1986, 1988). (...)

Fonte: Ball, D.L. (1988). 'The subject matter preparation of prospective mathematics teachers: Challenging the myths'. Research Reports of the National Center for Research on Teacher Education, Michigan State University. Disponível em: http://ncrtl.msu.edu/research.htm

Responda as questões 1 a 6 a seguir, com base no Texto I.

Vocabulário dado:

- *halt* – parar, interromper
- *random* – aleatório
- *randomness* – aleatoriedade

Questão 1. (valor: 0,5) Com base no primeiro parágrafo, o que se pode afirmar sobre os 23 problemas propostos por Hilbert em 1900?

(a) Eram difíceis e mereceram atenção dos matemáticos dos séculos anteriores.

(b) Todos poderiam ser resolvidos pelas futuras gerações.

(c) Foram um poderoso incentivo para todos os matemáticos das futuras gerações.

(d) Alguns foram resolvidos rapidamente, outros podem nunca ser solucionados, mas todos influenciaram a matemática.

(e) Todos já foram resolvidos, mas somente os que foram completados influenciaram a matemática.

Questão 2. (valor: 0,5) Qual das afirmações abaixo está entre as condições estipuladas por Hilbert sobre um sistema axiomático formal?

(a) Que esta visão culminava 2.000 anos de matemática, desde a geometria euclideana.

(b) Que tal sistema deve ser ao mesmo tempo consistente e completo.

(c) Que um sistema consistente é livre de contradições e um sistema completo representa toda a verdade.

(d) Que qualquer problema matemático é bem-posto.

(e) Que não pode existir um programa de computador para decidir se alguma coisa é verdadeira ou falsa.

Questão 3. (valor: 0,5) O que Kurt Gödel mostrou em 1931?

(a) Que se um sistema axiomático formal contendo a aritmética elementar é consistente, então este é incompleto.

(b) Que se pode assumir que um sistema axiomático formal contém a aritmética elementar e é consistente.

(c) Que a aritmética elementar contém um sistema axiomático formal consistente, mas você pode provar que esta é incompleta.

(d) Que o mínimo requerimento de um sistema axiomático formal contendo a aritmética elementar é ser consistente, o que significa não poder provar resultados falsos.

(e) Que o mínimo requerimento da aritmética elementar é que é embaraçoso provar resultados falsos.

Questão 4. (valor: 0,5) O que Alan Turing mostrou em 1936?

(a) Que a terceira condição de Hilbert continuava aberta.

(b) Que todo programa de computador irá eventualmente se interromper.

(c) Que nenhum processo mecânico pode responder à questão se um dado programa de computador irá eventualmente se interromper.

(d) Que um sistema axiomático formal não pode resolver uma questão que faria programa de computador eventualmente se interromper.

(e) O sonho de Hilbert se tornaria real.

Questão 5. (valor: 0,5) O que é, segundo o texto, um número real computável?

(a) É um número real com infinitos dígitos.

(b) É um programa de computador para calcular π.

(c) É um número real cujo comprimento pode ser medido utilizando o número π.

(d) É um programa de computador para calcular todos os números reais.

(e) É um número real cujos dígitos podem ser calculados um a um por um programa de computador.

Questão 6. (valor: 2,5) Traduza para o português o último parágrafo do texto (o trecho de *This recent work reinforces,* ... até o final do texto).

Responda as questões 7 a 12 a seguir, com base no Texto II.

Vocabulário dado:

- *subject matter* – matéria de estudo, assunto a ser ensinado
- *prospective teacher* – futuro professor, professor em preparação, estudante de curso de formação de professores
- *policymaker* – criador de políticas, indivíduo que formula políticas para uma determinada questão
- *pupil* – estudante, aluno

Questão 7. (valor: 0,5) De acordo com a autora, qual é o foco deste artigo?

(a) O que os matemáticos conhecem de futuros professores.

(b) O conhecimento matemático de futuros professores.

(c) O conhecimento matemático dá perspectiva aos professores.

(d) O fato do conhecimento da matéria ser logicamente central ao ensino.

(e) Em virtude do fato do conhecimento da matéria ser logicamente central ao ensino, este raramente é objeto de adequada consideração na preparação ou certificação de professores.

Questão 8. (valor: 0,5) No primeiro parágrafo, a autora aponta a existência de três suposições que ajudam a explicar a situação da preparação e certificação de professores. Que mensagem implícita está associada com a primeira suposição?

(a) Criadores de políticas educam professores para ensinar tópicos como divisão, frações, medida e equações.

(b) Não é fácil ensinar tópicos como divisão, frações, medida e equações.

(c) Muitos professores desconhecem tópicos como divisão, frações, medida e equações.

(d) Se alguém é capaz de ensinar um tópico, então pode fazê-lo corretamente.

(e) Se alguém é capaz de obter as respostas certas em questões envolvendo um tópico, então é capaz de ensinar este tópico.

Questão 9. (valor: 0,5) Que fato indica a prevalência da segunda suposição?

(a) A segunda suposição é uma conseqüência lógica da primeira.

(b) Como o conteúdo da matemática escolar é simples e comumente entendido, então futuros professores não precisam re-aprender os tópicos dos currículos elementar e secundário.

(c) Futuros professores estudam pouco conteúdo de matemática escolar como parte de sua preparação formal para o ensino.

(d) Muitos educadores matemáticos incluem conteúdos matemáticos em suas aulas.

(e) Muitos educadores matemáticos se concentram em conteúdos não tradicionais, como probabilidades e permutações.

Questão 10. (valor: 0,5) Qual é a terceira suposição apontada pela autora?

(a) Os resultados têm a ver com o estudo de matemática de alto nível.

(b) Muitas propostas de reforma recentes recomendam que professores de ensino elementar se especializem em uma disciplina acadêmica.

(c) Algumas propostas propõem certificar graduados que tenham completado um grau acadêmico, mas que não tenham tido nenhuma educação para o ensino.

(d) O estudo desenvolvido em matemática de nível superior fornecerá aos professores um profundo e amplo conhecimento da matéria a ser ensinada.

(e) Uma equipe de matemática do próprio colégio dará perspectivas aos professores para o entendimento da matéria.

Questão 11. (valor: 0,5) Qual é a suposição apontada no quinto parágrafo como embasamento do argumento neste artigo?

(a) O objetivo do ensino de matemática é desenvolver a compreensão de matemática.

(b) O papel da argumentação é o objetivo da matemática.

(c) Os professores de matemática devem ter como objetivo o desenvolvimento de seu entendimento da disciplina.

(d) Estudantes devem saber mais conceitos que procedimentos matemáticos.

(e) Estudantes devem saber tanto conceitos quanto procedimentos matemáticos.

Questão 12. (valor: 2,5) Traduza para o português o quarto parágrafo do texto (o trecho entre *This paper challenges* . . . e . . . *proposals to reform teacher preparation.*

Gabarito das questões objetivas

1	2	3	4	5	7	8	9	10	11
d	b	a	c	e	b	e	c	d	a