

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO JANEIRO  
PEMAT – IM – UFRJ

**PEDRO GEORGE BATISTA DA COSTA**

O LIVRO ABERTO DE MATEMÁTICA

Uma análise sobre as atividades que contém gráficos estatísticos

Rio de Janeiro  
2022

Pedro George Batista da Costa

O LIVRO ABERTO DE MATEMÁTICA

Uma breve análise sobre as atividades que contém gráficos estatísticos

Dissertação de Mestrado apresentada no Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Luciane de Souza Velasque

Rio de Janeiro  
2022

## CIP - Catalogação na Publicação

G3471 George Batista da Costa, Pedro  
O LIVRO ABERTO DE MATEMÁTICA Uma análise sobre  
as atividades que contém gráficos estatísticos /  
Pedro George Batista da Costa. -- Rio de Janeiro,  
2022.  
90 f.

Orientadora: Luciane de Souza Velasque.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do  
Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa  
de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, 2022.

1. Livro Aberto de Matemática. 2. Gráficos  
estatísticos. 3. Níveis de leitura. 4. Adequação  
didática. I. de Souza Velasque, Luciane, orient.  
II. Título.

PEDRO GEORGE BATISTA DA COSTA

**O LIVRO ABERTO DE MATEMÁTICA**

**Uma análise sobre as atividades que contém gráficos estatísticos**

Dissertação de Mestrado apresentada no Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Aprovada em: \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_\_\_

**Banca Examinadora:**

---

Profa. Dra. Luciane de Souza Velasque (Orientadora)  
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO

---

Prof. Dr. Victor Augusto Giraldo  
Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ

---

Prof. Dra. Suzi Samá Pinto  
Universidade Federal do Rio Grande – FURG

---

Prof. Dr. Alexandre Sousa da Silva  
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO

Dedico este trabalho aos meus pais, José Ribeiro da Costa e Neraci Batista da Costa, meus irmãos, José Ribeiro da Costa Junior e Adriana Batista Araújo da Costa, motivo de orgulho, caráter e dignidade. Existe muito de vocês em mim! Não menos importante a minha esposa, Priscila da Silva Cunha Campelo da Costa, pelo apoio e compreensão ao longo da jornada, nos momentos alegres e nas dificuldades. Te amo! E a todos que contribuíram, direta ou indireta para a realização deste trabalho.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me dado condições e dignidade para lutar e alcançar os objetivos pretendidos.

Aos meus pais, José Ribeiro da Costa e Neraci Batista da Costa, pelas contribuições, estimas e orações. Amo vocês!

Aos meus amigos que conheci no início dessa jornada, e os tenho até hoje! Roberta Meschese Xavier e Cezar Novicki Junior.

Aos professores que tiveram participação significativa em minha vida acadêmica, Victor Giraldo, Agnaldo Esquincalha, Janete Bolite Frant, Márcia Fusaro, Thiago Hartz, Flávia Landim e Nei Rocha. Além, de Luciane Velasque, Alexandre Sousa e Teresa Serrano. Muito obrigado!

Aos amigos de infância, Valdeci, Raphael e Cosme. Amigos para sempre!

Aos colegas, da turma de mestrado pela troca de risadas, companheirismo, ajuda e experiências significativas, Danúbia, Fioravante, Alessandra, Perla, Carolina, Mariane, Fabiana, Cecília e, em especial, a minha amiga Carolina Salviano Bezerra por ter dividido experiências que contribuíram para meu amadurecimento enquanto pessoa e professor. Obrigado cabeça!

Ao meu amigo Dílio, por sempre ter acreditado em mim desde do início.

Agradeço a enorme diversidade que me rodeia que, apesar de me desorientar às vezes, me ajuda a captar diferentes olhares sobre a mesma realidade.

Aos meus sobrinhos, Juan, Larissa e Julie. Amo vocês!

Ao meu irmão José Ribeiro da Costa Junior, por trilhar esse caminho do conhecimento a muito tempo, exemplo vivo de persistência e dignidade. Adoro conversar com você, meu camarada! Muito obrigado!

Em especial a minha querida irmã Adriana Batista da Costa. Por nunca desistir de acreditar em mim, quando nem eu mesmo acreditava. Obrigado pela sua generosidade e simplicidade. Pelo amor incondicional, pelo carinho e afeto. Não encontro palavras que consigam te agradecer, simplesmente fico completamente envolvido por um enorme sentimento de gratidão. Muito obrigado!

A minha esposa Priscila da Silva Cunha Campelo da Costa. Obrigado minha princesa, pelo seu apoio incondicional não só ao longo desse processo, mas de muitos outros. Obrigado por acreditar em mim, mesmo quando eu não acreditava. Você é minha fortaleza. Te amo!

Agradeço a Capes pelo apoio financeiro na realização do Mestrado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PEMAT-UFRJ).

Enfim, obrigado a todos que participaram direta e indiretamente neste processo.

## RESUMO

COSTA, Pedro George Batista da. **O Livro Aberto de Matemática**: Uma análise sobre as atividades que contém gráficos estatísticos. Rio de Janeiro, 2022. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022.

Esta dissertação investiga o processo de Ensino e de aprendizagem de gráficos estatísticos a partir da análise do livro didático, com o objetivo de estabelecer níveis de leitura e compreensão de gráficos e tabelas disponibilizados a alunos e professores do Ensino Médio. Analisamos o *Livro Aberto de Matemática: repensando o ensino de Matemática através de uma iniciativa aberta e colaborativa*. O referencial teórico baseou-se em duas teorias: os níveis de leitura dos gráficos (CURCIO, 1989; FRIEL; CURCIO; BRIGHT, 2001); e a aplicação da Teoria da Adequação Didática inserida no Enfoque Ontossemiótico (EOS) do Conhecimento e da Instrução Matemática (GODINO; BATANERO; FONT, 2008). Nesta pesquisa, foram analisados 55 gráficos divididos em dois capítulos do *Livro Aberto de Matemática*, bem como os níveis de compreensão gráfica e a aplicação dos indicadores empíricos da adequação didática por meio da análise dos conteúdos estatísticos apresentados no material. Como resultado, percebemos o predomínio dos gráficos de barras, histograma e boxplot; sobre os níveis de leitura, identificamos a prevalência do Nível 4, ou seja, “ler por trás dos dados”, e sobre a adequação didática e seus componentes, observamos a predominância dos níveis médio e alto.

Palavras-chave: Livro Aberto de Matemática. Gráficos estatísticos. Níveis de leitura. Adequação didática.



## ABSTRACT

COSTA, Pedro George Batista da. **The Open Book of Mathematics:** An analysis of activities that contain statistical graphs. Rio de Janeiro, 2022. Dissertation (Master's in Mathematics Teaching) – Institute of Mathematics, Federal University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022.

This dissertation investigates the teaching-learning process of statistical graphs from the analysis of the textbook, with the objective of establishing levels of reading and understanding of graphs and tables available to high school students and teachers. We analyzed the Open Book of Mathematics: rethinking the teaching of Mathematics through an open and collaborative initiative. The theoretical framework was based on two theories: the levels of reading the graphs (CURCIO, 1989; FRIEL; CURCIO; BRIGHT, 2001); and the application of the Didactic Adequacy Theory inserted in an Ontosemiotic Approach (EOS) of Mathematical Knowledge and Instruction (GODINO; BTANERO; FONT, 2008). In this research, 55 graphs divided into two chapters of the Open Book of Mathematics were analyzed, as well as the levels of graphic comprehension and the application of empirical indicators of didactic adequacy through content analysis. As a result, we noticed the predominance of bar, histogram and boxplot graphs; regarding reading levels, we identified the prevalence of Level 4, that is, “reading behind the data”, and regarding didactic adequacy and its components, we observed medium and high levels.

Keywords: Open Book of Mathematics. Statistical graphics. Reading levels. Didactic adequacy.

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1:</b> Componentes e indicadores da adequação epistêmica	29
<b>Quadro 2:</b> Componentes indicadores da adequação cognitiva	31
<b>Quadro 3:</b> Componentes indicadores da adequação afetiva	32
<b>Quadro 4:</b> Componentes indicadores da adequação interacional	33
<b>Quadro 5:</b> Componentes indicadores da adequação mediacional	34
<b>Quadro 6:</b> Componentes indicadores da adequação ecológica	34
<b>Quadro 7:</b> Níveis da adequação didática da 1º atividade: A Natureza da Estatística	57
<b>Quadro 8:</b> Níveis da adequação didática do capítulo “A Natureza da Estatística”	59
<b>Quadro 9:</b> Níveis da adequação didática da 1º atividade: Medidas de posição e dispersão	67
<b>Quadro 10:</b> Níveis da adequação didática das atividades: Medidas de posição e dispersão	68

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1:</b> Critérios da adequação didática	28
<b>Figura 2:</b> Exemplo do gráfico de barras	43
<b>Figura 3:</b> Exemplo do gráfico de linhas	44
<b>Figura 4:</b> Exemplo de um histograma	45
<b>Figura 5:</b> Exemplo do boxplot sem valores discrepantes	46
<b>Figura 6:</b> Exemplo de atividade “ler os dados”	47
<b>Figura 7:</b> Exemplo de atividade “ler dentro dos dados”	48
<b>Figura 8:</b> Exemplo de atividade “ler além dos dados”	49
<b>Figura 9:</b> Exemplo de atividade “ler por trás dos dados”	50
<b>Figura 10:</b> Gráfico de pontos (Dotplot)	52
<b>Figura 11:</b> Hexágono representando os níveis de adequação didática	58
<b>Figura 12:</b> Notas de Artes	60
<b>Figura 13:</b> Distribuição de frequências das notas antes da bonificação	61
<b>Figura 14:</b> Histograma das notas de Artes sem bonificação	61
<b>Figura 15:</b> Frequências Absolutas	62
<b>Figura 16:</b> Distribuição de frequências das notas após acréscimo de 1 ponto a cada nota	62
<b>Figura 17:</b> Distribuição de frequências das notas após aumento de 20% sobre a nota	62
<b>Figura 18:</b> Hexágono representando os níveis de adequação didática	67

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1:</b> Frequência e porcentagem dos gráficos apresentados no <i>Livro Aberto de Matemática</i>	41
<b>Tabela 2:</b> Frequência e porcentagem dos níveis de leitura dos gráficos observados no <i>Livro Aberto de Matemática</i>	51

## LISTA DE SIGLAS

ABE	Associação Brasileira de Estatística
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
EOS	Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática
PAPMEM	Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	14
<b>2</b>	<b>O PROBLEMA DE INVESTIGAÇÃO</b>	19
2.1	JUSTIFICATIVA E QUESTÕES DE PESQUISA	19
2.2	OBJETIVOS	19
2.2.1	<b>Objetivo geral</b>	19
2.2.2	<b>Objetivos específicos</b>	20
2.3	REVISÃO DE LITERATURA	20
<b>3</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>	23
3.1	NÍVEIS DE LEITURA DOS GRÁFICOS ESTATÍSTICOS	23
3.2	ENFOQUE ONTOSSEMIÓTICO DO CONHECIMENTO E DA INSTRUÇÃO MATEMÁTICA	24
3.2.1	<b>A adequação didática e seus descritores</b>	25
3.2.2	<b>A adequação didática no livro didático</b>	28
<b>4</b>	<b>ASPECTOS METODOLÓGICOS</b>	35
4.1	O LIVRO ABERTO DE MATEMÁTICA	35
4.2	A AMOSTRA UTILIZADA	37
4.3	A METODOLOGIA DAS ANÁLISES	38
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES PARCIAIS</b>	41
5.1	TIPOS DE GRÁFICOS	41
5.2	NÍVEIS DE LEITURA	46
5.2.1	<b>A primeira atividade: A Natureza da Estatística</b>	51
5.2.1.1	A adequação didática: A Natureza da Estatística	58
5.2.2	<b>A primeira atividade: Medidas de Posição e Dispersão</b>	59
5.2.2.1	A adequação didática: Medidas de Posição e Dispersão	67
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	69
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS</b>	73
<b>8</b>	<b>ANEXOS</b>	75

# 1 INTRODUÇÃO

*"A questão primordial não é o que sabemos, mas como sabemos." (Aristóteles)*

Esta dissertação originou-se da experiência do autor ao participar de um curso de extensão para o Ensino Médio, em 2019. O curso “Probabilidade e Estatística”, oferecido pela Associação Livro Aberto de Matemática, se propôs a aperfeiçoar o material didático produzido pelo Projeto Livro Aberto de Matemática.

Em um cenário pandêmico vivenciado a partir do início de 2020, recebemos informações, em tempo real, sobre o número de infectados e óbitos causados pelo novo Coronavírus (COVID-19), o que ensejou uma profusão de gráficos estatísticos na mídia a fim de traduzir informações por meio de dados. No entanto, informações assim não são novidades: estimativas populacionais, pesquisas de intenção de voto e Censo Demográfico são comuns há várias décadas no Brasil. Contudo, *será que o cidadão comum (estudante ou não) possui conhecimento básico de Estatística para compreender as informações de forma crítica?* A partir dessa provocação, pesquisas sobre o assunto permeiam a área de Educação Estatística.

Os números passam a ideia de cientificidade, de isenção, de neutralidade. Quando discursos, propagandas, manchetes e notícias veiculadas pela mídia, utilizam informações estatísticas [números, tabelas ou gráficos], essas ganham credibilidade e são difíceis de serem contestadas pelo cidadão comum, que chega até a questionar a veracidade dessas informações, mas ele não está instrumentalizado para arguir e contra-argumentar (CAZORLA; CASTRO, 2008, p. 46).

A presença da Estatística em nosso cotidiano social é constante. Caracteriza-se como uma ferramenta metodológica que analisa e determina as relações entre variáveis, projetos de estudos e experimentos a partir dos quais decidimos sobre situações de incerteza (ARTEAGA *et al.*, 2011, p. 55).

Sobre área da Estatística, no Brasil, contamos com a Associação Brasileira de Estatística (ABE), que promove o desenvolvimento, a disseminação e a aplicação da Estatística nacionalmente; a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), pela produção de livros e periódicos que divulgam temas atuais sobre Estatística; e a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), que tem como objetivo a melhoria do Ensino de Estatística e probabilidade, a partir de eventos, ideias, publicações e contribuições de pesquisadores para a formação do professor de Matemática que ensina Estatística. A Estatística é uma ciência diferente da Matemática; são os números em um

contexto, além de várias aplicações nas áreas da Biologia, Economia, Medicina, Engenharia, Psicologia, Educação, Física, controle de qualidade, entre outros.

A Estatística fornece meios para lidar com dados que levem em conta a onipresença da variabilidade, o que a diferencia, significativamente, da matemática e de outras ciências. Outro aspecto que distingue o pensamento estatístico do pensamento matemático é que a ciência estatística requer um tipo diferente de pensar, porque os dados não são apenas os números, eles são números com um contexto (LOPES, 2013, p. 905).

No que se refere à Estatística oferecida nos cursos de Licenciatura em Matemática (Ensino Superior), alguns autores têm questionado o ensino de Estatística, principalmente, lecionado no Ensino Básico, que fica a cargo do professor de Matemática. Segundo os autores, o professor deve retornar à sala de aula com conhecimentos adequados sobre Estatística, e não apenas com aplicações de fórmulas sem significado.

Analisando a grade curricular de alguns cursos, observa-se que a maioria oferece apenas uma disciplina de Estatística e Probabilidade e outros, duas. No caso da oferta de uma única disciplina a ênfase é dada à teoria de probabilidade, num contexto do Ensino Superior. No caso de duas disciplinas, as ementas abrangem a inferência estatística, também no contexto do ensino superior (CAZORLA; UTSUMI, 2010, p. 25).

O ensino de estatística e probabilidade foi inserido na Educação Básica brasileira, de 1997 a 2000, a partir da publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que por meio de um currículo orientado à cidadania crítica e autônoma, a partir de conteúdos exigidos em exames nacionais, como Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), por exemplo.

Mais recentemente, com a regulamentação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), institui-se um novo bloco denominado Estatística e Probabilidade, que entre outros conteúdos trabalha a compreensão e leitura de gráficos estatísticos em sala de aula.

Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos [algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.], na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático (BRASIL, 2017, p. 530).



Neste trabalho não discutiremos a importância da BNCC (BRASIL, 2017), os aspectos políticos de sua implementação e o contexto na Educação Básica, apenas mencionaremos a regulamentação da unidade temática Estatística e Probabilidade.

Já sobre a formação de professores e gráficos estatísticos – objeto da nossa pesquisa –, a falta de preparo do professor de Matemática (para as discussões e o ensino de conteúdo associados à Estatística) fez com que esse profissional optasse, muitas vezes, por não trabalhar com a temática sem sala de aula. Arteaga *et al.* (2011) avaliou o conhecimento matemático sobre os gráficos estatísticos e os conhecimentos didáticos dos futuros professores do Ensino Básico na Espanha. A amostragem contou com a participação de 207 graduandos em Matemática em um projeto aberto de análise de dados como parte de uma atividade prática oferecida pela universidade espanhola. O estudo demonstrou que menos da metade dos participantes da pesquisa construíram o gráfico de forma correta; o restante cometeu algum tipo de erro: inadequação na escolha do gráfico ao tipo de variável, ausência da frequência nula nos intervalos, e confusão entre variáveis dependentes e independentes. Dos 207 alunos pesquisados, cerca de 24% utilizaram o computador para a construção dos gráficos, mas sem o domínio adequado na utilização do Excel ou o total desconhecimento; 30% dos alunos construíram gráficos, mas não souberam lê-los, ou seja, não conseguiram tirar conclusões sobre a atividade, ou ainda não utilizaram todas as informações oferecidas pelos gráficos. Arteaga *et al.* (2011) concluiu que os graduandos possuíam pouco conhecimento sobre gráficos estatísticos, pela quantidade de erros cometidos e interpretação deficitária, além da exígua quantidade de créditos para a disciplina, e a necessidade de se criar mais projetos e disciplinas voltadas ao ensino de Estatística na graduação.

No atual mundo tecnológico, quando as informações estatísticas são utilizadas, em sua maior parte, por representações gráficas e inseridas por meio das redes sociais, jornais, revistas e livros didáticos, o cidadão necessita de criticidade e letramento estatístico a fim de compreender o mundo que o cerca. Os gráficos estatísticos fazem parte da cultura estatística contemporânea; Arteaga *et al.* (2011) afirmam que os gráficos estatísticos são instrumentos essenciais na análise estatística, uma vez que permitem a obtenção de informações não visíveis, por meio de sua representação sintetizada.

Pesquisas anteriores sobre gráficos estatísticos se concentraram no que os universitários ou alunos do Ensino Médio conseguiam aprender, mas dificilmente analisavam a forma como o tema era apresentado nos livros didáticos (ARTEAGA;

BATANERO; DÍAZ-LEVICOY; MARTÍN, 2015, p. 716). A análise do livro didático (eletrônico ou não), utilizado como objeto de pesquisa, ainda é recente.

A análise de livros didáticos é uma tendência recente; somente nos anos 80 o estudo desse material curricular passou a ser sistematizado [...] A importância do livro didático como recurso didático é fundamental; hoje em dia este recurso está sendo substituído por outros, como o uso da internet, mas ainda é um recurso fundamental (ESTEPA; DEL PINO, 2019, p. 2).

Em nosso trabalho, contamos com as contribuições de produções nacionais e internacionais sobre gráficos estatísticos nos livros didáticos, como a colaboração de Díaz-Levicoy *et al.* (2014), que analisou os gráficos estatísticos em 18 livros utilizados na educação primária espanhola.

No Brasil, Bivar e Selva (2011) analisaram cinco livros didáticos das séries iniciais do Ensino Fundamental, dentre eles um não foi submetido ao PNLD (Programa Nacional do Livro Didático). Entre gráficos e tabelas, as autoras analisaram atividades que envolviam interpretação, construção e conversão, e constataram que grande parte das atividades se relaciona ao preenchimento de dados e tabelas, e à interpretação de gráficos e tabelas, na sua maioria. Guimarães, Gitirana, Cavalcante e Marques (2007) também analisaram gráficos e tabelas de 17 coleções de livros de Matemática aprovados no PNLD, do 1º ao 5º ano. As autoras constataram que a maioria das atividades eram tabelas; verificaram também o pouco comprometimento com atividades que enfatizavam situações-problema, e a construção de gráficos a partir dessa contextualização.

O livro didático sempre esteve presente nas aulas de Matemática, em particular no ensino de Estatística, sendo uma das ferramentas mais úteis para o desenvolvimento e aprendizagem do aluno, o que explica o interesse crescente sobre as suas contribuições no ensino da Educação Estatística. O *Livro Aberto de Matemática: repensando o ensino de Matemática através de uma iniciativa aberta e colaborativa*,<sup>1</sup> é um Projeto do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), que teve início em 2016, com o capítulo *Frações no Ensino Fundamental* (Vol. I) e, ganhou desdobramentos ao abordar o conteúdo do Ensino Médio, em 2017, numa parceria com a Fundação Itaú Social.

Esta proposta pretende melhorar a qualidade dos livros didáticos, pois a elaboração será baseada em trabalhos de pesquisa científica sobre Educação e sobre o Ensino de Matemática e realizada por pesquisadores qualificados e professores de escolas conceituadas. Como outras coleções também podem se apropriar de trechos desta obra, pode-se modificar o design das coleções das demais editoras (SIMAS; TEXEIRA, 2021, p. 3).

---

<sup>1</sup> Disponível em: <https://www.umlivroaberto.com/wp>

O Projeto Livro Aberto de Matemática<sup>2</sup> é um trabalho colaborativo entre professores universitários e professores da Educação Básica. O princípio do Projeto baseou-se em uma proposta pedagógica ancorada por uma pesquisa científica sobre o ensino de Matemática, e o compromisso com a formação e o desenvolvimento profissional de professores. Ao analisar os trabalhos de pesquisadores sobre a importância do livro didático em sala de aula, e as dificuldades enfrentadas no ensino de gráficos estatísticos, concentramos esta pesquisa no Projeto *Livro Aberto de Matemática: repensando o ensino de matemática através de uma iniciativa aberta e colaborativa* (Capítulos “A Natureza da Estatística” e “Medidas de Posição e Dispersão”), tendo como orientação o questionamento que situa a relevância do nosso trabalho: *De que forma as atividades que contêm gráficos estatísticos no Projeto Livro Aberto de Matemática – que desenvolve a leitura e interpretação de gráficos –, se constitui como uma ferramenta que contribuirá para prática do professor da Educação Básica no ensino de Estatística?* Para tanto, analisamos os níveis de leitura dos gráficos apontados por Curcio (1989); Friel, Curcio e Brigh (2001), e a adequação didática proposta por Godino (2013); Breda, Font e Pino-Fan (2018); e Burgos, Castillo e Godino (2021), incluídas no enfoque ontossemiótico e a instrução matemática (EOS).

Sobre o Enfoque Ontossemiótico (EOS)<sup>3</sup> e a instrução matemática, Godino, Batanero e Font (2008, p. 12) afirmam que o

[...] EOS é um sistema teórico inclusivo que tenta articular várias abordagens e modelos teóricos utilizados na pesquisa em Educação Matemática a partir de pressupostos antropológicos e semióticos sobre a matemática e seu ensino. Foi iniciado pelo grupo de pesquisa Teoria da Educação Matemática da Universidade de Granada no início dos anos 1990, e atualmente está sendo desenvolvido e aplicado por outros grupos de pesquisa espanhóis e latino-americanos.

A partir de um referencial teórico global, como o Enfoque Ontossemiótico (EOS), a Instrução Matemática e demais componentes utilizados nessa teoria, nos debruçamos especificamente na *Idoneidad Didáctica* (que traduzimos como “Adequação Didática”); também descrevemos as análises dos gráficos estatísticos, e apontamos categorias relevantes, como tipos de gráficos, níveis de leitura de cada gráfico e a adequação didática do gráfico contida na atividade.

Desse modo, distribuímos nossa pesquisa da seguinte forma: o segundo capítulo apresenta as justificativas do nosso trabalho, ou seja, a motivação desta pesquisa, os

---

<sup>2</sup> Disponível em: <https://umlivroaberto.org/o-projeto/>

<sup>3</sup> Disponível em: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/>

objetivos gerais e específicos, além de uma breve revisão da literatura. No terceiro capítulo abordamos as noções do Enfoque Ontossemiótico, da instrução matemática, a adequação didática e seus indicadores, bem como os níveis de leitura (CURCIO, 1989; FRIEL; CURCIO; BRIGHT, 2001). O quarto capítulo trata de toda a metodologia utilizada na pesquisa, uma vez que analisa os gráficos estatísticos do *Livro Aberto de Matemática*. No quinto capítulo abordamos os resultados obtidos a partir da adequação didática e os níveis de leitura. Já no sexto capítulo, apresentamos as considerações finais a partir de reflexões e contribuições para a pesquisa. Por fim, seguem as Referências e os Anexos.

## 2 O PROBLEMA DE INVESTIGAÇÃO

Os gráficos estatísticos são as formas mais usuais de apresentação de dados nas mídias. Em geral, o apelo visual da representação gráfica é mais impactante do que os valores propriamente ditos, levando a possíveis erros e usos indevidos; nos vídeos, essa questão torna-se ainda mais gritante pelo tempo de duração, geralmente poucos segundos para serem visualizados.

A grande expansão das redes sociais contribuiu muito para que as informações estatísticas, sob a forma de gráficos, fossem veiculadas (e compartilhadas) sem um critério adequado, tornando-se alvo fácil para *fake news* (ANDRADE *et al.*, 2020). A escola tem papel fundamental nessa discussão; dentre as ferramentas utilizadas (digitais ou não) está o livro didático, que ainda é um material essencial utilizado em sala de aula.

As avaliações de livros didáticos de Matemática têm sido significativas para as pesquisas que abordam a Educação Matemática e suas representações por meio de dissertações e teses sobre o tema. Para ilustrar a demanda de pesquisas que tratam das práticas docentes sob o enfoque do livro didático, Santos (2015) identificou 258 pesquisas de mestrado acadêmico, mestrado profissional e doutorado no campo da Educação Estatística, concluídas até 2012. O autor obteve acesso a 200 pesquisas a fim de elaborar os eixos de análise; entre elas, apenas 5 abordaram a análise de livros/cadernos didáticos como implementação de currículo no que diz respeito a estatística, probabilidade e combinatória (COUTINHO; SPINA, 2016).

Os livros didáticos que abordam o conteúdo de Estatística são recursos presentes tanto no Ensino Fundamental e Médio como na graduação, sendo uma importante ferramenta para o desenvolvimento e aprendizagem do aluno, por isso optamos pelo Projeto Livro Aberto de Matemática, a fim de investigar as contribuições na área de Educação Estatística.

### 2.2 OBJETIVOS

#### 2.2.1 Objetivo geral

Avaliar as atividades que apresentam gráficos estatísticos no *Livro Aberto de Matemática* por meio dos níveis de leitura e adequação didática.

### 2.2.2 Objetivos específicos

1. Verificar os tipos de gráficos apresentados no *Livro Aberto de Matemática*, nos capítulos “A Natureza da Estatística” e “Medidas de Posição e Dispersão”;
2. Identificar os níveis de leitura nas atividades que envolvem gráficos estatísticos apresentados no Livro Aberto de Matemática;
3. Investigar os pressupostos da adequação didática do Enfoque Ontossemiótico (EOS) do Conhecimento e da Instrução Matemática.

## 2.3 REVISÃO DE LITERATURA

A fim de embasar a análise de atividades que envolvem gráficos estatísticos no livro didático, e demonstrar como esta pesquisa poderá orientar o processo de ensino e aprendizagem sobre um tópico tão comum em Estatística, segue uma breve revisão de literatura com algumas pesquisas no âmbito da Educação Estatística, ou seja, trabalhos que utilizaram os *níveis de leitura* e a *adequação didática*, teoria incluída no Enfoque Ontossemiótico e a Instrução Matemática (EOS).

Em nossa pesquisa, contamos com a contribuição de vários autores importantes, dentre eles Silva (2020), que pesquisou a produção de artigos científicos sobre o ensino de Estatística na América Latina. Em seu estudo o autor identificou que entre os países da América Latina, o Brasil foi o país que mais produziu trabalhos nessa área, entre eles o pensamento, raciocínio e letramento estatístico, o uso de tecnologias digitais, a formação de professores, modelagem e interpretação de medidas resumo e dispersão. Silva (2020) complementa que os assuntos menos abordados foram Educação Especial, Educação Infantil e História da Estatística.

Castellanos (2013), em sua pesquisa de mestrado analisou conteúdos que envolviam tabelas e gráficos estatísticos nos testes de proficiência matemática oferecidos, a cada três anos, para alunos do 5º ano no Sistema de Avaliação Nacional da Colômbia (Prova-SABER), em 2003, 2006 e 2009. Para a fundamentação teórica quanto à leitura e à interpretação de gráficos, a autora utilizou-se dos níveis de leitura de Curcio (1989) e Friel, Curcio e Bright (2001).

Na sua pesquisa de mestrado, Castellanos (2013) analisou conteúdos que envolviam tabelas e gráficos estatísticos nos testes de proficiência matemática oferecidos,

a cada três anos, para alunos do 5º ano no Sistema de Avaliação Nacional da Colômbia (Prova - SABER), em 2003, 2006 e 2009. Para a fundamentação teórica – quanto à leitura e à interpretação de gráficos –, a autora (CASTELLANOS, 2013) utilizou-se dos níveis de leitura de Curcio (1989) e Friel, Curcio e Bright (2001), e constatou que a pesquisa sobre a representação de dados progrediu de forma considerável nos últimos anos e as atividades que continham gráficos na avaliação se enquadraram no nível “*ler dentro os dados*”, um dos níveis de Curcio (1989), ou seja, nível que exige cálculos matemáticos simples, comparações e justificativas para encontrar a solução. Já Díaz-Levicoy *et al.* (2014) analisou a compreensão de gráficos estatísticos a partir de uma amostragem de 12 livros didáticos oferecidos na educação primária no Chile (correspondente ao Ensino Fundamental no Brasil). Para analisar os gráficos, alguns dos referenciais teóricos utilizados foram os níveis de leitura de Curcio (1989) e Friel, Curcio e Bright (2001); como resultado, predominou o segundo nível de leitura “*ler dentro dos dados*”.

Sobre a adequação didática, outro referencial utilizado neste estudo, Gea (2014) pesquisou a correlação e regressão em livros didáticos do Ensino Médio, além do grau de conhecimento de professores em formação sobre o assunto. A autora (GEA, 2014) apresentou três estudos inter-relacionados: no primeiro estudo analisou a correlação e regressão em 16 livros didáticos do 1º ano do Ensino Médio de Ciências Humanas e Sociais, e Ciência e Tecnologia, tendo como referencial a abordagem Ontossemiótica e a instrução matemática (EOS). O segundo estudo analisou o conhecimento de professores em formação sobre a correlação e regressão, por meio de uma atividade estatística prática – como o trabalho de coleta de dados em uma sala de aula de 1º ano do Ensino Médio –, em um curso de dois anos. Já o terceiro estudo avaliou e desenvolveu os diferentes aspectos do conhecimento didático sobre a correlação e regressão; a análise dos descritores da adequação didática serviu como ferramenta para que os futuros professores avaliassem a própria prática por meio do segundo estudo.

Mais especificamente, esperamos que os futuros professores sejam capazes de fornecer respostas adequadas para a maioria dos descritores dos componentes da adequação didática no questionário de avaliação que será concluído no estudo 3 (GEA, 2014, p. 273, tradução nossa).

Em seus estudos, Gea (2014) analisa detalhadamente o retorno dos professores que indicaram habilidades didáticas compreensíveis à luz do processo de ensino e aprendizagem da correlação e regressão em livros didáticos; dentre as adequações didáticas estão epistêmica, a mediacional e a ecológica, que apresentaram bons resultados.

Sobre as pesquisas feitas no Brasil sobre a Estatística no livro didático, apresentados na Educação Básica, contamos com a dissertação de Santos (2017), que analisou os conteúdos de estatística e probabilidade em três livros aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), a fim de identificar o desenvolvimento do letramento estatístico conforme definido por (GAL, 2002). Para a compreensão e leitura dos gráficos, Santos (2017) estabeleceu três níveis propostos no trabalho: ler os dados; ler entre os dados; e ler além dos dados (CURCIO, 1989). Santos (2017) reforça que se as atividades que envolvem os gráficos estatísticos possuírem um nível acima de *ler além dos dados*, então o material promove um bom letramento estatístico ao estudante.

No entanto, o autor que mais influenciou a presente dissertação de mestrado foi Díaz-Levicoy (2014). O autor analisou a abordagem de gráficos estatísticos em livros didáticos do Ensino Fundamental, comparando-os com as diretrizes do currículo vigente na Espanha. Dentre as fundamentações (DÍAZ-LEVICOY, 2014), citamos os níveis de leitura dos gráficos estatísticos (CURCIO, 1989; FRIEL; CURCIO; BRIGHT (2001), além da utilização dos resultados da adequação didática para avaliar o que foi proposto. A noção de adequação é entendida como um critério a ser considerado para a avaliação do processo de ensino-aprendizagem, dividindo-se em seis componentes: adequação epistêmica; adequação cognitiva; adequação interacional; adequação ecológica; adequação mediacional; e adequação emocional/afetiva (GODINO *et al.*, 2006).

No próximo capítulo, detalharemos cada componente utilizado em nossa pesquisa para melhor entendimento do leitor.



### 3 REFERENCIAL TEÓRICO

Sobre o referencial que sustenta nossa pesquisa, utilizamos duas teorias: os níveis de leitura dos gráficos (CURCIO, 1989; FRIEL, CURCIO; BRIGHT, 2001) e os elementos teóricos do Enfoque Ontossemiótico (EOS) do Conhecimento e da Instrução Matemática (GODINO; BATANERO, 1994; GODINO, 2003; GODINO; BATANERO; FONT, 2008). Sob essa ótica, encontramos elementos como os fundamentos da adequação didática e seus tipos, ferramenta inserida no EOS que nos permitiu discutir (*a priori e a posteriori*) as atividades pertinentes aos gráficos estatísticos no *Livro Aberto de Matemática*.

#### 3.1 NÍVEIS DE LEITURA DOS GRÁFICOS ESTATÍSTICOS

Segundo Díaz-Levicoy (2014), alguns autores se preocuparam em analisar a dificuldade de responder a diferentes questões em um mesmo gráfico estatístico. O autor resume alguns trabalhos como o de Bertin (1967):

**Extração dos dados:** estabelece-se uma relação direta entre dois elementos envolvidos em um gráfico. Como exemplo, a sugestão de um gráfico de barras; um elemento no eixo horizontal relaciona-se a outro elemento no eixo vertical, ou seja, é determinada a frequência associada ao valor de uma variável ou o contrário.

**Extração de tendências:** implica no relacionamento entre dois ou mais conjuntos de dados percebidos em um gráfico. Por exemplo, a comparação da frequência no histograma de cada intervalo, verificando-se, nos dados agrupados, o maior e o menor.

**Análise da estrutura dos dados:** percebe-se a tendência geral das previsões realizadas, como a representação de uma ou duas distribuições no mesmo gráfico, além da visualização e análise das médias ou um intervalo modal em uma tabela de frequências.

Castellanos (2013) evidencia que ao nortear-se pelos trabalhos de Bertin (1967), Curcio (1989) desenvolveu outros níveis de leitura: “Ler os dados”, “Ler dentro dos dados”, e “Ler além dos dados”; alguns anos depois, Friel, Curcio e Bright (2001) acrescentam um novo nível denominado “Ler por trás dos dados”, que avalia, criticamente, os dados no gráfico da maneira como foram coletados, ou seja, a escolha da amostra, as variáveis consideradas, o contexto e a sua legitimidade. A partir dos níveis de leitura foi possível extrair informações específicas sobre um gráfico estatístico:

**Nível 1** – *Ler os dados*: a leitura das informações é realizada diretamente no gráfico estatístico. Não são necessários cálculos ou interpretações mais elaborados. Nesse nível, o aluno é incentivado a ler uma frequência correspondente a um valor de uma determinada variável em um gráfico de barras, por exemplo.

**Nível 2** – *Ler dentro dos dados*: a leitura das informações não é realizada diretamente no gráfico estatístico; as informações estão contidas no gráfico, mas são necessários cálculos matemáticos simples, como as quatro operações. Nesse nível calcula-se as medidas de posição, como a média, mediana ou moda em um histograma, gráfico de barras, boxplot, entre outros.

**Nível 3** – *Ler além dos dados*: a leitura das informações contidas no gráfico estatístico não é realizada diretamente; além disso não podem ser reduzidas a cálculos matemáticos simples ou comparações. A partir do que foi analisado no gráfico é preciso fazer inferências futuras. Um exemplo é anunciar uma frequência de um valor de uma variável não incluída no gráfico, como possíveis comportamentos em um gráfico de linha.

**Nível 4** – *Ler por trás dos dados*: caracteriza-se pela leitura crítica, sobre como os dados foram coletados, ou ainda outras interpretações sobre o mesmo gráfico. Esse nível exige dados contextualizados, e não apenas conhecimento matemático. Como foi escolhida uma determinada amostra, e se existem erros de medição dos dados fornecidos, por exemplo.

### 3.2 O ENFOQUE ONTOSSEMIÓTICO DO CONHECIMENTO E A INSTRUÇÃO MATEMÁTICA

Um trabalho que investiga o processo de ensino e aprendizagem na Matemática, como a Teoria do Enfoque Ontossemiótico (EOS) do Conhecimento e a Instrução Matemática – desenvolvida na década de 1990 –, pelo grupo de pesquisa Teoria da Educação Matemática, da Universidade de Granada, na Espanha.

O EOS se desenvolve como um sistema teórico abrangente, articulado com diversos modelos teóricos já existentes na pesquisa em Educação Matemática, como a Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1998); Dialética Instrumento-Objeto e Jogos de Quadros (DOUADY, 1986); Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1992); Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990); e a Teoria dos Registros de Representação Semióticas (DUVAL, 1995); (GODINO; BATANERO; FONT, 2008).

O ponto de partida do EOS é a formulação de uma ontologia de objetos matemáticos que contemple o triplo aspecto da matemática como atividade socialmente compartilhada de resolução de problemas, como linguagem simbólica e sistema conceitual logicamente organizado. Tomando como noção primitiva a de situação-problemática, definem-se os conceitos teóricos de prática, objeto [pessoal e institucional] e significado, com a finalidade de tornar evidente e operativo, por um lado, o triplo caráter da Matemática que mencionamos, e, por outro, a gênese pessoal e institucional do conhecimento matemático, assim como sua interdependência (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p. 11).

A Teoria da *Idoneidad Didáctica* (que traduzimos como “adequação didática”) e seus componentes, propostos pelo EOS, possui seis componentes – adequação epistêmica; adequação cognitiva; adequação interacional; adequação ecológica; adequação mediacional; e adequação emocional/afetiva (GODINO *et al.*, 2006) –, que nos permitiu analisar os gráficos estatísticos contidos em cada atividade do *Livro Aberto de Matemática*.

### 3.2.1 A adequação didática e seus descritores

Neste tópico, detalharemos o que entendemos, especificamente, por critérios de adequação didática, seus componentes e descritores, e de que forma a teoria fundamentou a nossa análise quanto aos gráficos estatísticos nas atividades propostas no *Livro Aberto de Matemática*.

Definida pelo Enfoque Ontossemiótico (EOS) do Conhecimento e a Instrução Matemática, a adequação didática se caracteriza como um critério sistêmico de relevância ou adaptação de um processo instrucional ao projeto educacional, cujos critérios determinam em que medida um processo de estudo e instrução matemática atende certas características, adaptando-se às circunstâncias e instrumentos sobre o processo de ensino-aprendizagem matemática (GODINO, 2013).

Por critérios de adequação didática deve ser entendido a partir de uma regra de correção que estabeleça um processo de ensino e aprendizagem a ser realizado. Esses critérios devem ser entendidos como normas de correção emanadas do discurso argumentativo da comunidade científica, quando se pretende chegar a um consenso sobre o que pode ser considerado melhor (BREDA; FONT; PINO-FAN, 2018, p. 264, tradução nossa).

A prática do professor em sala de aula não pode ser norteadada pelo que dizem os pesquisadores nas universidades, mas todos os afetados no processo educativo de matemática, como pais, alunos, a administração escolar, além da própria comunidade em derredor, participando ativamente. Por essa perspectiva, a adequação didática defende

que os princípios norteadores da prática do professor devem ser acordados de maneira consensual, se não por todos, pela maioria envolvida no processo de ensino e aprendizagem. A partir daí, a adequação didática desenvolve uma proposta de princípios que orienta o professor sobre a própria prática. Os princípios orientadores funcionam como critérios *a priori*, ou seja, podem ser muito bons, mas é preciso levar em conta a realidade e o contexto do professor e seus alunos. Para uma aula de qualidade temos que ensinar “uma estatística de qualidade” (adequação epistêmica); como complemento ao ensino da Estatística, precisamos avaliar se o aluno corresponde ao aprendizado do conteúdo (adequação cognitiva), que seja útil ao ambiente profissional e social do aluno (adequação ecológica), e que os alunos interajam entre si (e com os professores), de forma autônoma (adequação interacional). Também é importante que o conteúdo estatístico ensinado pelo professor de matemática não gere desconforto, aversão ou medo (adequação afetiva/emocional). Por fim, é necessário que todas as adequações sejam feitas de acordo com os meios oferecidos pela instituição educacional onde o professor trabalha, isto é, gerenciar o tempo de aula, verificar os tipos de recursos, como softwares, materiais manipulativos, entre outros (adequação mediacional).

A adequação didática (GODINO, BATANERO; FONT, 2008) caracteriza-se por seis componentes no processo de instrução para uma didática avaliativa:

**Adequação epistêmica:** refere-se ao grau de representatividade dos significados institucionais implementados (ou pretendidos) com relação ao significado de referência. O ensino da adição na Educação Básica, por exemplo, pode ser limitado à aprendizagem de rotinas e exercícios de aplicação de algoritmos (*baixa adequação*), ou considerar os diferentes tipos de situações aditivas e incluir a justificativa dos algoritmos (*alta adequação*).

**Adequação cognitiva:** refere-se ao grau dos significados pretendidos/implementados na Zona de Desenvolvimento Proximal (VYGOTSKI, 1934). Para alcançar um alto grau de adequação cognitiva no processo de ensino-aprendizagem com as operações aritméticas (números de três ou mais algarismos), por exemplo, o professor deve realizar uma avaliação inicial para saber se a maioria dos alunos domina as operações com números de um e dois algarismos; caso contrário, deve iniciar o processo de instrução com esses números.

**Adequação interacional:** do ponto de vista interacional, um processo de ensino-aprendizagem terá maior adequação se as configurações e trajetórias didáticas identificarem, em parte, conflitos semióticos potenciais (detectados *a priori*), e, por outro

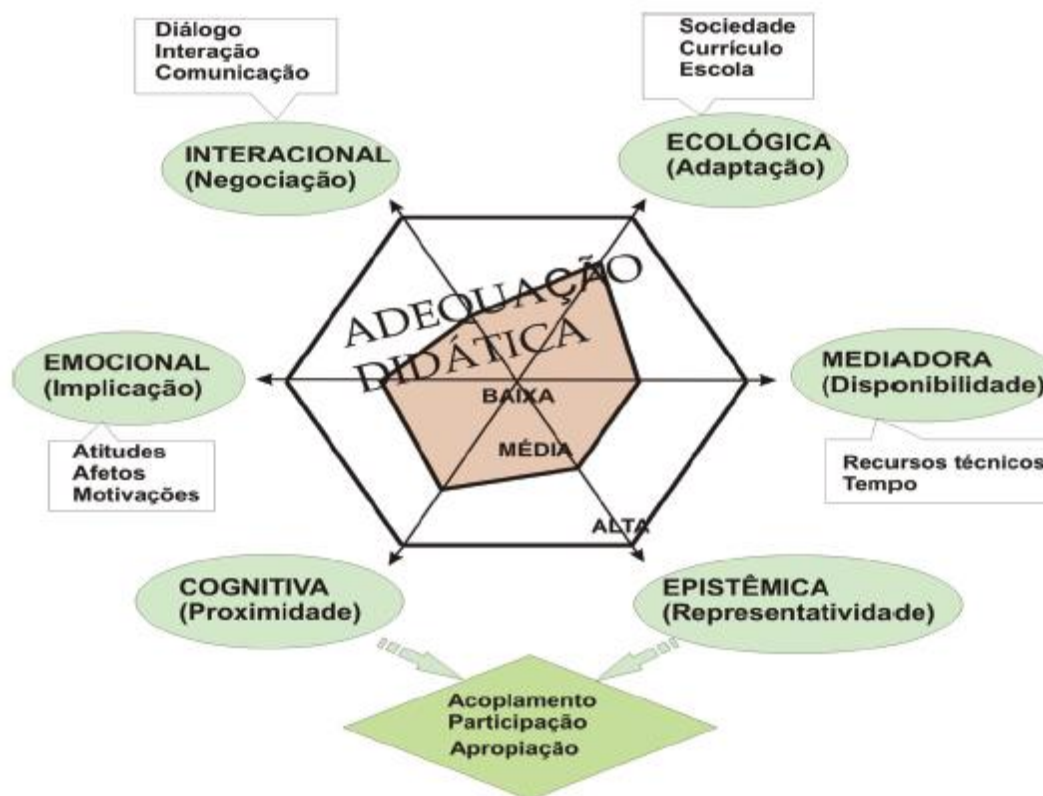
lado, resolverem os conflitos produzidos durante o processo de instrução. Um processo de estudo realizado de acordo com uma sequência de situações de ação, formulação, validação e institucionalização (BROUSSEAU, 1997), por exemplo, possui maior adequação semiótica que um processo magistral sem que esteja presente as dificuldades dos estudantes.

**Adequação mediacional:** grau de disponibilidade e apropriação de recursos necessários, entre materiais e temporais, para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem. Se professores e alunos tivessem, à disposição, recursos de informática para trabalhar gráficos estatísticos, como o *software* de Matemática GeoGebra, ou o *software* estatístico “R” (ambos gratuitos), por exemplo, o processo de estudo com a utilização desses recursos teria, potencialmente, maior adequação mediacional (meios temporais) que os meios tradicionais, como a utilização do quadro, lápis e papel, exclusivamente.

**Adequação emocional/afetiva:** grau de implicação (interesse, motivação etc.) do alunado no processo de estudo. A adequação emocional está relacionada a fatores que dependem tanto da instituição quanto do aluno, basicamente, e de seu histórico escolar progresso. Terão alta adequação emocional os processos baseados em situações-problema, e de interesse para os estudantes.

**Adequação ecológica:** grau em que o processo de estudo se ajusta ao projeto educativo, à escola, à sociedade e aos condicionamentos desenvolvidos no entorno.

A Figura 1 representa amplamente as principais características de cada componente, ou seja, os descritores em um hexágono regular no qual os vértices representam os níveis ideais de cada adequação. Já o hexágono irregular permite medir cada nível (baixo, médio ou alto) de acordo com o resultado da análise realizada. As adequações epistêmica e cognitiva encontram-se na base do hexágono, relacionando-se aos conhecimentos específicos sobre o processo de ensino-aprendizagem.

**Figura 1:** Critérios da adequação didática

Fonte: (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p. 24)

A seguir, apresentaremos as contribuições de alguns autores que nos permitiram utilizar a adequação didática no *Livro Aberto de Matemática*.

### 3.2.2 A adequação didática no livro didático

Burgos, Castillo e Godino (2021) concluíram que a pesquisa sobre a análise de livros didáticos é uma boa referência para identificar e organizar padrões bem estabelecidos de adequação didática na comunidade científica. A utilização da ferramenta “adequação didática” permitiu que analisássemos, neste trabalho, um tópico específico a partir dos gráficos estatísticos.

Neste caso, não se trata de abordar a análise global de um livro didático, do ponto de vista pedagógico, mas sim a análise didática do desenvolvimento de um tema específico. Para tal, é necessário construir um guia que oriente a análise de uma forma geral, e posteriormente adaptar esse guia a um tópico específico da matemática (BURGOS; CASTILLO; GODINO, 2021, p. 6, tradução nossa).

Como contribuição, os autores sugerem aspectos que permitem identificar os seis componentes, subcomponentes e indicadores de cada adequação didática de forma detalhada em quadros. Os Quadros 1 ao 6 sofreram modificações em cada adequação e seus indicadores, ou seja, foram reanalisados e enriquecidos pelos autores para se adequarem a análise de um livro didático. Nessa perspectiva, surge um modelo que nos permitiu investigar o *Livro Aberto de Matemática* por meio da Teoria da Adequação Didática (BREDA; FONT; PINO-FAN, 2018; GODINO, 2013; GODINO *et al.*, 2012).

**Quadro 1:** Componentes, subcomponentes e indicadores da adequação epistêmica

<b>Componentes</b>	<b>Subcomponentes</b>	<b>Indicadores</b>
<b>Significados</b>	Problemas	Se é apresentada uma amostra representativa e articulada de situações-problemas que permitam contextualizar, exercitar, expandir e aplicar conhecimentos matemáticos, oriundos da própria matemática. São propostas situações de geração de problemas (problematização).
	Linguagens	Se usa um amplo repertório de representações (verbal, gráfica, material, icônica, simbólica...) é usado para modelar problemas e ideias matemáticas, analisando a relevância e o potencial de um ou outro tipo de representação e realizando processos de tradução entre eles. O nível de linguagem apropriada para os alunos aos quais se dirige. Se é promovida a construção, o aprimoramento e o uso de representações para organizar, interpretar e registrar ideias.
	Conceitos	Se os conceitos fundamentais da disciplina são apresentados de forma clara e correta e se adaptam ao nível educacional para o qual se dirigem. Se são propostas situações em que os alunos tem que gerar ou negociar definições.
<b>Significados</b>	Proposições	Se as proposições fundamentais da disciplina são apresentadas de forma clara e correta e se são adaptadas ao nível de ensino a que se dirigem. Se apresentam situações em que os alunos tem que gerar ou negociar proposições.
	Procedimentos	Se os procedimentos fundamentais da disciplina são apresentados de forma clara e correta e são adaptados ao nível educacional para o qual se destinam. Se é proposto situações em que os alunos tenham que gerar ou negociar procedimentos.

	Argumentos	<p>Se as proposições e procedimentos são explicados e argumentados (justificados e demonstrados) de forma adequada de acordo com o nível educacional ao qual se dirigem.</p> <p>Se a justificativa de afirmações e proposições matemáticas por meio de vários tipos de raciocínio e métodos de testes é favorecida.</p>
<b>Relações</b>		<p>Se os objetos matemáticos (problemas, definições, proposições, etc.) estão relacionados e conectados uns aos outros.</p> <p>Se os vários objetos que intervêm nas práticas matemáticas são identificados e articulados.</p>
<b>Processos</b>	Comunicação, argumentação	<p>Se são promovidas situações em que o aluno tenha que argumentar (descrever, explicar verificar) e formular conjecturas sobre relações matemáticas, investigá-las e justificá-las.</p> <p>Se são propostas situações que permite o aluno comunicar-se utilizando uma linguagem matemática para expressar suas ideias com precisão.</p> <p>Se são propostas situações onde o aluno pode analisar e avaliar o pensamento matemático e as estratégias de outras pessoas.</p>
	Modelagem	<p>Se são propostas situações que permitam ao aluno utilizar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas (identificar, selecionar características de uma situação, representá-las simbolicamente, analisar e raciocinar o modelo, reconhecer as características da situação, a precisão e as limitações do modelo).</p> <p>Se o uso da tecnologia e o uso de funções para modelar padrões de mudança quantitativa são promovidos.</p>
	Generalização	<p>Se são promovidas situações em que os alunos têm a oportunidade de descrever, explicar e fazer generalizações e conjecturas de padrões geométricos e numéricos.</p>
<b>Conflitos epistêmicos</b>		<p>Se o conteúdo, situações-problemas e suas soluções, conceitos, proposições, linguagem, etc. São apresentados corretamente, sem erros, contradições, ambiguidades.</p>

Fonte: (BURGOS; CASTILLO; GODINO, 2021, p. 12, tradução nossa)



**Quadro 2:** Componentes e indicadores da adequação cognitiva

<b>Componentes</b>	<b>Indicadores</b>
<b>Relações</b>	As experiências (situações, exemplos, explicações...) propostas permitem avaliar se o aluno estabelece relações ou conexões entre objetos matemáticos e entre os seus significados correspondentes.
<b>Conhecimentos prévios</b>	Se os conhecimentos prévios necessários ao estudo do tema estão contemplados no texto. Se o conteúdo pretendido é alcançável (tem uma dificuldade administrável) em seus vários componentes.
<b>Diferenças individuais</b>	Se as atividades de extensão e reforço estão incluídas. Se o acesso, desempenho e suporte para todos os alunos são promovidos.
<b>Conflitos cognitivos</b>	Se o erro é valorizado como fonte de aprendizagem. Se possíveis conflitos dos alunos são antecipados.
<b>Avaliação</b>	Se instrumentos de avaliação, autoavaliação, são propostos. Se os resultados das avaliações são incentivados a serem divulgados e utilizados para tomadas de decisões. Se os vários modos de avaliação incluídos no texto são adequados para avaliar se os alunos alcançam a apropriação do conhecimento, entendimento, e competências pretendidas (compreensão conceitual e proposicional; competência comunicativa e argumentativa; fluência processual; compreensão situacional; competência de modelagem e generalização, competência metacognitiva). Se a avaliação leva em consideração diferentes níveis de compreensão e competência.

Fonte: (BURGOS; CASTILLO; GODINO, 2021, p. 14, tradução nossa)

**Quadro 3:** Componentes e indicadores da adequação afetiva

<b>Componentes</b>	<b>Indicadores</b>
<b>Atitudes</b>	<p>Se é promovida a participação ativa nas atividades, perseverança, responsabilidade, etc. Para encorajar uma atitude estatística.</p> <p>Se o argumento é favorecido em situações de igualdade, o valor de um argumento não depende de quem o diz.</p> <p>Se a flexibilidade para explorar ideias estatísticas e métodos alternativos para a resolução de problemas é encorajada.</p>
<b>Emoções</b>	<p>Se o trabalho e o conteúdo correspondente são de interesse dos alunos.</p> <p>Se existem elementos motivadores; ilustração, humor, poesia, charadas, etc.</p> <p>Se o raciocínio lógico, ideias originais ou trabalho útil, prático ou realista são incentivados e aprimorados.</p> <p>Se os momentos específicos são agendados ao longo das sessões para que os alunos possam expressar as suas emoções face às situações propostas.</p> <p>Se a autoestima é promovida, evitando rejeição, fobia, medo da estatística.</p>
<b>Crenças</b>	<p>Se são analisadas e consideradas as crenças sobre a estatística, sobre a metacognição dos alunos, sobre o ensino da matemática e sobre o contexto social em que desenvolvem a aprendizagem.</p>
<b>Valores</b>	<p>Se o aluno é incentivado a valorizar as qualidades de estética, precisão e utilidade da estatística na vida cotidiana e profissional.</p>
<b>Avaliação afetiva</b>	<p>Se são propostas atividades de avaliação que permitam avaliar os aspectos afetivos do ensino e da aprendizagem.</p>

Fonte: (BURGOS; CASTILLO; GODINO, 2021, p. 16, tradução nossa)

**Quadro 4:** Componentes e indicadores da adequação interacional

Componentes	Indicadores
<b>Interação autor-aluno</b>	<p>Se o autor faz uma apresentação adequada do tema (apresentação clara e organizada, enfatiza os conceitos-chave do tema, etc.)</p> <p>Se são promovidas situações que em que se busca o consenso com base no melhor argumento.</p> <p>Se vários dispositivos retóricos e argumentativos são usados para envolver e capturar a atenção dos alunos.</p> <p>Se a inclusão dos alunos na dinâmica da exposição é promovida ou facilitada.</p>
<b>Interações do aluno</b>	<p>Se são propostas as tarefas que favoreçam o diálogo, a comunicação e o debate entre os alunos, nas quais diferentes pontos de vista são explicados, justificados e questionados com recurso e argumentos estatísticos.</p> <p>Se são apresentadas situações em que os alunos devem convencer a si próprios e ao outros da validade das suas afirmações, conjecturas e respostas, com base em argumentos estatísticos.</p>
<b>Autonomia</b>	<p>Se há momentos em que os alunos assumem a responsabilidade pelo estudo (fazer perguntas e apresentar soluções; explorar exemplos e contraexemplos para investigar e conjecturar; usar uma variedade de ferramentas para raciocinar, fazer conexões, resolver problemas e se comunicar).</p>
<b>Teste formativo</b>	<p>Se estão incluídas formas de avaliação que permitem a observação sistemática e contínua do processo cognitivo dos alunos.</p> <p>Se a avaliação é vista como um processo a serviço do ensino e da aprendizagem (serve de <i>feedback</i> aos alunos).</p> <p>Se é contemplada a utilização de várias técnicas de avaliação (resolução de problemas, tarefas práticas,)</p> <p>Se estão incluídas atividades de autoavaliação, coavaliação e heteroavaliação.</p> <p>Se a avaliação é consistente com os objetivos de aprendizagem (tarefas semelhantes a situações de aprendizagem estão incluídas).</p>

Fonte: (BURGOS; CASTILLO; GODINO, 2021, p. 18, tradução nossa)

**Quadro 5:** Componentes e indicadores da adequação mediacional

<b>Componentes</b>	<b>Indicadores</b>
<b>Recurso materiais</b>	Se é promovida a utilização de materiais manipulativos, audiovisuais e informáticos que permitam introduzir boas situações, linguagens, procedimentos, argumentos adequados ao conteúdo pretendido. Se as definições e propriedades são contextualizadas e motivadas usando situações, modelos e visualizações concretas. Se as fontes utilizadas são explicitadas e diversas.
<b>Tempo</b>	Se é proposto espaço de tempo suficiente para os conteúdos que apresentam maior dificuldade de compreensão. Se o tempo de sequenciamento das atividades e conteúdo é adequado.

Fonte: (BURGOS; CASTILLO; GODINO, 2021, p. 18, tradução nossa)

**Quadro 6:** Componentes e indicadores da adequação ecológica

<b>Componentes</b>	<b>Indicadores</b>
<b>Adaptação ao currículo</b>	Se os objetivos, conteúdos, seu desenvolvimento e avaliação correspondem a diretrizes curriculares.
<b>Abertura a inovação</b>	Se possui a inovação baseada na pesquisa e prática reflexiva.
<b>Adaptação socioprofissional</b>	Se os conteúdos contribuem para a formação socioprofissional dos alunos.
<b>Educação em valores</b>	Se é contemplada a formação em valores democráticos (respeito à diversidade, tolerância, integração, cooperação, consciência ambiental, pacifismo, outros valores e preconceitos) e oportunidades para que os alunos questionem o que é aparentemente evidente ou dado como natural (pensamento crítico).
<b>Conexões intra e interdisciplinares</b>	Se os conteúdos estão relacionados com outros conteúdos intra e interdisciplinares (temas transversais, história da Estatística, outros)

Fonte: (BURGOS; CASTILLO; GODINO, 2021, p. 19, tradução nossa)

Esse modelo deve ser entendido como uma ferramenta que auxilia o docente sobre o material utilizado em sala de aula e sobre a melhor decisão quanto às atividades apresentadas no processo de ensino e de aprendizagem. Conseqüentemente, os autores definem o modelo como um instrumento de análise sistemática e reflexiva que os professores podem utilizar para detectar as características do livro didático e as possíveis combinações com outros recursos para uma aprendizagem significativa e eficiente (BURGOS; CASTILLO; GODINO, 2021).

#### 4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresentaremos o método utilizado para responder os objetivos desta pesquisa, uma vez que analisamos os gráficos estatísticos presentes em todas as atividades, exemplos e exercícios do Projeto Livro Aberto de Matemática (Capítulos “A Natureza da Estatística” e “Medidas de Posição e Dispersão”), bem como os motivos pelos quais escolhemos esse material e respectivo referencial teórico, contribuindo com o professor de Matemática em sala de aula.

##### 4.1 O LIVRO ABERTO DE MATEMÁTICA

Ainda que a produção do *Livro Aberto de Matemática* não seja o objeto da nossa pesquisa, vale ressaltar que a sua produção se diferencia dos livros utilizados na Educação Básica, uma vez que vários professores, de todos os níveis da Educação nacional, contribuem, de forma cooperativa, para a sua elaboração.

De acordo com os idealizadores, a elaboração do *Livro Aberto de Matemática*

É um esforço de professores da Educação Básica e Superior, assim como de entusiastas, para produzir coleções de livros didáticos de Matemática, voltadas para Educação Básica, construídas de maneira colaborativa, fortemente baseadas em trabalhos de pesquisa em Educação e Ensino de Matemática (SIMAS; TEXEIRA, 2021, p. 1).

O *Livro Aberto de Matemática* é uma iniciativa aberta, gratuita e em constante evolução. Uma vez trabalhado com os alunos, permite que o professor contribua com críticas e observações para a melhoria do livro.

A colaboração se dará através de uma Plataforma explicando a filosofia do projeto, onde será possível visualizar, baixar e comentar o texto já produzido. Após cadastrar-se, o visitante também poderá editar o texto no próprio site,

assim como na Wikipédia. Com a diferença que neste projeto todas as edições serão avaliadas pela equipe de revisão (SIMAS; TEXEIRA, 2021, p. 1).

O Projeto contribui para a melhoria do material utilizado pelo professor, compatibilizando-o com a sua realidade e de seus alunos; cada capítulo do *Livro Aberto de Matemática* conta com a participação de especialistas no assunto. Os capítulos “A Natureza da Estatística” e “Medidas de Posição e Dispersão”, incluídos no livro *Estatística e Probabilidade*, obtiveram a contribuição de estatísticos profissionais, diferente de outros livros aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), quando os autores possuem, geralmente, formação geral.

Dentre os objetivos do Projeto Livro Aberto de Matemática, encontramos:

a) Produzir coleções de livros didáticos de Matemática para a Educação Básica com código aberto, impresso e digital, de livre distribuição, permitindo derivações contendo volumes para os estudantes e respectivos manuais de professores nos moldes do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

b) Desenvolver e manter uma plataforma digital contendo um ambiente de elaboração onde os professores possam visualizar, copiar e colaborar com a coleção.

c) Desenvolver um ambiente de colaboração em rede para que professores troquem experiências de sala de aula e discutam questões curriculares.

d) Impactar positivamente na qualidade dos livros didáticos de Matemática utilizados nas escolas públicas da Educação Básica, mesmo naqueles produzidos por outras editoras.

e) Reduzir os preços das coleções de livros didáticos de Matemática no Brasil.

f) Conseguir adesão de diversos professores das escolas de Educação Básica para a ideia de “Educação Aberta” e para estas coleções.

g) Estabelecer uma metodologia e plataforma de cooperação para produção de material didático que possam ser reproduzidos em projetos análogos para outras disciplinas.

Sobre os direitos autorais do *Livro Aberto de Matemática*, a Licença *Creative Commons* permite que pesquisadores e educadores responsáveis pelo Projeto renunciem aos direitos reservados, de forma que as instituições de ensino divulguem e distribuam o material gratuitamente, incentivando o domínio público. A licença permite que outros adaptem o livro, o implementem e construam livremente sobre o trabalho original, desde que usem o IMPA como referência, responsável pelo projeto.

Em 2019, foi realizado o Curso de Extensão, *Probabilidade e Estatística no Ensino Médio*, voltado para professores da escola básica, uma jornada oferecida pela Associação Livro Aberto de Matemática com auxílio financeiro da Fundação Itaú Social. Tive a chance de estudar com os autores e revisores do Projeto, incluindo professores da universidade e da Educação Básica. Nossos encontros eram quinzenais e muito produtivos, com rodas de conversas, discussões, resolução de atividades e sugestões sobre o material. A partir dessa prática conseguimos compreender, analisar e aplicar o material em sala de aula, além de contribuir para a melhoria do Projeto. Essa experiência motivou a utilização dos gráficos estatísticos do *Livro Aberto de Matemática* (Capítulos “A natureza da Estatística” e “Medidas de Posição e Dispersão”) como objeto de pesquisa para esta dissertação de mestrado.

#### 4.2 A AMOSTRA UTILIZADA

Para responder os objetivos desta pesquisa, e identificar todos os gráficos apresentados nos dois capítulos analisados, avaliaremos o *Livro Aberto de Matemática: repensando o ensino de matemática através de uma iniciativa aberta e colaborativa*, por propor a melhoria da qualidade do livro didático.

Atualmente, o site oferece várias versões, incluindo a do aluno, a do professor com comentários e uma versão em html com as resoluções dos exercícios e atividades.

Além disso, o site também disponibiliza o material completo em “pdf” para *download*, e um vídeo de apresentação realizado no Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio (PAPMEM/IMPA), de 2019. Esta pesquisa analisa as duas versões, para professores e alunos, no entanto nosso enfoque abrange a versão voltada para o aluno, cuja última atualização foi em 10 de dezembro de 2020.

O primeiro passo para executar a pesquisa consiste em analisar e, portanto, avaliar todos os gráficos apresentados no “Projeto Livro Aberto de Matemática”, referente à unidade temática estatística e probabilidade voltado para o Ensino Médio. Nossa análise abrangerá apenas dois capítulos: “A Natureza da Estatística” e “Medidas de Posição e Dispersão”. Cada capítulo analisado possui uma estrutura e divide-se em três seções principais:

**Explorando.** Nessa seção, o aluno é incentivado a conhecer, trabalhar e identificar as ideias fundamentais estudadas por meio de atividades introdutórias.

**Organizando.** São apresentados os conceitos básicos e definições do que foi estudado em cada capítulo.

**Praticando.** Tanto o aluno quanto o professor realizam e discutem as atividades propostas sobre o bloco estudado anteriormente.

O material segue com as seguintes seções complementares:

**Para refletir.** Nessa seção, o aluno é convidado a refletir sobre o que foi discutido na atividade anterior. Além disso, é provocado a pensar sobre outras questões, e que tipo de procedimentos utilizaria para resolvê-las, não necessariamente ligadas à atividade anterior: demonstrar que existe diferenças entre proposições matemáticas e estatísticas.

**Para saber +.** A seção aprofunda o conteúdo estudado, seja por meio de demonstrações, cálculos de medidas resumo, ou no cuidado ao selecionar uma amostra adequada.

**Material suplementar.** O livro contribui com indicações de vídeos, sites e aplicativos sobre Estatística de um modo geral.

**Exercícios gerais.** No final de cada capítulo são propostos de 14 a 20 exercícios de exames nacionais, vestibulares, entre outros.

Em apenas um dos capítulos do livro, A Natureza da Estatística, existem duas seções “**projeto aplicado**” e “**você sabia?**”. Na primeira seção há a sugestão de um roteiro proposto a alunos e professores para uma pesquisa estatística; a segunda serve de complemento, aprofundamento ou até mesmo objeto de curiosidade sobre os aspectos estudados.

#### 4.3 A METODOLOGIA DAS ANÁLISES

Esta pesquisa caracterizou-se como sendo exploratória e de abordagem qualitativa; a principal finalidade foi desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, a partir da formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores (GIL, 2008), além de permitir a proposição de trabalhos que explorassem novos enfoques (GODOY, 1995), como o enfoque teórico-metodológico, baseado em princípios descritivos e interpretativos.

Para analisar os gráficos estatísticos de forma adequada, dividimos as seções em três categorias:



### *Categoria 1 – Tipos de gráfico*

Existem diversos tipos de gráficos estatísticos utilizados para traduzir diferentes tipos de dados (ARTEAGA *et al.*, 2011), uma vez que depende do tipo de variável, como a qualitativa nominal ou ordinal; a quantitativa discreta ou contínua; e o número de variáveis correspondentes (univariada, bivariada e multivariada).

Frequentemente nos deparamos com gráficos que representam duas ou mais variáveis (ARTEAGA *et al.*, 2011), como os gráficos de barras lado a lado (ou empilhados); gráficos de linhas; histogramas de frequência; e gráficos de multiponto. Nesta pesquisa, investigaremos os gráficos estatísticos mais utilizados na Educação Básica e nos meios de comunicação de acordo com Artega (2011); nos dois capítulos foram analisadas todas as representações gráficas.

### *Categoria 2 – Os níveis de leitura*

Para Díaz-Levicoy (2014), os gráficos estatísticos são representações de informações (dados) que utilizam elementos geométricos (pontos, segmentos, comprimentos, áreas etc.); a competência gráfica implica em dominar os conhecimentos estatísticos (variável, tipo de frequência etc.) e outros conteúdos da Matemática escolar (porcentagens, frações, proporcionalidades, entre outros).

Apresentamos três níveis de leitura (CURCIO, 1989), e um outro nível acrescentado depois (FRIEL; CURCIO; BRIGHT, 2001), ou seja, níveis de dificuldade extraídos por meio de perguntas que exigem a leitura de cada gráfico estatístico: “Ler os dados”; “Ler dentro dos dados”; “Ler além dos dados”; e “Ler por trás dos dados”.

### *Categoria 3 – Os critérios da adequação didática e seus descritores*

A abordagem do Enfoque Ontossemiótico (EOS) do Conhecimento e da Instrução Matemática pode ser utilizada para analisar o livro didático por meio da adequação didática, ferramenta do EOS.

Com base no fato de que a análise de livros didáticos devem ser umas das competências contempladas na formação de professores, e que são poucos os trabalhos anteriores que contemplem uma análise global da aula de um livro didático para o tópico específico, consideramos relevante estabelecer um guia que permita ao futuro professor ou professor em exercício ter orientações para

analisar a adequação didática de uma aula de um livro didático para abordar um tópico específico (BURGOS; CASTILLO; GODINO, 2021, p. 3, tradução nossa).

A adequação didática é um instrumento que pode ser utilizado pelo professor para refletir sobre a própria prática (BREDA, FONT, PINO-FAN, 2018). Os critérios de adequação didática são úteis *a priori* e *a posteriori*, uma vez que permitem o adequado desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem a partir das seguintes componentes ou características, como a adequação epistêmica; adequação cognitiva; adequação interacional, adequação mediacional, adequação emocional/afetiva e a adequação ecológica.

De forma resumida, verificamos os tipos de gráficos existentes no material, os níveis de leitura propostos nos gráficos e a adequação didática contida na atividade; além disso, construímos tabelas de frequência (%) para os gráficos, tabelas de frequência e porcentagem para os níveis de leitura e adequação didática com base nos componentes. Utilizamos também um quadro com os níveis nomeados como baixo, médio e alto, a partir do uso de cores: vermelho (Baixo); verde (Médio); e azul (Alto), respectivamente. Para diferenciá-los, construímos um hexágono para representar atividades e exercícios adaptados segundo as contribuições de Castillo, Burgos e Godino (2021). Há também um quadro mais detalhado composto por todos os componentes, subcomponentes e indicadores de cada adequação apresentada. De forma mais detalhada, analisamos, respectivamente, a primeira atividade dos capítulos a “Natureza da Estatística” e “Medidas de posição e dispersão”, bem como seus resultados.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES PARCIAIS

Os gráficos estatísticos são ferramentas de visualização de dados utilizados em todas as áreas de pesquisa; o objetivo é tornar as informações mais simples e fáceis de serem compreendidas. Os gráficos são usados na ciência como pontes entre dados experimentais e formalizações científicas, ou seja, determinam as relações entre as variáveis que intervêm nos fenômenos (ARTEAG *et al.*, 2011).

De maneira geral, um gráfico estatístico difere de um gráfico matemático. Geralmente, um gráfico matemático se relaciona a uma função cuja *variável matemática* está definida por uma lei de correspondência, sendo representado por um plano cartesiano com abscissas na horizontal e ordenadas na vertical. Já a variabilidade é uma particularidade da Estatística; cada gráfico construído irá depender da classificação da variável, que possui uma natureza qualitativa-categórica (nominal/ordinal) ou quantitativa-numérica (discreta/contínua). São exemplos de variáveis qualitativas (ou categóricas), o tipo sanguíneo, o nome, o sexo e o nível de instrução de um indivíduo; os gráficos possíveis são: barras/colunas, setores e pictogramas, enquanto a idade, a altura, o número de irmãos e a temperatura são variáveis quantitativas (ou numéricas); os gráficos possíveis são: histogramas, linhas, caixas/boxplot e pontos/dotplot.

### 5.1 TIPOS DE GRÁFICOS

No *Livro Aberto de Matemática* foram encontrados 55 gráficos estatísticos, entre exemplos, atividades e exercícios. Como mencionado na Categoria 1, Arteaga *et al.* (2011) reforça a existência de diversos tipos de gráficos estatísticos utilizados para traduzir diferentes tipos de dados dependendo, de um modo geral, de suas variáveis. Analisamos os gráficos (ARTEAGA *et al.*, 2011) denominados como elementares, e ainda há outros presentes nos livros didáticos utilizados na Educação Básica (gráfico de barras, gráfico de linhas, pictogramas, gráfico de setores ou pizza, ramos e folhas, gráfico de pontos/dotplot, histograma, boxplot e dispersão). A Tabela 1, a seguir, apresenta a frequência dos tipos de gráficos observados nos dois capítulos analisados nesta pesquisa: “A natureza da Estatística” e “Medidas de posição e dispersão”.

**Tabela 1:** Frequência e porcentagem dos tipos de gráficos observados no *Livro Aberto de Matemática*

<b>TIPO DE GRÁFICO</b>	<b>A NATUREZA DA ESTATÍSTICA Frequência (%)</b>	<b>MEDIDAS DE POSIÇÃO E DISPERSÃO Frequência (%)</b>
Barras	11 (36,65)	0 (0)
Linhas	6 (20)	1 (4)
Pictograma	0 (0)	0 (0)
Setores ou pizza	4 (13,35)	0 (0)
Histograma	6 (20)	9 (36)
Ramos e folhas	1 (3,35)	1 (4)
Pontos (dotplot)	2 (6,65)	2 (8)
Boxplot	0 (0)	11 (44)
Dispersão	0 (0)	0 (0)
Não identificado	0 (0)	1 (4)
Total	30 (100)	25 (100)

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

No primeiro capítulo (“A Natureza da Estatística”), o gráfico de maior predominância é o de barras (36,65%), seguido pelos gráficos de linha e histograma (ambos 20%); os menos frequentes são os gráficos de setores ou pizza (13,35%), seguidos pelos gráficos de pontos/dotplot (6,65%), e ramos e folhas (3,35%). Os gráficos não encontrados no capítulo foram pictograma, boxplot e dispersão. Já no segundo capítulo (“Medidas de Posição e Dispersão”), o gráfico de maior predominância foi o boxplot (44%), seguido pelo histograma (36%); os menos frequentes são o gráfico de pontos/dotplot (8%), ramos e folhas (1%), gráfico de linhas (1%) e um não identificado (1%).

É fundamental mencionar os critérios que nos levaram a inserir os gráficos de dispersão e o pictograma na tabela acima. O pictograma possui um grande apelo visual e é um gráfico bastante utilizado em revistas, folhetos e mídias em geral por ser considerado menos abstrato e de fácil apresentação para um indivíduo comum; geralmente é utilizado para variáveis qualitativas cujas barras ou colunas são substituídas por imagens.

É essencial refletirmos sobre a variável e o gráfico adequado para representar imagens, uma vez que os gráficos (barras, setores ou pizza) não se encontram no Capítulo “Medidas de posição e dispersão” por representarem variáveis qualitativas. Neste momento, questionamos o gráfico de dispersão, que compara duas variáveis quantitativas

e respectivas correlações, um instrumento enriquecedor para discutir a variabilidade, que até o momento não foi contemplado em nenhum dos dois capítulos analisados.

Para melhor entendimento sobre os gráficos de maior frequência em ambos os capítulos, detalharemos a seguir.

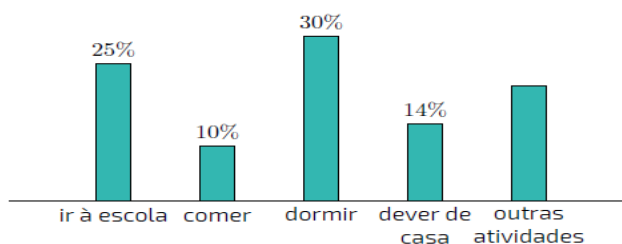
### Gráfico de barras

Arteaga *et al.* (2011) define o gráfico de barras como uma representação que se utiliza da distribuição de frequências de variáveis categóricas (nominais ou ordinais), variáveis quantitativas discretas, ou até mesmo contínuas se forem discretizadas, e distintos intervalos de valores modificados para categorias. Os gráficos podem ser construídos na horizontal (barras) ou na vertical (colunas); nesta pesquisa, consideramos apenas o “gráfico de barras”, independente da direção. Defendemos que esse gráfico se aplica apenas a variáveis qualitativas. Ao construir um histograma, se sua variável for quantitativa discreta, é comum confundi-lo com o gráfico de barras, sendo relevante mencionar que a medida da largura de cada barra não é importante assim como é natural utilizar porcentagens e frequências absolutas e relativas.

Encontramos um exercício (Figura 2) no Capítulo “A Natureza da Estatística”, que discute sobre o tempo que um determinado estudante leva em suas atividades durante o dia; a tarefa trabalha com conversões e porcentagens.

**Figura 2:** Exemplo do gráfico de barras

**16** (UF-AM) O gráfico a seguir mostra quanto tempo um estudante gasta com suas atividades durante o dia.



A quantidade de horas gastas pelo estudante com outras atividades em um dia é de:

- a) 2,25h      b) 3,02h      c) 3,57h      d) 5,04h      e) 6,70h

Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; RANGEL, 2020, p. 48)

### Gráfico de linhas

Quanto ao gráfico de linhas, Arteaga *et al.* (2011) define como uma representação que se utiliza da distribuição de frequências de uma variável categórica, ou uma variável quantitativa discreta ou contínua; nesse caso, o gráfico usa pontos isolados conectados a

linhas com o objetivo de demonstrar a mudança de valor ao longo do tempo. No Capítulo “Medidas de Posição e Dispersão”, seção *Explorando* (Figura 3), encontramos uma atividade intitulada “Estratégia de investimentos”, que demonstra o investimento sobre a compra e venda de ações de empresas por uma corretora. A tarefa supõe a oportunidade de investir o dinheiro em duas companhias (A e B), observando-se as cotações ao longo de dez semanas.

**Figura 3:** Exemplo do gráfico de linhas  
Cotação das Ações

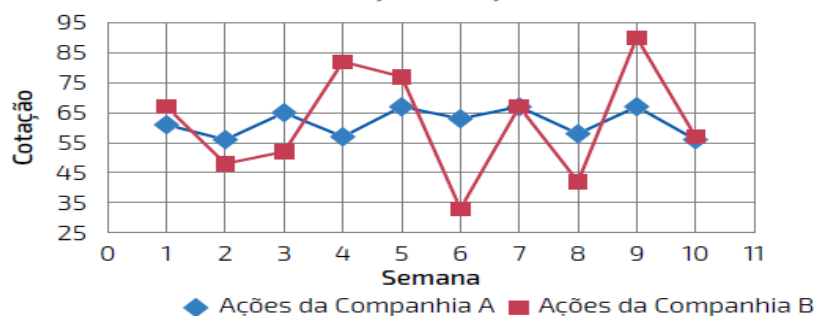


Figura 1.23: Gráficos de linha da cotação das ações

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
A	61	56	63	57	67	63	67	58	67	56	615
B	67	48	52	82	77	33	67	42	90	57	615

Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; SOTO, 2020, p. 32)

### Histograma

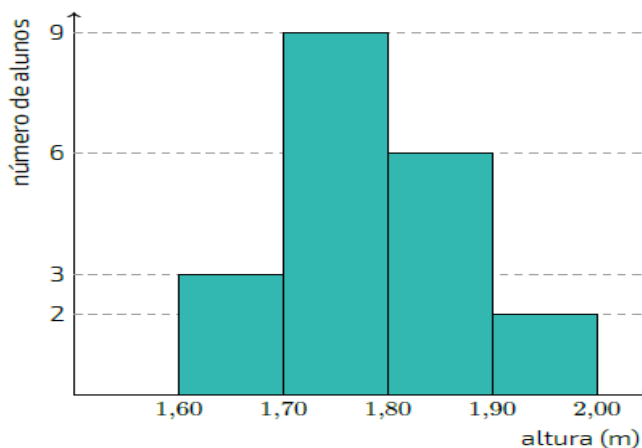
O histograma é definido como um gráfico utilizado para representar variáveis quantitativas contínuas, ou quando temos dados quantitativos discretos com valores muito altos (ARTEAGA *et al.*, 2011). O autor menciona uma desvantagem: a informação pode ser perdida, uma vez que nem todos os dados originais são retratados. No próprio *Livro Aberto de Matemática*, seção *Explorando* e *Para refletir*, aborda-se a construção do histograma, auxiliando o leitor sobre o tema; já a seção *organizando* define o histograma com o gráfico de linhas e questiona os intervalos de classe considerados em cada agrupamento de dados.

O histograma é uma representação gráfica da distribuição de frequências de uma variável quantitativa contínua agrupada em intervalos usando retângulos adjacentes. Cada retângulo no histograma corresponde a um intervalo considerado e a razão da área desse retângulo em relação à área total do histograma deve ser igual à frequência relativa de casos desse intervalo (LANDIM *et al.*, 2020, p. 26).

No Capítulo “A Natureza da Estatística”, encontramos um exercício (Figura 4) que apresenta a altura dos alunos de uma turma e pede para calcular a mediana.

**Figura 4:** Exemplo de um histograma

**17** (UERJ-adaptada) Após serem medidas as alturas dos alunos de uma turma, elaborou-se o seguinte histograma:



Em um histograma, se uma reta vertical de equação  $x = x_0$  divide o histograma em duas partes de mesma área, então o valor de  $x_0$  corresponde à mediana da distribuição representada no histograma. Calcule a mediana das alturas dos alunos com base no histograma apresentado.

Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; RANGEL, 2020, p. 48)

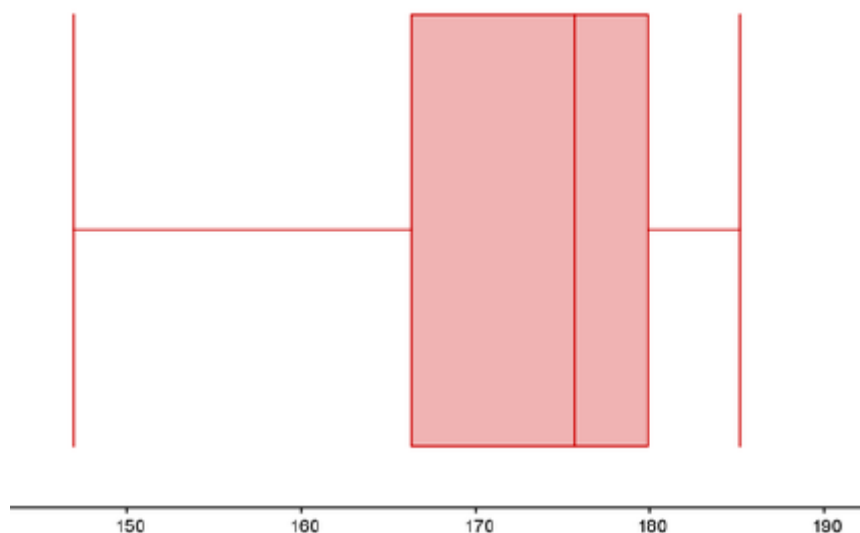
### *Boxplot*

Também conhecido como gráfico de caixa, o boxplot é utilizado para representar variáveis quantitativas discretas e contínuas. Basicamente, baseia-se em cinco valores numéricos: valor mínimo, primeiro quartil (Q1); segundo quartil (Q2/mediana); terceiro quartil (Q3); e valor máximo. O gráfico pode ser encontrado tanto na vertical como na horizontal, possui formato retangular e sua largura é irrelevante. A caixa acumula 50% dos dados centrais da distribuição e cada quartil determina a porcentagem da distribuição em partes iguais, ou seja: valores abaixo do 1º quartil (25%); abaixo do segundo quartil/mediana (50%); por fim, valores abaixo e acima do 3º quartil (75%) e (25%), respectivamente.

Todas as informações apresentadas em um único gráfico introduzem o assunto de forma coerente e gradativa, como uma alternativa ao histograma. Consideramos a apresentação do boxplot um diferencial no material, ainda pouco explorado na Educação Básica. No modelo do Capítulo “Medidas de Posição e Dispersão”, é apresentado a construção do boxplot; os 100 primeiros tempos de chegada (em minutos) na maratona

de Nova York na categoria mulheres (Figura 5). Com o mínimo de 146,88 e o máximo de 185,15 sem valores discrepantes.

**Figura 5:** Exemplo do boxplot sem valores discrepantes



Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; SOTO, 2020, p. 37)

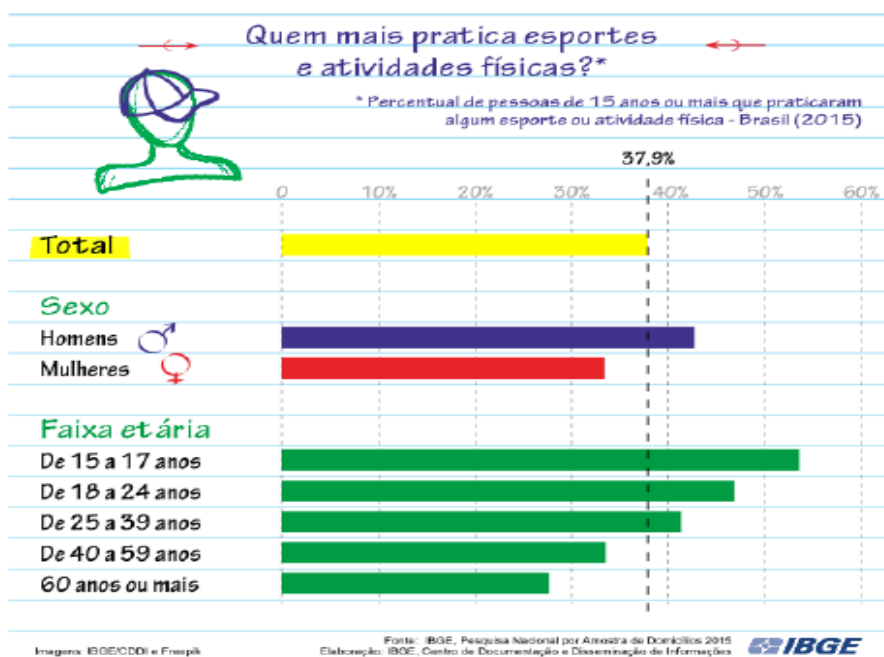
## 5.2 NÍVEIS DE LEITURA

Ainda que a compreensão e a leitura dos gráficos estatísticos dependam da competência e habilidade do aluno – como os níveis de leitura (CURCIO, 1989; FRIEL; CURCIO; BRIGHT, 2001) –, é fundamental que o docente analise a proposta oferecida por cada tipo de gráfico, de modo que o objetivo seja alcançado, isto é, que forneça informações significativas por meio de questionamentos.

### *Nível 1 – Ler os dados*

Na Figura 6 há um exemplo (Capítulo “A Natureza da Estatística”) de um infográfico que demonstra o percentual – entre homens e mulheres de 15 anos ou mais –, dos que praticam algum esporte ou atividade física, no Brasil, no ano de 2015. A primeira pergunta do infográfico se encaixa no “Nível 1” de leitura (ler os dados), pois permite apenas uma leitura direta sobre a porcentagem de pessoas que praticam algum esporte ou atividade física em um período de um ano (37,9%).



**Figura 6:** Exemplo de atividade “ler os dados”

Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; RANGEL, 2020, p. 7)

### Nível 2 – Ler dentro dos dados

Na Figura 7 a seguir, encontramos uma tarefa (Capítulo “A Natureza da Estatística”) que propõe a análise de três medicamentos para dor de cabeça. Dentre as perguntas propostas, pede-se que o aluno construa um diagrama de pontos (dotplot) para o tempo de cura de cada medicamento; em seguida, o aluno precisa identificar a dispersão por meio de cada gráfico construído, bem como os tempos médios de cura e amplitude, o que nos leva ao “Nível 2” de leitura (ler dentro dos dados), uma vez que o discente é motivado a comparar, interpretar e realizar pequenos cálculos para escolher o medicamento mais eficiente.

**Figura 7:** Exemplo de atividade “ler dentro dos dados”

## Comparação de medicamentos

### Atividade 2

Deseja-se comparar três medicamentos, X, Y e Z, no tratamento da dor de cabeça. Para isso 60 pacientes com perfis similares foram separados aleatoriamente em três grupos de 20 cada. Para cada grupo, será ministrado um dos medicamentos e observado o tempo de cura da dor de cabeça (em minutos). No quadro a seguir estão dispostos os dados obtidos.

medicamentos	tempo em minutos																			soma	
X	7	8	8	9	9	9	9	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	13	200
Y	7	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	12	13	13	14	14	15	15	16	18	240
Z	11	11	11	11	11	12	12	12	12	12	12	12	12	12	13	13	13	13	13	13	240

- Organize as informações apresentadas no quadro acima em diagramas de pontos. Utilize uma folha de papel quadriculada, usando a mesma escala.
- A partir dos diagramas construídos, identifique o grupo que apresentou maior dispersão dos tempos de cura com base na amplitude.

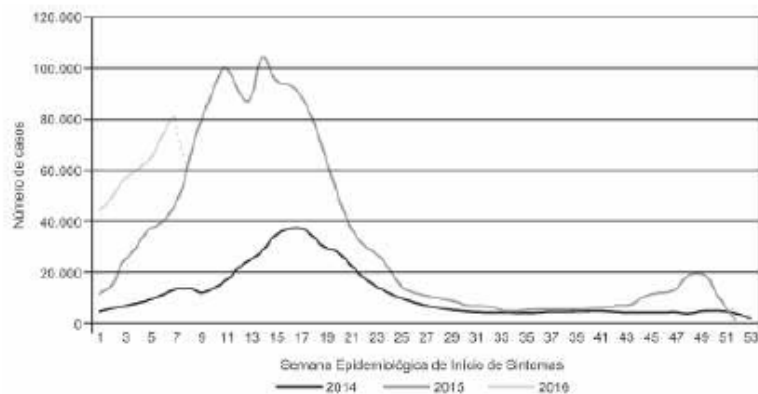
Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; RANGEL, 2020, p. 4)

### Nível 3 – Ler além dos dados

Na Figura 8 encontramos uma seção de exercícios (Capítulo “A Natureza da Estatística”). A atividade apresenta um gráfico de linha que fornece um Boletim Epidemiológico sobre os casos de dengue no Brasil, entre os anos de 2014-2015, e início de 2016. O aluno é questionado sobre o comportamento do gráfico, número de casos e em que semana do ano de 2016 espera-se o maior número de casos de dengue? Por quê? Este é um contexto que abrange o “Nível 3” de leitura (ler além dos dados), uma vez que é possível inferir que, em anos anteriores, na 13ª semana e na 17ª semana houve um aumento do número de casos.

**Figura 8:** Exemplo de atividade “ler além dos dados”

(UFPA 2016 - adaptado) O gráfico a seguir, retirado do Boletim Epidemiológico 16 de 2016 do Ministério da Saúde, registra os casos de dengue por semana, no Brasil, nos anos de 2014, 2015 e início de 2016.



Fonte: Sisan Online (atualizado em: \*13/07/2015; \*\*04.01.2016; \*\*07/03/2016). Dados sujeitos a alteração.

Figura – Casos prováveis de dengue, por semana epidemiológica de início de sintomas, Brasil, 2014\*, 2015\* e 2016\*.

Com base no gráfico apresentado,

- o número de casos de dengue tem comportamento crescente próximo da vigésima segunda semana?
- os dados das 7 primeiras semanas de 2016 indicam uma diminuição do número de casos em relação a 2014 e 2015?
- no ano de 2015 houve mais de um milhão de casos?
- o maior número de casos ocorre em cada ano na décima quarta semana?
- em torno de que semana do ano 2016 é esperado o maior número de casos de dengue? Por que?

Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; RANGEL, 2020, p. 44)

#### Nível 4 – Ler por trás dos dados

Na Figura 9 a seguir, encontramos uma atividade (Capítulo “A Natureza da Estatística”) que propõe ao aluno analisar o valor da inflação da alimentação acumulada nos meses de agosto de 2016 a agosto de 2017. As informações são exibidas em um gráfico de barras sem demonstrar as respectivas frequências; no entanto, como alternativa, propõe a construção de um gráfico de linhas para melhor representar os dados, ou seja, irá requerer um conhecimento não matemático (dados contextualizados) do aluno. O gráfico se enquadra no “Nível 4” (ler por trás dos dados) e o discente consegue reconhecer a existência de várias formas de usar as barras.

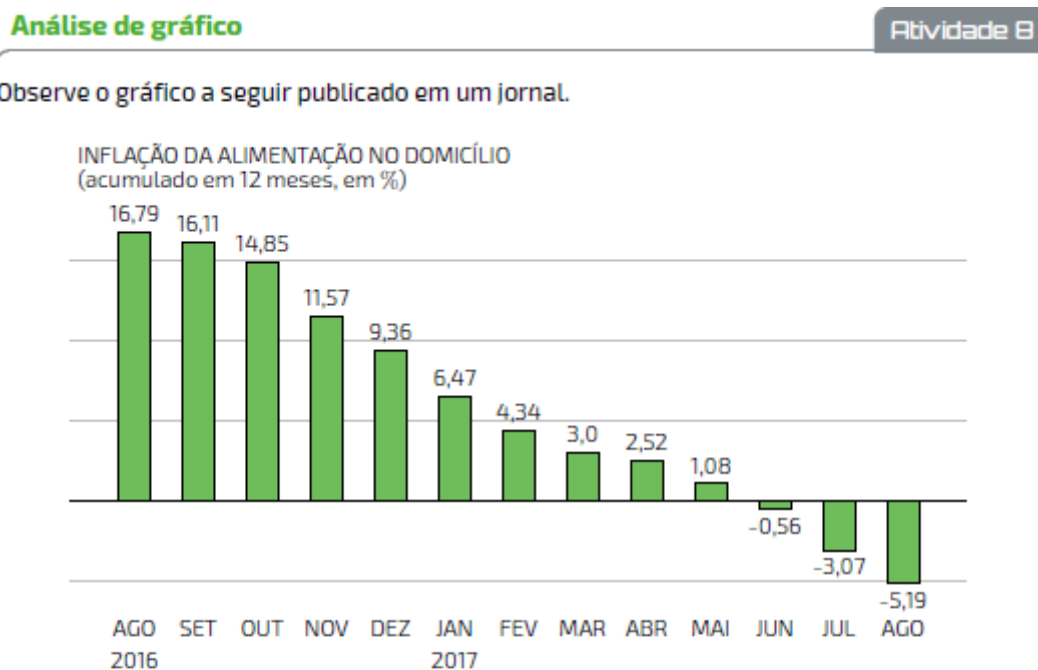
**Figura 9:** Exemplo de atividade “ler por trás dos dados”

Figura 1.11: Inflação da alimentação acumulada nos últimos 12 meses (Fonte: IBGE)

- Como você classificaria esse gráfico?
- Qual é a informação representada pelo comprimento da barra nesse gráfico?
- Que tipo(s) de variável(is) ele está representando?
- Construa um gráfico diferente para representar a mesma informação, marcando num plano Cartesiano os pontos  $(x, y)$  em que  $x$  corresponde ao tempo e  $y$  corresponde à inflação acumulada no domicílio, unindo os pontos consecutivos por segmentos. É possível perceber a partir desse gráfico algum tipo de comportamento no período observado?

Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; RANGEL, 2020, p. 19)

A Tabela 2 a seguir apresenta a frequência e a porcentagem de exemplos, atividades e exercícios classificados conforme o nível de leitura em cada gráfico apresentado. No Capítulo “A Natureza da Estatística”, percebemos o predomínio dos Níveis 4 (50%), seguido do Nível 2 (33%), Nível 3 (10%) e, por fim, o Nível 1 (7%); já no Capítulo “Medidas de Posição e Dispersão”, todos os 25 gráficos analisados totalizam 100% e pertencem ao Nível 4, isto é, o nível de leitura mais comum nos dois capítulos analisados. As informações fornecidas em um determinado contexto levam a uma avaliação crítica dos dados, e não apenas ao conhecimento matemático por meio de “contas” e “fórmulas”.

**Tabela 2:** Frequência e porcentagem dos níveis de leitura dos gráficos observados no Livro Aberto de Matemática

Níveis de Leitura	A NATUREZA DA ESTATÍSTICA Frequência (%)	MEDIDAS DE POSIÇÃO E DISPERSÃO Frequência (%)
Nível 1	2 (7)	0 (0)
Nível 2	10 (33)	0 (0)
Nível 3	3 (10)	0 (0)
Nível 4	15 (50)	25 (100)
Total	30 (100)	25 (100)

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

### 5.2.1 A primeira atividade: A Natureza da Estatística

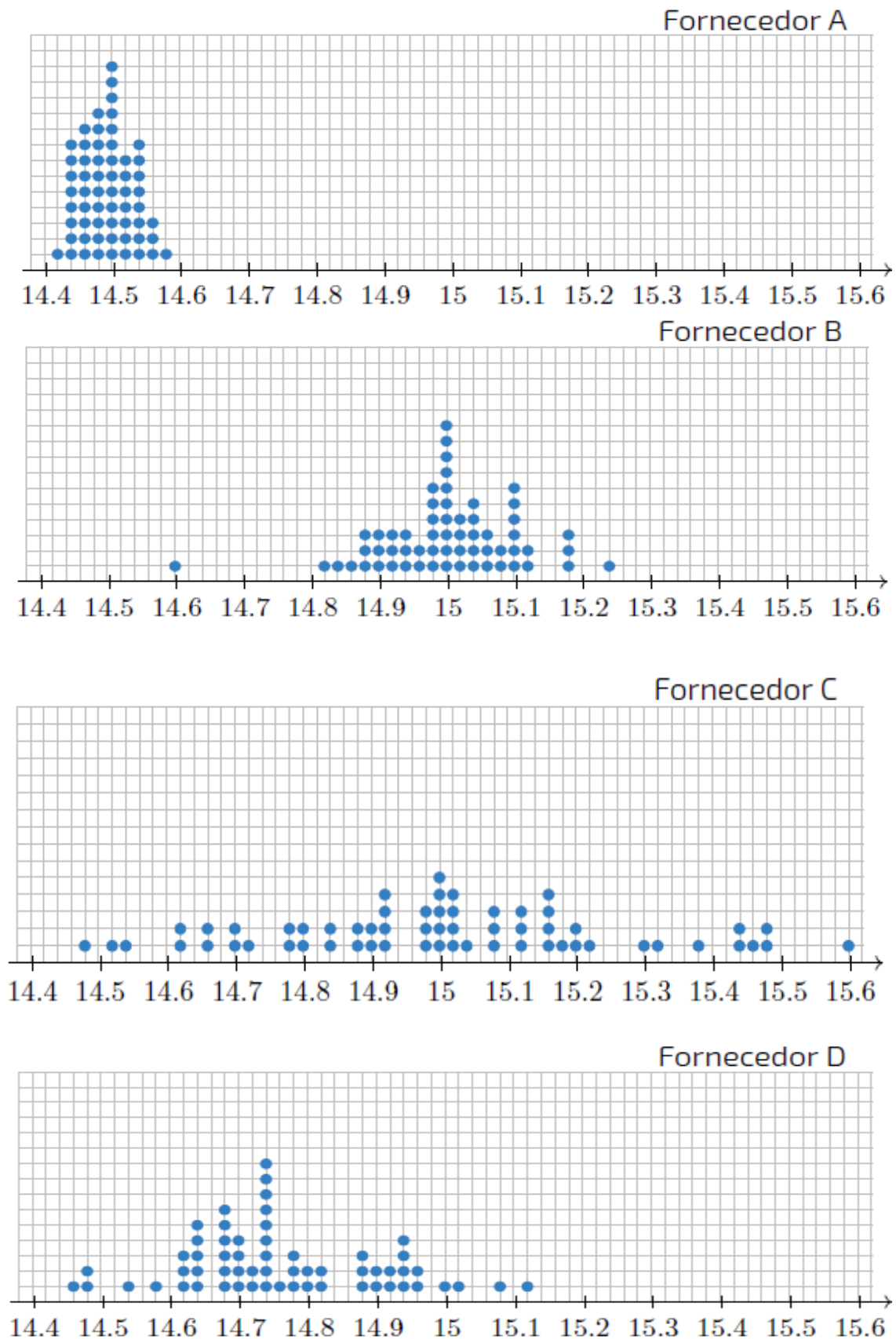
A primeira atividade analisada envolve gráficos estatísticos apresentados no *Livro Aberto de Matemática*; utilizamos, especificamente, todas as categorias propostas na seção de metodologia, e, particularmente, a adequação didática. Quanto às questões de organização e praticidade, utilizamos quadros para representar as demais atividades.

#### *A Natureza da Estatística*

*“A Estatística é a arte da ciência de coletar, analisar, apresentar e interpretar dados, para que se tomem decisões sob a incerteza”*  
(Livro Aberto de Matemática)

**Atividade 1:** Escolha do melhor fornecedor – tomada de decisão. Apresenta quatro empresas (A, B, C e D) fabricantes de parafusos: uma determinada indústria precisa comprar os parafusos de diâmetro de 15 mm com variações aceitáveis de 0,2 mm “mais ou menos”. Vejamos os gráficos a seguir:

**Figura 10:** Gráfico de pontos (Dotplot)



Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; RANGEL, 2020, p. 2)

- a) Qual é a observação usada na construção desses gráficos?
- b) Quantos parafusos da caixa do fornecedor A atendem à especificação do comprador?
- c) Para cada fornecedor, identifique a medida do diâmetro de maior frequência.
- d) Considerando-se cada um dos fornecedores, identifique o menor e o maior diâmetro observado.

Em Estatística, **Amplitude** é definida como a diferença entre o maior e o menor valor observado.

- e) Com base na sua resposta anterior, identifique os fornecedores cujos diâmetros dos parafusos observados variaram nos intervalos de menor e maior amplitude.

Em Estatística, para **Dispersão** existem diferentes medidas de dispersão, dentre as quais, a amplitude.

- f) De qual fornecedor você classifica o comportamento dos diâmetros dos parafusos como o de maior dispersão? E o de menor dispersão?
- g) Com base nesses dados, a(s) caixa(s) de qual(is) fornecedor(es) apresenta(m) pelo menos um parafuso dentro das especificações do comprador?
- h) Supondo que, para cada fornecedor os comportamentos dos diâmetros de parafusos sejam similares para as outras caixas. Qual fornecedor, com base nas especificações do comprador, você recomendaria ao comprador? Por quê?
- i) Todos os parafusos da caixa do fornecedor escolhidos no item anterior seriam aproveitados?

### *Categoria 1 (Tipo do gráfico)*

Gráfico de pontos (dotplot): quando construímos uma tabela de distribuição de frequências (por valor ou intervalo), temos o objetivo de apresentar os dados de forma resumida, de modo a analisar a distribuição dos dados (utilizados para variáveis quantitativas). É possível verificar e interpretar medidas de tendência central sem mencionar os seus respectivos nomes como a moda, por exemplo, e representar relações entre as quantidades por meio de procedimentos simples de Matemática (Amplitude).

### *Categoria 2 (Nível de leitura)*

O gráfico apresentado nessa atividade engloba três níveis. Nível 1 (Ler os dados), questões a, b, c e d. Um exemplo segue na pergunta “d”, que pede para o aluno identificar a medida do diâmetro de maior frequência de cada fornecedor. Para isso, basta verificar no gráfico qual diâmetro possui a maior quantidade de pontos com o mesmo valor. Nível 2 (Ler dentro dos dados), questões e, f e g. Um exemplo segue na pergunta “e”, que propõe ao aluno descobrir quais fornecedores possuem a maior e a menor amplitude. Para isso, o discente precisa efetuar pequenos cálculos como a subtração entre os diâmetros de cada fornecedor. Nível 3 (Ler além dos dados), questões h e i. Um exemplo segue na pergunta “h”, que exige do aluno tomar decisões, fazer inferências a partir do que foi observado até então sobre as caixas de parafusos analisadas, concluindo ser o fornecedor B o que possui maior número de parafusos dentro das especificações.

### *Categoria 3 (Adequação didática)*

**Componentes e indicadores da adequação epistêmica:** a atividade propõe uma situação-problema, ou seja, empresas que fabricam parafusos: qual fornecedor irá comprar aqueles que se enquadram nas especificações exigidas pelo comprador? É possível contextualizar, exercitar e aplicar conhecimentos matemáticos e estatísticos. Na seção *Para refletir*, o aluno é incentivado a desenvolver situações que geram problemas como o controle de qualidade. Sua linguagem é adequada aos alunos sendo possível observar as representações gráficas com o objetivo de organizar, interpretar e registrar ideias. Nessa atividade é utilizada apenas o tipo de representação gráfica considerada como icônica e verbal; a linguagem material ou simbólica não é apresentada. Os conceitos



fundamentais de amplitude e dispersão são exibidos de forma clara e correta. Não são propostas situações em que os alunos tenham que gerar ou negociar definições. As proposições sobre o conteúdo estudado se destacam na seção *Para refletir*, entretanto, os alunos não são incentivados a gerar ou negociar propostas de solução. Os procedimentos são adequados nessa atividade e se dirigem ao nível educacional proposto. Tratando-se de argumentos, as proposições e procedimentos são abordados de forma empírica, e os conteúdos contêm rigor matemático. No que se refere às relações, é possível a conexão dos objetos e as suas relações. Sobre os processos de comunicação e argumentação, os subcomponentes se restringem apenas a verificar e não a justificar e formular conjecturas que o auxiliem a analisar e avaliar estratégias de outros alunos. Técnicas de modelagem encontram-se adequadas a partir da própria atividade e da seção *Para refletir*, entretanto não se utiliza do uso de tecnologias ou funções para modelar padrões. A partir das generalizações, o aluno tem a oportunidade de descrever, explicar e fazer conjecturas de padrões numéricos e geométricos para decidir sobre qual empresa comprar os parafusos. Em nossa análise, nessa primeira atividade não há conflito epistêmico, pois o conteúdo é apresentado corretamente sem erros, ambiguidades ou contradições.

**Componentes e indicadores da adequação cognitiva:** nessa atividade, as relações contêm exemplos, situações e algumas explicações seguindo um modelo empírico. Podemos perceber se o aluno estabelece algumas conexões entre o objeto estatístico e o seu significado. Não é necessário que os alunos possuam conhecimento prévio, visto que informações “novas”, como amplitude e dispersão, são definidas de forma adequada e suas dificuldades são administráveis. Sempre existem diferenças individuais, entretanto a atividade não aborda o tema de maneira satisfatória; não existem ferramentas ou observações sobre cegos ou surdos. Não há uma valorização de erros como fonte de aprendizagem nas questões propostas na atividade 1, contudo na seção *Para refletir*, seguida pela primeira atividade “Escolha do melhor fornecedor – tomada de decisão”, o aluno é incentivado a discutir sobre a estratégia adotada: se seria razoável medir todos os parafusos; e o procedimento que o aluno deve utilizar para justificar a sua escolha. Por fim é apresentado o controle de qualidade: uma área de aplicação de estatística na indústria incentiva a proposição de um problema com um produto (à escolha), bem como a solução da questão proposta. Nessa seção, o livro possui conflitos cognitivos, ou seja, a valorização do erro como fonte de aprendizagem que podem ser utilizados pelos grupos

para discutir e auxiliar o professor a antecipar possíveis conflitos. Ao seguir esse raciocínio, a avaliação torna-se, de certa forma, moderada.

**Componentes e indicadores da adequação afetiva:** nessa atividade, as atitudes incentivam a participação ativa dos alunos para a escolha do melhor fornecedor. Os argumentos são permitidos igualmente a todos. Na seção *Para refletir*, a possibilidade de flexibilidade e novos métodos estatísticos são apresentados; as crenças são satisfatórias, pois trabalham conceitos importantes na Estatística, como medidas de posição e dispersão, forma de distribuição, entres outros. Os gráficos são bem representados; valores sobre a qualidade da estética, precisão e a utilidade da estatística na vida cotidiana são satisfatórios, como no caso da empresa que irá comprar os parafusos. Ao final da atividade o aluno é levado a tomar uma decisão sobre qual empresa escolher; não se percebe aspectos sociais, cívicos, atitudinais, tornando a avaliação afetiva um tanto modesta. Sobre as emoções, os gráficos que representam parafusos não utilizam o humor, charadas ou poesia; os alunos são incentivados ao raciocínio lógico, às ideias úteis, às práticas realistas. A autoestima é promovida, sem fobia, rejeição ou medo da Estatística.

**Componentes e indicadores da adequação interacional:** a interação autor-aluno pode ser utilizada pelo professor nessa atividade. A situação-problema, ou seja, a escolha pelo melhor fornecedor promove conceitos de dispersão e amplitude; são solicitadas situações de consenso baseadas no melhor argumento. Contudo, o único dispositivo para capturar a atenção dos alunos são os gráficos. Entendemos que cabe ao professor formar grupos de discussão e facilitar a dinâmica entre os alunos a partir de perguntas como “Quais fornecedores você recomendaria ao comprador? Por quê?”; elas facilitam as interações e permitem justificativas que utilizam a variabilidade, amplitude e dispersão, argumentos estatísticos adequados para uma boa tomada de decisão. A proposta dessa atividade incentiva a autonomia no sentido de apresentar outras soluções, explorar exemplos, fazer conexões para resolver problemas propostos na seção *Para refletir*. A atividade não apresenta avaliações.

**Componentes e indicadores da adequação mediacional:** como recurso material é apresentado apenas o gráfico, sem a utilização de materiais manipulativos, audiovisuais ou programas como “R” ou GeoGebra. A proposta apresenta a fonte de onde foi retirada. Espera-se que o tempo utilizado para a aplicação da atividade seja, em média, dois tempos

de 50 min, entretanto o livro não sugere essa informação, nem os conteúdos que, provavelmente, apresentam maior dificuldade de compreensão.

**Componentes e indicadores da adequação ecológica:** a atividade se enquadra ao currículo, em nosso caso a BNCC (BRASIL, 2017), a partir da resolução de problemas de diversos contextos, análises de resultados de modo a construir argumentações consistentes, compreende diferentes registros e modelos estatísticos e possui abertura à inovação, sugere-se refletir sobre o controle de qualidade de uma empresa, contribuindo-se para uma adaptação socioprofissional pelo mesmo motivo. Mesmo seguindo os componentes e indicadores anteriores, a atividade não contempla a educação em valores, ou seja, a discussão sobre a diversidade, a consciência ambiental, o preconceito etc., mas tem como objetivo que os alunos desenvolvam pensamento crítico sobre esses assuntos. Por fim não é apresentada conexão intradisciplinar e interdisciplinar como tema transversal, como a história da Estatística, por exemplo.

**Quadro 7:** Níveis de adequação didática da 1ª atividade: A Natureza da Estatística

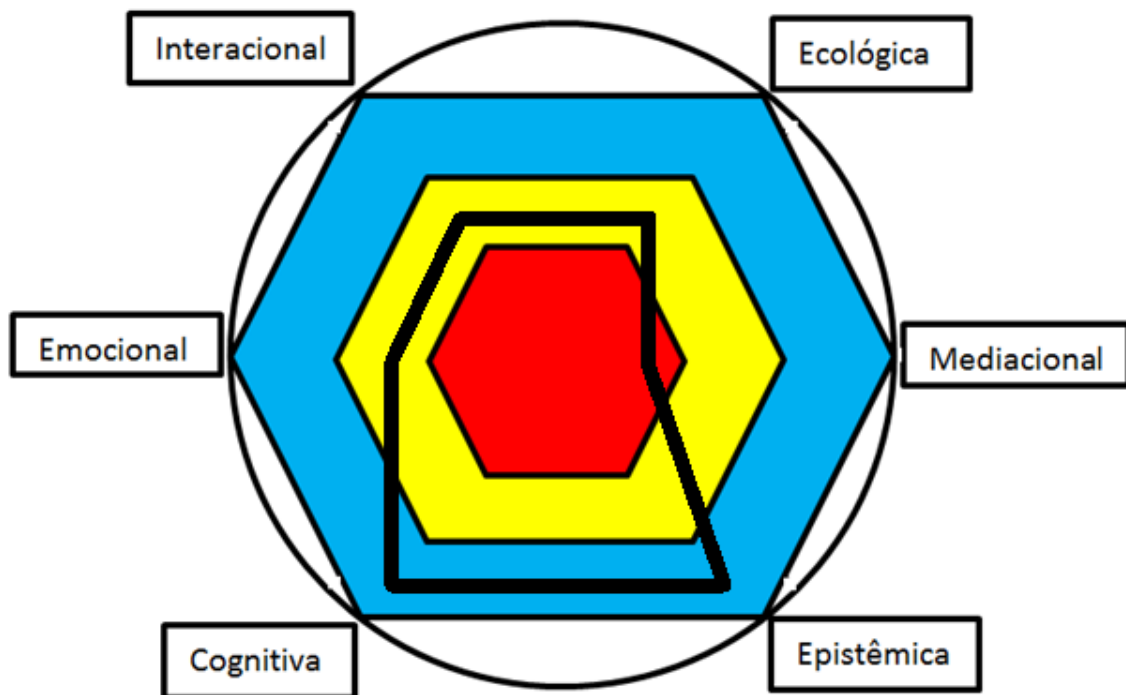
Adequação	Epistêmica	Cognitiva	Emocional	Interacional	Mediacional	Ecológica
Atividade 1	Alta	Alta	Média	Média	Baixa	Média

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Neste quadro, trabalhamos com uma representação das seis adequações e seus níveis que correspondem de uma forma geral ao nível de adequação média. Sobre a adequação mediacional que se encontra como baixa, levamos em consideração o que é proposto sobre o tempo necessário para concluir a atividade e sugestões do conjunto materiais utilizados para sua compreensão.

A Figura 11 serve como modelo para a representação de cada adequação no vértice do hexágono regular; o polígono irregular representa a adequação obtida de acordo com a análise da atividade 1: Escolha do melhor fornecedor – tomada de decisão.

**Figura 11:** Hexágono representando os níveis de adequação didática



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A seguir, a representação no Quadro 8 de todas as atividades e exercícios que englobam gráficos estatísticos e que foram analisados sob a perspectiva da adequação didática no Capítulo “A Natureza da Estatística”.

## 5.2.1.1 A adequação didática: A Natureza da Estatística

**Quadro 8:** Níveis de adequação didática: A Natureza da Estatística

Adequação	Epistêmica	Cognitiva	Emocional	Interacional	Mediacional	Ecológica
Atividade 1	Alta	Alta	Média	Média	Baixa	Média
Atividade 2	Média	Média	Média	Alta	Baixa	Média
Atividade 4	Média	Baixa	Média	Média	Média	Média
Atividade 5	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta
Atividade 7	Baixa	Baixa	Baixa	Média	Média	Baixa
Atividade 8	Média	Média	Média	Baixa	Média	Média
Atividade 9	Alta	Média	Média	Alta	Alta	Média
Atividade 10	Alta	Média	Alta	Alta	Alta	Alta
Atividade 11	Média	Alta	Média	Média	Alta	Média
Atividade 12	Média	Alta	Média	Média	Alta	Média
Exercício 5	Média	Média	Alta	Baixa	Alta	Alta
Exercício 6	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta
Exercício 7	Média	Alta	Alta	Média	Média	Média
Exercício 8	Média	Média	Média	Alta	Média	Baixa
Exercício 9	Baixa	Baixa	Baixa	Média	Baixa	Baixa
Exercício 10	Média	Média	Média	Alta	Média	Baixa
Exercício 11	Alta	Média	Alta	Alta	Alta	Média
Exercício 12	Média	Média	Média	Média	Média	Alta
Exercício 13	Média	Média	Média	Média	Média	Alta
Exercício 14	Alta	Média	Alta	Alta	Alta	Média
Exercício 15	Média	Média	Média	Média	Média	Alta
Exercício 16	Média	Média	Média	Baixa	Média	Média
Exercício 17	Média	Baixa	Média	Baixa	Baixa	Média
Exercício 18	Alta	Alta	Média	Média	Média	Alta
Exercício 19	Alta	Média	Alta	Alta	Alta	Média

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

O Quadro 8 apresenta os níveis de adequação de 25 atividades e exercícios propostas no Capítulo “A Natureza da Estatística”, envolvendo gráficos estatísticos. Na primeira representação, dentre todas as competências, percebemos o predomínio do nível médio (52%), seguido dos níveis alto (34,5%) e, por fim, o nível baixo (13,5%).

### 5.2.2 A primeira atividade: Medidas de Posição e Dispersão

Nessa segunda etapa, analisaremos a primeira atividade sobre gráficos estatísticos apresentados no Capítulo “Medidas de Posição e Dispersão” de forma mais detalhada.

#### *Análise do gráfico (Atividade 1)*

O primeiro gráfico a ser analisado, refere-se à primeira atividade do *Livro Aberto de Matemática* na seção *Medidas posição e dispersão*.

#### **A atividade 1: Notas de Artes**

Ao final de um trimestre, um professor de Artes registrou as notas de 35 alunos, listadas em ordem crescente (Figura 12).

**Figura 12:** Notas de Artes

0,8	20	2,0	2,5	2,5	3,5	4,5
5,0	5,4	5,5	5,5	5,5	6,0	6,0
6,0	6,0	6,3	6,5	6,8	6,8	7,0
7,0	7,0	7,0	7,3	7,3	7,5	7,5
7,5	7,5	7,8	8,0	8,0	8,0	8,0

Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; SOTO, 2020, p. 3)

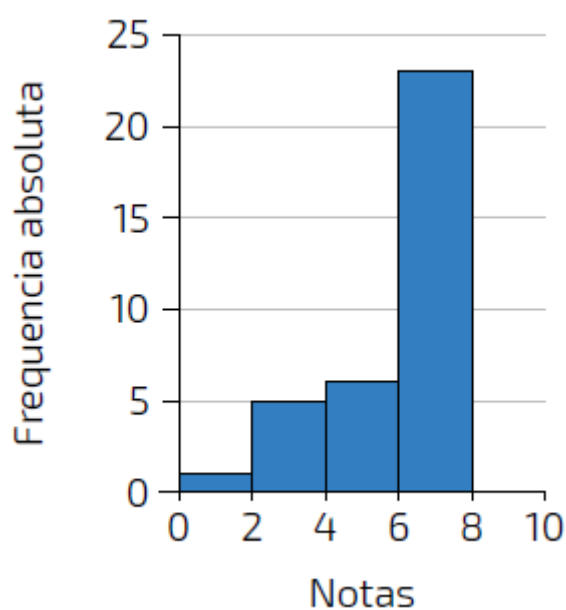
O professor verificou que a média da turma foi de aproximadamente 5,93 (soma das notas  $S = 207,5$ ). Como a participação foi produtiva ao longo do trimestre, o professor premiou com uma bonificação na nota de cada aluno da turma, de acordo com duas possibilidades: acrescentar um ponto para cada aluno da turma; aumentar em 20% a nota de cada aluno da turma.

A Figura 13 a seguir contém os intervalos de classe considerados na construção do histograma das notas sem bonificação.

**Figura 13:** Distribuição de frequências das notas antes da bonificação

Intervalo	Frequência absoluta
[0,2[	1
[2,4[	5
[4,6[	6
[6,8]	23

Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; SOTO, 2020, p. 3)

**Figura 14:** Histograma das notas de Artes sem bonificação

Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; SOTO, 2020, p. 3)

Os histogramas a seguir correspondem às notas após usar cada uma das possibilidades consideradas pelo professor, com quatro intervalos de classe (Figuras 15, 16, 17).

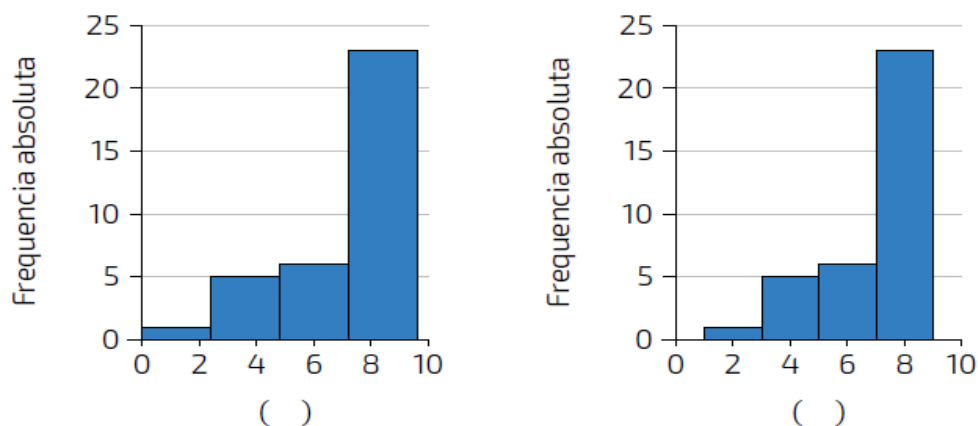
**Figura 15:** Frequências absolutas

Figura 1.3: Histogramas das notas de Artes com bonificação

Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; SOTO, 2020, p. 3)

**Figura 16:** Distribuição de frequências das notas após acréscimo de 1 ponto a cada nota

Intervalo	Frequência absoluta
[1; 3[	1
[3; 5[	5
[5; 7[	6
[7; 9]	23

Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; SOTO, 2020, p. 3)

**Figura 17:** Distribuição de frequências das notas após aumento de 20% sobre a nota

Intervalo	Frequência absoluta
[0; 2,4[	1
[2,4; 4,8[	5
[4,8; 7,2[	6
[7,2; 9,6]	23

Fonte: (LANDIM; SANCHES; ROCHA; MATOS; SOTO, 2020, p. 3)

- a) Compare os histogramas das notas com bonificação com o histograma original. O que mudou em cada um deles em relação ao original?
- b) Considerando-se os histogramas das notas de Artes com bonificação, identifique qual deles corresponde ao acréscimo de 1,0 (ponto) assinalando (a), e o corresponde ao aumento de 20% das notas originais, assinalando (b).



- c) Dada a informação inicial de que a média da turma foi 5,93, de quanto será a média se o professor acrescentar um ponto a cada aluno? E se ele aumentar em 20% a nota de cada aluno?
- d) Se você fosse um aluno desta turma, que possibilidade de bonificação você escolheria? E qual nota seria melhor para cada uma das estratégias?

### *Categoria 1 (Tipo do gráfico)*

O histograma utilizado para representar uma distribuição de frequência por meio de retângulos justapostos, cujas áreas são proporcionais às frequências das classes. Tanto as frequências absolutas quanto as relativas podem ser representadas no histograma (para variáveis quantitativas). O objetivo dessa atividade é estudar o efeito de uma transformação simples numa distribuição de dados quando somamos uma constante (posição) ou quando multiplicamos (escala).

### *Categoria 2 (Nível de Leitura)*

A atividade permite que o gráfico apresentado se caracteriza no Nível 4 (Ler por trás dos dados): analisa como os dados foram obtidos e a possibilidade de extensão das conclusões; é necessário o conhecimento do contexto. Um exemplo dessa atividade é o comportamento do histograma quando soma ou multiplica uma constante aos dados, a relação de equivalência com a média original e as situações de reflexão no item “d” quando se questiona qual bonificação seria a melhor e para que notas é melhor cada estratégia.

### *Categoria 3 (Adequação didática)*

**Componentes e indicadores da adequação epistêmica:** a atividade propõe uma situação-problema quando apresenta as notas da turma de Artes sem bonificação, e duas bonificações distintas (acréscimo de um ponto ou de 20% sobre cada nota), o que permite contextualizar, expandir e aplicar conhecimentos matemáticos e estatísticos. Na questão “d” é proposta uma discussão para saber qual seria a melhor bonificação, gerando novas discussões. Sua linguagem é adequada aos alunos no sentido das suas representações por meio de tabelas, histograma e sua média, construídas no decorrer da atividade. Por ser

uma atividade introdutória, os *conceitos* da disciplina são apresentados de forma modesta, visto que apresenta apenas a média como medida resumo, e não é proposto situações em que os alunos tenham que gerar ou negociar definições. A respeito das *proposições* da disciplina, sua apresentação é efetiva ao observar o que acontece com os histogramas e suas médias quando se utiliza operações como adição e multiplicação. Os *procedimentos* da disciplina são adequados aos alunos que se dirigem à questão introdutória. Tratando-se dos argumentos, as proposições e procedimentos enquadram-se na questão introdutória, e não são demonstrados. As relações encaixam-se ao conectar todo o processo até a construção do histograma. Na questão da comunicação e argumentação, seus subcomponentes se restringem apenas a verificar (e não justificar) e formular conjecturas, assim como a utilização do pensamento estatístico para analisar e avaliar o que outros alunos desenvolveram. Mesmo sendo uma atividade introdutória, a modelagem se apresenta de forma adequada; permite a atividade sobre as notas de Arte para que os alunos compreendam as relações quantitativas, características e representação por meio do histograma, uma vez que reconhece as modificações pelas operações matemáticas simples (adição e multiplicação). Entretanto, o uso da tecnologia não é incentivado; cabe ao professor incentivar o uso do GeoGebra, por exemplo. As generalizações permitem que o aluno descreva e faça conjecturas de padrões numéricos e geométricos, e analise o comportamento dos dois histogramas com bonificações (abono de 1 ponto ou 20% sobre cada nota) com o histograma inicial (sem bonificações). Ao analisar essa primeira atividade (Notas de Artes – Medidas de posição e dispersão), percebemos que não existem conflitos epistêmicos, pois o conteúdo é apresentado de forma correta, sem erros, contradições ou ambiguidades.

**Componentes e indicadores da adequação cognitiva:** a atividade se propõe a manter as relações entre os objetos e seus significados correspondentes; o discente deve perceber as modificações simples nos intervalos de classe e nas médias quando são realizadas operações de soma ou multiplicação. Antes da primeira atividade, na seção *Explorando*, é construído um histograma nos intervalos de classe e a palavra média é introduzida seguido de vários questionamentos: “É possível encontrar valor(es) para resumir as observações?”; “Qual(is) seria(m) este(s) valor(es)?”; “Como encontrá-lo(s)?”. Os conhecimentos prévios são introduzidos de forma adequada; tratando-se das diferenças individuais, não encontramos atividades para alunos com deficiência auditiva ou visual. Sobre os conflitos cognitivos, não encontramos possíveis conflitos ou a intenção de

utilizar o erro como fonte de aprendizagem, assim como uma avaliação formativa durante o processo de estudo.

**Componentes e indicadores da adequação afetiva:** a respeito das atitudes, a atividade incentiva a participação ativa nas análises dos histogramas; os argumentos estão em situação de igualdade e há flexibilidade na análise do comportamento da média pelas modificações de soma e produto. As emoções se expressam de forma modesta, pois não utilizam humor, poesia, charadas, entre outros artifícios, para que os alunos possam expressar suas emoções às situações propostas. Nessa atividade não se discute crenças sobre a Matemática ou mesmo sobre a Estatística no contexto social, entretanto a estética é valorizada no sentido de observar os intervalos de classe, a fim de perceber os valores na vida cotidiana. Mesmo que o abono das notas possa se tornar presente na vida do aluno, entendemos a presença da avaliação afetiva sobre o processo de ensino-aprendizagem, visto que sem o auxílio do gráfico o aluno pode simplesmente calcular a bonificação e ajustar ao que mais se adequar.

**Componentes e indicadores da adequação interacional:** a interação autor-aluno torna-se presente e adequada, dessa forma o professor pode promover situações em que o consenso é baseado no melhor argumento (Item d, por exemplo). Percebemos que a atenção do aluno é dirigida aos gráficos, cabendo ao professor (se possível) elaborar dinâmicas e discussões sobre a atividade. A tarefa proposta permite a interação do aluno e favorece o debate, quando confrontado a responder a perguntas como: “O que acontece com a média quando se acrescenta um ponto a cada aluno?”; “E se aumentar 20% a cada nota do aluno e qual tipo de bonificação você escolheria?”; “E para que nota é a melhor estratégia?”. Quanto à autonomia, a proposta da atividade apresenta-se modesta, pois não há contraexemplos ou ferramentas que resolvam problemas. Finalizamos com os componentes e indicadores da interação e com o teste formativo que se apresenta modesto, uma vez que não são analisadas técnicas de avaliação.

**Componentes e indicadores da adequação mediacional:** os componentes da adequação mediacional se dividem em recursos materiais e tempo. Tratando-se dos recursos materiais, a atividade apresenta apenas o gráfico em si e a construção dos intervalos de classe, sem a utilização de materiais manipulativos, audiovisuais ou programas como “R” ou o GeoGebra, entretanto na seção *Sugestões e discussões* do livro do professor, os

autores reforçam que os dados da atividade podem ser obtidos por um link direcionado ao GeoGebra, uma proposta interessante uma vez que muitos alunos, e até mesmo professores, não conhecem o programa. Sobre o tempo, espera-se que a atividade seja aplicada, em média, de um a dois tempos de 50 min, no entanto o livro não sugere essa informação, nem sobre os conteúdos, que provavelmente poderiam apresentar maior dificuldade de compreensão para os alunos.

**Componentes e indicadores da adequação ecológica:** essa atividade enquadra-se nas competências 2, 3 e 4 da BNCC (BRASIL, 2017). A partir da adaptação do currículo são solucionados problemas de diversos contextos e analisados resultados, de modo a construir argumentações consistentes, compreender diferentes registros e modelos estatísticos. Seguem as seguintes habilidades:

(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvam cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

(EM13MAT408) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionam estatística, geometria e álgebra.

(EM13MAT409) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos, como o histograma, o de caixa (boxplot), o de ramos e folhas, reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

Sobre a abertura e inovação, a atividade se enquadra muito bem, visto que a reflexão da média sobre o histograma é abordada de forma introdutória e representativa, contribuindo para melhor compreender os dados. De certa maneira, a adaptação socioprofissional é atingida, com o intuito de tornar o aluno um cidadão mais crítico. Mesmo seguindo os componentes e indicadores anteriores, não entendemos que a atividade contemplou os valores na educação, uma vez que não se aborda discussões sobre diversidade, consciência ambiental, preconceito, entre outros, a fim de que os alunos desenvolvam pensamento crítico. Da mesma forma, não identificamos conexões intradisciplinares e interdisciplinares como temas transversais, algo voltado à história da Estatística e seus desdobramentos, por exemplo.

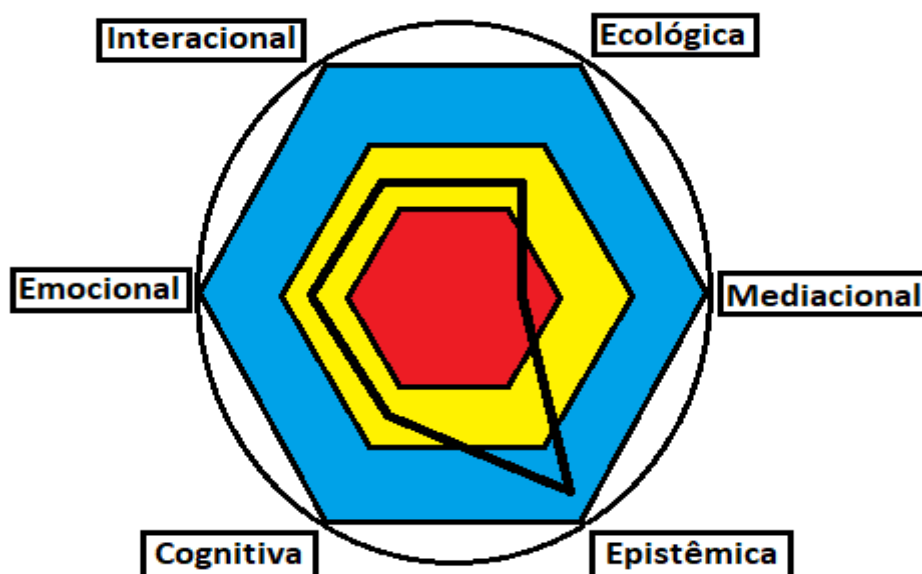
**Quadro 9:** Níveis de adequação didática da 1ª atividade:  
Medidas de Posição e Dispersão

Adequação	Epistêmica	Cognitiva	Emocional	Interacional	Mediacional	Ecológica
Atividade 1	Alta	Média	Média	Média	Baixa	Média

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A Figura 18 serve como modelo para a representação de cada adequação que se encontra no vértice do hexágono regular; o polígono irregular representa a adequação obtida de acordo com a nossa análise da atividade 1: Notas de Artes decisão

**Figura 18:** Hexágono representando os níveis de adequação didática



Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Segue a representação do Quadro 10 com todas as atividades e exercícios que englobam gráficos estatísticos e que foram analisados sob a perspectiva da adequação didática no Capítulo “Medidas de Posição e Dispersão”.

### 5.2.2.1 A adequação didática: Medidas de Posição e Dispersão

O Quadro 10 a seguir apresenta os níveis de adequação de 10 atividades e exercícios propostos envolvendo gráficos estatísticos. Nessa primeira representação, dentre todos as competências, percebemos o predomínio do nível alto (58%) seguido dos níveis médio (40%) e baixo (cerca de 2%).

**Quadro 10:** Níveis de adequação didática das atividades:  
Medidas de Posição e Dispersão

Adequação	Epistêmica	Cognitiva	Emocional	Interacional	Mediacional	Ecológica
Atividade 1	Alta	Média	Média	Média	Baixa	Média
Atividade 2	Alta	Média	Média	Alta	Média	Alta
Atividade 3	Alta	Média	Média	Alta	Alta	Alta
Atividade 4	Alta	Média	Alta	Alta	Alta	Alta
Atividade 5	Alta	Média	Média	Alta	Média	Média
Atividade 11	Alta	Média	Alta	Alta	Alta	Alta
Atividade 12	Alta	Média	Alta	Alta	Alta	Alta
Exercício 8	Média	Alta	Média	Média	Alta	Média
Exercício 11	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Média
Exercício 14	Alta	Média	Média	Alta	Alta	Média

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

O Quadro 10 apresentou os níveis de adequação de dez atividades e exercícios propostos no Capítulo “Medidas de posição e dispersão”, a partir de gráficos estatísticos. Na primeira representação, dentre todas as competências, percebemos o predomínio do nível alto (58%), seguido do nível médio (40%); por fim, apenas uma adequação se enquadra no nível baixo (2%).

Por meio dos níveis de leitura e adequação didática, a análise das atividades permite ao professor, que vai lecionar a disciplina de Estatística, planejar a sua aula a partir do recurso do livro didático; os critérios da adequação didática identificaram que o livro didático atendeu satisfatoriamente ao que se propôs.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, analisamos questões que julgamos importantes para o Ensino de Estatística na Educação Básica, como os gráficos estatísticos apresentados em um livro específico – o *Livro Aberto de Matemática* –, concebido e produzido por docentes da Educação Básica e Superior de diversas regiões do Brasil, um Projeto que objetiva formar professores e desenvolvê-los profissionalmente.

Esta pesquisa caracterizou-se como exploratória e de abordagem qualitativa; a principal finalidade foi desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, a partir da formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores (GIL, 2008), além de permitir a proposição de trabalhos que explorassem novos enfoques (GODOY, 1995), como o enfoque teórico-metodológico baseado em princípios descritivos e interpretativos.

Baseamos nosso estudo na interpretação, leitura e compreensão dos gráficos, bem como nas adequações didáticas de cada atividade e exercício. O primeiro objetivo desta pesquisa foi verificar todos os tipos de gráficos apresentados no *Livro Aberto de Matemática* – Capítulos “A Natureza da Estatística” e “Medidas de Posição e Dispersão” –, permitindo que descrevêssemos os gráficos mais utilizados em ambos os capítulos.

Em nossa sociedade encontramos inúmeros modelos de gráficos estatísticos (gráfico de barras, gráfico de linhas, gráfico de setores ou pizza, gráfico de pontos/dotplot, histograma), que traduzem diferentes categorias de dados, dependendo do tipo de variáveis, ou seja, qualitativa ou quantitativa (ARTEAGA, 2011); ainda existem os gráficos que julgamos importantes por figurarem em livros didáticos trabalhados na Educação Básica, mas que o *Livro Aberto de Matemática* optou por não utilizá-los (pictograma e dispersão). No entanto, nesta pesquisa, os gráficos que aparecem em maior profusão nos dois capítulos estudados são os gráficos de barras, linhas, histograma e boxplot, corroborando com o currículo nacional, em nosso caso a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017).

O segundo objetivo deste trabalho foi identificar os níveis de leitura das atividades que envolvem os gráficos estatísticos – como “ler os dados”; “ler dentro dos dados”; “ler além dos dados”; e “ler por trás dos dados” (CURCIO, 1989; FRIEL; CURCIO; BRIGHT, 2001) –, que podem ser extraídos por meio de informações resumidas e fornecidas pelo próprio gráfico, isto é, dados necessários para que o educando leia e o interprete.

Nos dois capítulos estudados, identificamos o predomínio positivo do Nível 4 de leitura (Ler por trás dos dados); outros estudos seguiram uma linha de pesquisa semelhante à nossa (SANTOS, 2017; LEVICOY, 2014; CASTELLANOS, 2013), mas verificaram a predominância do Nível 2 (Ler dentro dos dados).

Como terceiro objetivo, descrevemos os pressupostos da adequação didática utilizados no Enfoque Ontossemiótico (EOS) do Conhecimento e da Instrução Matemática (GODINO; BATANERO; FONT, 2008). Analisamos cada atividade sob a perspectiva da adequação didática, ou seja, observamos se a atividade possui significado estatístico, se possui situações-problema que contextualizem diferentes níveis de dificuldade, se é promovido o registro de ideias, organização e interpretação, e se os conteúdos da Estatística básica são implementados de forma correta e enriquecedora. Também identificamos aspectos importantes de cada adequação aplicada às aulas, tendo como recurso o livro didático.

O *Livro Aberto de Matemática* analisado desenvolveu muito bem os aspectos introdutórios dos conceitos estatísticos. As atividades apresentadas nos dois capítulos analisados foram contextualizadas, ou seja, foi significativo para os alunos, incentivou-se a construção, a leitura e a interpretação dos gráficos, evidenciando-se utilidades e compatibilidades de cada variável discutida, bem como os conceitos trabalhados.

Quanto à Adequação Epistêmica, o material desenvolve bem a introdução de conceitos estatísticos, de forma gradual e específica. A variedade de atividades apresentadas nos capítulos, de forma contextualizada, enriquece o entendimento sobre o assunto abordado, o incentivo na construção, leitura e interpretação dos gráficos estatísticos, o que evidencia a utilidade e compatibilidade de cada variável discutida, além de conceitos aplicados corretamente.

No que diz respeito à Adequação Cognitiva, o material didático apresentou situação reais de atividades e exemplos que contribuíssem com o conteúdo estatístico. O assunto foi definindo depois das apresentações sem a necessidade de conhecimentos prévios. O material também possui tópicos que permitem avaliar a aprendizagem do aluno por meio de seções específicas, como a seção *Para refletir*.

Sobre a Adequação Emocional/Afetiva foram propostas atividades incluídas nas seções *Para refletir* e *Para saber +*, permitindo que o aluno expusesse as suas ideias em igualdade de condições. De maneira geral não encontramos humor, charadas ou poesias para o enriquecimento das emoções, um ponto a ser melhorado; entretanto, no Capítulo “A Natureza da Estatística”, encontramos a seção *Você sabia?*, despertando a curiosidade



dos alunos, além de um material suplementar que faz referências a vídeos e aplicativos sobre Estatística.

Embora o professor seja um ponto-chave para a implementação da Adequação Interacional, observamos que o livro disponibilizou atividades que favoreceram o debate e permitiram interações entre professor-aluno, e entre alunos. Muitos dos aspectos apresentados nas seções *Praticando* e *Para refletir*, e principalmente no *Projeto aplicado* estudado no Capítulo “A Natureza da Estatística”, trabalhou a autonomia dos estudantes. Um ponto a ser melhorado é incentivar novos projetos e diferentes pesquisas, além de proporcionar diversas formas de avaliar o educando, a fim de desenvolvê-lo adequadamente quanto ao progresso cognitivo.

No que se refere à Adequação Mediacional, o *Livro Aberto de Matemática* é disponibilizado em versão PDF, tornando-se mais acessível aos alunos. Em algumas atividades, encontramos referências: com um *click* o docente acessa sites de instituições de muita credibilidade no país. Para construir gráficos, essa versão apresenta o *software* gratuito de Matemática, GeoGebra. Consideramos a proposta interessante uma vez que alunos e professores ainda não utilizam ou não conhecem essa ferramenta; o professor de Matemática também poderia ser apresentado à uma planilha eletrônica gratuita, o *br office* por exemplo e ao *software* estatístico “R”, também gratuito e utilizado mundialmente pela comunidade estatística. No entanto, não existem informações sobre o tempo disponível para as atividades de maior complexidade de entendimento.

Por fim, com relação à Adequação Ecológica, os capítulos abordam as competências e habilidades, além da BNCC (BRASIL, 2017); desenvolve-se a pesquisa e a prática reflexiva, contribui-se para a formação socioprofissional dos educandos, permitindo que realizem associações por meio de atividades cotidianas, além de conexões com a vida extracurricular, colaborando para a formação de um cidadão crítico e autônomo. No entanto, ainda é necessário o aperfeiçoamento dos valores educativos a partir de uma abordagem que envolva a diversidade, o preconceito, a consciência ambiental etc., além de conexões intradisciplinares e interdisciplinares com temas transversais; ou seja, não se trata apenas da Matemática, mas também de campos como a Medicina, Economia, Engenharia, Ciências Sociais, Psicologia, e algo voltado à história da Estatística.

Tendo em vista os aspectos observados neste estudo, nos concentramos exclusivamente nos gráficos estatísticos do livro didático, *Livro Aberto de Matemática*. Como em qualquer pesquisa surgiram limitações que podem motivar futuros trabalhos

nessa área. Defendemos um número maior da amostra, reproduzindo um estudo similar em livros dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, aprovados pelo PNL D. A partir dos argumentos desenvolvidos ao longo deste trabalho, desejamos que esta pesquisa colabore, futuramente, para discussões e análises não só de gráficos como também de todo e qualquer conteúdo estatístico apresentado em livros didáticos de Matemática, e trabalhados na Educação Básica.

## 7 REFERÊNCIAS

ANDRADE, F *et al.* Aspectos da interpretação de gráficos de estudantes universitários em um ambiente virtual. **Bolema**, Rio Claro, v. 34, n. 67 p. 462-479, ago. 2020.

ARTEAGA, P *et al.* Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. **Revista de Didáctica de las Matemáticas**, v. 76, p. 55-67, mar. 2011.

ARTEAGA, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

BERTIN, J. (1967). *Semiologie graphique*. Paris: Gauthier-Villars.

BIVAR, D.; SELVA, A (2011). Analisando atividades envolvendo gráficos e tabelas nos livros didáticos de matemática. Em R. Borba, C. Monteiro e A. Ruiz (Eds.), *Anais da XIII Conferência Internacional de Educação Matemática* (pp. 1 - 12). Recife: Universidade Federal do Pernambuco.

BURGOS, M.; CASTILLO, M. J.; GODINO, J. D. Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la teoría de la idoneidad didáctica. **Educación e Pesquisa**, Costa Rica, v. 47, p. 1-25, abr. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 3ª versão. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em: 15 out. 2020.

BREDA, A.; FONT, V.; PINO-FAN, L. Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 60, p. 255-278, abr. 2018.

BROUSSEAU, G. **La Théorie des Situations Didactiques** –Le Cours De Montreal, 1997 (Guy Brousseau) disponível em: <<http://guy-brousseau.com/1694/la-theorie-des-situations-didactiques-le-cours-de-montreal-1997/>> Acessado em: 17/04/2020.

BROUSSEAU, G. **La théorie des situations didactiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998.

CASTELLANOS, M. **Tablas y gráficos estadísticos en pruebas SABER-Colombia**. 2013. 87 f. Trabajo fin de Máster (Máster en Didáctica de la Matemática) – Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, Granada, 2013

CAZORLA, I. M.; CASTRO, F. C. de O papel da Estatística na leitura de mundo: o letramento estatístico. **Ciências Sociais, Linguagem, Letras e Artes**, Ponta Grossa, v. 16, n. 1, p. 45-53, jun. 2008. Disponível em: <https://revistas2.uepg.br/index.php/humanas/article/view/617/605>. Acesso em: 21 ago. 2020.

- CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M. C. Reflexões sobre o ensino de Estatística na Educação Básica. *In: CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. R. S. Do tratamento da informação ao letramento estatístico*. Itabuna: Via Litterarum, 2010.
- CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M. & MONTEIRO, C. (2021). **Variáveis estatísticas e suas representações em gráficos: reflexões para seu ensino**. *Números*, 106, 23-32.
- CHEVALLARD, Yves. **La transposition didactique**. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions, 1991.
- CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12 (1), p.73-112, 1992.
- CHEVALLARD, Yves. **L'analyses de pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique**. *Recherches en Didactique des mathématiques*, Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 19, n° 2, pp. 221-266, 1999.
- COUTINHO, C. de Q. S.; SPINA, G. A Estatística nos Livros Didáticos de Ensino Médio – Statistics in Brazilian's High School Books. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 2, n. 2, 2016.
- CURCIO, F. R. **Developing graph comprehension**. Reston, VA: N.C.T.M., 1989.
- CURCIO, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- DÍAZ-LEVICOY, D. **Un estudio empírico de los gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria española**. Trabajo fin de Máster sin publicar. Universidad de Granada, Granada, 2014.
- DÍAZ-LEVICOY, D., BATANERO, C. ARTEAGA, P. y LÓPEZ-MARTÍN M.M. (2015). **Análisis de los gráficos estadísticos presentados en libros de texto de Educación Primaria chilena**. *Educación Matemática Pesquisa*, 17(4), 715-739.
- DÍAZ-LEVICOY, D., BATANERO, C. ARTEAGA, P. y GEA, M. M. (2015). Análisis de gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria española. *UNION*, 44, 90 – 112.
- DÍAZ-LEVICOY, D., BATANERO, C. ARTEAGA, P. y GEA, M. M. (2016). **Gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria: un estudio comparativo entre España y Chile**. *BOLEMA*, 30(55), 713-737.
- DÍAZ-LEVICOY, D., GIACOMONE, B. y ARTEAGA, P. (2017). Caracterización de los gráficos estadísticos en libros de texto argentinos del segundo ciclo de Educación Primaria. *Profesorado*, 21(2), 299-326.
- DÍAZ-LEVICOY, D., OSORIO, M., ARTEAGA, P. y RODRÍGUEZ-ALVEAL, F. (2018). Gráficos estadísticos en libros de texto de matemática de Educación Primaria en Perú. *BOLEMA*, en prensa.

DINIZ, L. N.; BORBA, M. C. **Leitura e Interpretação de Dados Prontos em um Ambiente de Modelagem e Tecnologias Digitais: o mosaico em movimento.** *Bolema, Rio Claro (SP)*, v. 26, n. 43, p. 935-962, ago. 2012

DOUADY, R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), p.5-31, 1986.

DUVAL, R. *Sémiosis et pensée humaine*. Berna: Peter Lang, 1995.

ESTEPA, A.; DEL PINO, J. Análisis del tratamiento de la dispersión en libros de texto de 3º y 4º curso de la Educación Secundaria Obligatoria. **Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos**. 2019. Disponível em: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>. Acesso em: 21 ago. 2020.

FRIEL, S.; CURCIO, F.; BRIGHT, G. Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. **Journal for Research in mathematics Education**, v. 32, n. 2, p. 124-158, 2001.

GAL, I. Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

GEA, M. M. **La correlación y regresión en bachillerato: análisis de libros de texto y del conocimiento de los futuros profesores**. Tesis (Doctorado en Ciencias de la Educación) - Facultad de Educación, Universidad de Granada, Granada, 2014.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. **Um Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a instrução matemática.** *Acta Scientiae Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, Canoas, v. 10, n. 2, p. 7- 37, jul.-dez. 2008. Disponível em: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/>. Acesso em: 12 out. 2021.

GODINO, J. D. **Teoría de las Funciones Semióticas**. Un enfoque ontológico semiótico de la cognición e instrucción matemática. Trabajo de investigación presentado para optar a la Cátedra de Universidad de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Noviembre, 2003.

GODINO, J. D. et al. **Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas.** *Paradigma*, Maracay, v. 27, n.2, p. 221-252, 2006.

GODINO, J. D. Indicadores de adequação didática dos processos de ensino e aprendizagem de matemática. **Cadernos de pesquisa e treinamento em Educação Matemática**, n. 11, p. 111-132, 2013. Disponível em: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/>. Acesso em: 10 out. 2021.

GODINO, J. D. y BATANERO, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.

GODINO, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática 11*, 111-132.

GODINO, J. D., BATANERO, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39(1-2), 127-135.

GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. Fundação Getúlio Vargas, Escola de Administração de Empresas de São Paulo. **Revista de Administração de Empresas**, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/20595>. Acesso em: 12 out. 2021.

GUIMARÃES, G., GITIRANA, V., CAVALCANTI, M. e MARQUES, M. Livros didáticos de matemática nos anos iniciais: análise das atividades sobre gráficos e tabelas. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte, 2007.

LANDIM, F., SANCHES, E.S.S; ROCHA, N; MATOS, V; RANGEL, L. **A Natureza da Estatística**. Versão 1.3 de 29 de julho de 2021. Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA-OS). Disponível em: <https://umlivroaberto.org/producao/estatistica-e-probabilidade/>. Acesso em: 30 jun. 2022.

LANDIM, F., SANCHES, E.S.S; ROCHA, N; MATOS, V; SOTO, J.E. **Medidas de posição e dispersão**. Versão 1.3 de 26 de julho de 2021. Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA-OS). Disponível em: <https://umlivroaberto.org/producao/estatistica-e-probabilidade/>. Acesso em: 01 jul. 2022.

LOPES, C. E. **Educação Estatística no Curso de Licenciatura em Matemática**. Bolema - Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 901-915, dez. 2013.

SANTOS, W. D. **Letramento estatístico nos livros de Ensino Médio e a Base Nacional Comum Curricular**. 2017. 149 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

SILVA, F. G. S. **Ensino de Estatística na Educação Básica em países da América Latina: uma revisão sistemática**. 2020. 101 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020.

SIMAS, F.L.B.; TEXEIRA, A.Q. **Livro aberto de Matemática**, Rio de Janeiro, Dez 2020. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1ZfGf-WoDA9nNygYt-0hqNvsBYSxj2Mv/view>. Acesso em: 09 de mar. 2019.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 10(2,3), p.133-170, 1990.

VYGOTSKI, L.S. **El desarrollo de los procesos psicológicos superiores**.

Barcelona: Crítica - Grijalbo, 1934.

## 8 ANEXOS

## NÍVEIS DA ADEQUAÇÃO EPISTÊMICA

ATIVIDADES	<i>Problemas</i>	<i>Linguagens</i>	<i>Conceitos</i>	<i>Proposições</i>	<i>Procedimentos</i>	CONCLUSÕES
1	Alta	Alta	Média	Média	Alta	ALTA
2	Alta	Alta	Média	Média	Média	MÉDIA
4	Média	Média	Média	Média	Média	MÉDIA
5	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	ALTA
7	Baixa	Média	Baixa	Baixa	Baixa	BAIXA
8	Alta	Alta	Média	Média	Média	MÉDIA
9	Alta	Alta	Média	Média	Alta	ALTA
10	Alta	Alta	Alta	Média	Alta	ALTA
11	Média	Alta	Média	Média	Média	MÉDIA
12	Média	Alta	Média	Média	Média	MÉDIA
ATIVIDADES	<i>Argumentos</i>	<i>Relações</i>	<i>Comunicação, argumentação</i>	<i>Modelagem</i>	<i>Generalização</i>	<i>Conflitos epistêmicos</i>
1	Alta	Média		Alta	Alta	Alta
2	Média	Média	Média	Média	Alta	Alta
4	Média	Baixa	Baixa	Baixa	Baixa	Alta
5	Alta	Média	Alta	Alta	Alta	Alta
7	Média	Baixa	Baixa	Média	Média	Alta
8	Média	Média	Alta	Média	Média	Alta
9	Alta	Média	Alta	Alta	Alta	Alta
10	Alta	Média	Alta	Alta	Alta	Alta
11	Média	Média	Alta	Alta	Média	Alta
12	Média	Média	Alta	Alta	Média	Alta



## NÍVEIS DA ADEQUAÇÃO COGNITIVA

ATIVIDADES	<i>Relações</i>	<i>Conhecimentos prévios</i>	<i>Diferenças individuais</i>	<i>Conflitos cognitivos</i>	<i>Avaliação</i>	CONCLUSÕES
1	Alta	Alta	Baixa	Alta	Média	ALTA
2	Alta	Alta	Baixa	Média	Média	MÉDIA
4	Alta	Média	Baixa	Baixa	Baixa	BAIXA
5	Alta	Alta	Média	Alta	Média	ALTA
7	média	média	Baixa	Baixa	Baixa	BAIXA
8	Alta	Alta	Baixa	Média	Baixa	MÉDIA
9	Alta	Alta	Média	Média	Média	MÉDIA
10	Alta	Alta	Média	Média	Média	MÉDIA
11	Alta	Alta	Média	Alta	Média	ALTA
12	Alta	Alta	Média	Alta	Média	ALTA

## NÍVEIS DA ADEQUAÇÃO EMOCIONAL/AFETIVA

ATIVIDADES	<i>Atitudes</i>	<i>Emoções</i>	<i>Crenças</i>	<i>Valores</i>	<i>Avaliação afetiva</i>	CONCLUSÕES
1	Alta	Média	Baixa	Média	Média	MÉDIA
2	Média	Média	Baixa	Alta	Média	MÉDIA
4	Média	Média	Média	Alta	Baixa	MÉDIA
5	Alta	Alta	Alta	Média	Alta	ALTA
7	Baixa	Baixa	Baixa	Baixa	Média	BAIXA
8	Alta	Média	Baixa	Alta	Baixa	MÉDIA
9	Média	Média	Média	Alta	Média	MÉDIA
10	Alta	Média	Média	Alta	Alta	ALTA
11	Alta	Média	Baixa	Média	Média	MÉDIA
12	Alta	Média	Baixa	Média	Média	MÉDIA

## NÍVEIS DA ADEQUAÇÃO INTERACIONAL

ATIVIDADES	<i>Interação Autor - Aluno</i>	<i>Interações do aluno</i>	<i>Autonomia</i>	<i>Teste formativo</i>	CONCLUSÕES
1	Alta	Média	Média	Baixa	MÉDIA
2	Alta	Alta	Média	Baixa	ALTA
4	Alta	Média	Baixa	Média	MÉDIA
5	Alta	Alta	Alta	Média	ALTA
7	Baixa	Média	Média	Baixa	MÉDIA
8	Alta	Média	Baixa	Baixa	BAIXA
9	Alta	Alta	Alta	Média	ALTA
10	Alta	Alta	Alta	Média	ALTA
11	Alta	Média	Média	Baixa	MÉDIA
12	Alta	Média	Média	Baixa	MÉDIA

## NÍVEIS DA ADEQUAÇÃO MEDIACIONAL

ATIVIDADES	<i>Recursos materiais</i>	<i>Tempo</i>			CONCLUSÕES
1	Média	Baixa			BAIXA
2	Baixa	Média			BAIXA
4	Média	Média			Média
5	Alta	Alta			ALTA
7	Média	Média			MÉDIA
8	Média	Média			MÉDIA
9	Alta	Alta			ALTA
10	Alta	Alta			ALTA
11	Alta	Alta			ALTA
12	Alta	Alta			ALTA

## NÍVEIS DA ADEQUAÇÃO ECOLÓGICA

ATIVIDADES	Adaptação ao Currículo	Abertura a inovação	Adaptação socioprofissional	Educação em Valores	Conexões intra e interdisciplinares	CONCLUSÕES
1	Alta	Alta	Média	Média	Média	MÉDIA
2	Alta	Alta	Média	Baixa	Baixa	MÉDIA
4	Alta	Alta	Alta	Média	Média	MÉDIA
5	Alta	Alta	Alta	Média	Média	ALTA
7	Média	Média	Baixa	Baixa	Baixa	BAIXA
8	Alta	Média	Média	Baixa	Baixa	MÉDIA
9	Alta	Média	Alta	Baixa	Baixa	MÉDIA
10	Alta	Alta	Alta	Baixa	Baixa	ALTA
11	Alta	Alta	Média	Baixa	Baixa	MÉDIA
12	Alta	Alta	Média	Baixa	Baixa	MÉDIA

## NÍVEIS DA ADEQUAÇÃO EPISTÊMICA

Exercícios	<i>Problemas</i>	<i>Linguagens</i>	<i>Conceitos</i>	<i>Proposições</i>	<i>Procedimentos</i>	<i>Argumentos</i>	CONCLUSÕES
5	Média	Média	Média	Média	Média	Média	MÉDIA
6	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Média	ALTA
7	Média	Média	Média	Média	Média	Média	MÉDIA
8	Média	Média	Média	Média	Alta	Média	MÉDIA
9	Baixa	Baixa	Média	Baixa	Baixa	Baixa	BAIXA
10	Média	Média	Média	Média	Alta	Média	MÉDIA
11	Alta	Alta	Média	Média	Média	Média	ALTA
12	Média	Média	Média	Média	Média	Média	MÉDIA
13	Média	Alta	Média	Média	Média	Alta	MÉDIA
14	Alta	Alta	Média	Média	Média	Média	ALTA
15	Média	Alta	Média	Média	Média	Alta	MÉDIA
16	Média	Alta	Média	Média	Média	Média	MÉDIA
17	Média	Média	Média	Média	Baixa	Baixa	MÉDIA
18	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Média	ALTA
19	Alta	Alta	Média	Média	Média	Média	ALTA

## NÍVEIS DA ADEQUAÇÃO EPISTÊMICA

Exercícios	Relações	Comunicação, argumentação	Modelagem	Generalização	Conflitos epistêmicos	CONCLUSÕES
5	Baixa	Baixa	Baixa	Média	Alta	MÉDIA
6	Média	Alta	Alta	Alta	Alta	ALTA
7	Média	Alta	Alta	Média	Alta	MÉDIA
8	Média	Média	Baixa	Baixa	Alta	MÉDIA
9	Baixa	Baixa	Baixa	Média	Alta	BAIXA
10	Média	Média	Baixa	Baixa	Alta	MÉDIA
11	Alta	Alta	Média	Baixa	Alta	ALTA
12	Média	Média	Média	Média	Alta	MÉDIA
13	Média	Média	Média	Baixa	Alta	MÉDIA
14	Alta	Alta	Média	Baixa	Alta	ALTA
15	Média	Média	Média	Baixa	Alta	MÉDIA
16	Média	Baixa	Baixa	Baixa	Alta	MÉDIA
17	Baixa	Média	Baixa	Média	Alta	MÉDIA
18	Média	Média	Alta	Alta	Alta	ALTA
19	Alta	Alta	Média	Baixa	Alta	ALTA

## NÍVEIS DA ADEQUAÇÃO COGNITIVA

Exercícios	Relações	Conhecimentos prévios	Diferenças individuais	Conflitos cognitivos	Avaliação	CONCLUSÕES
5	Alta	Alta	Média	Baixa	Média	MÉDIA
6	Alta	Alta	Média	Média	Alta	ALTA
7	Alta	Média	Baixa	Alta	Alta	ALTA
8	Alta	Alta	Baixa	Baixa	Média	MÉDIA
9	Média	Baixa	Baixa	Baixa	Baixa	BAIXA
10	Alta	Alta	Baixa	Baixa	Média	MÉDIA
11	Alta	Alta	Baixa	Baixa	Média	MÉDIA
12	Alta	Média	Baixa	Média	Média	MÉDIA
13	Alta	Alta	Baixa	Baixa	Média	MÉDIA
14	Alta	Alta	Baixa	Baixa	Média	MÉDIA
15	Alta	Alta	Baixa	Baixa	Média	MÉDIA
16	Alta	Alta	Baixa	Baixa	Média	MÉDIA
17	Média	Média	Baixa	Baixa	Média	BAIXA
18	Alta	Alta	Baixa	Alta	Média	ALTA
19	Alta	Alta	Baixa	Baixa	Média	MÉDIA

## NÍVEIS DA ADEQUAÇÃO AFETIVA / EMOCIONAL

Exercícios	Atitudes	Emoções	Crenças	Valores	Avaliação afetiva	CONCLUSÕES
5	Média	Alta	Média	Alta	Alta	ALTA
6	Alta	Média	Alta	Alta	Média	ALTA
7	Alta	Média	Alta	Alta	Alta	ALTA
8	Alta	Alta	Média	Baixa	Média	MÉDIA
9	Baixa	Baixa	Baixa	Alta	Média	BAIXA
10	Alta	Alta	Média	Baixa	Média	MÉDIA
11	Alta	Alta	Média	Alta	Média	ALTA
12	Alta	Média	Média	Alta	Média	MÉDIA
13	Média	Média	Baixa	Alta	Média	MÉDIA
14	Alta	Alta	Média	Alta	Média	ALTA
15	Média	Média	Baixa	Alta	Média	MÉDIA
16	Média	Baixa	Baixa	Média	Média	MÉDIA
17	Média	Baixa	Baixa	Média	Média	MÉDIA
18	Alta	Média	Baixa	Alta	Média	MÉDIA
19	Alta	Alta	Média	Alta	Média	ALTA

## NÍVEIS DA ADEQUAÇÃO INTERACIONAL

<b>Exercícios</b>	<b><i>Interação autor - aluno</i></b>	<b><i>Interações do aluno</i></b>	<b><i>Autonomia</i></b>	<b><i>Teste formativo</i></b>	<b>CONCLUSÕES</b>
5	Alta	Média	Baixa	Baixa	BAIXA
6	Alta	Alta	Alta	Média	ALTA
7	Média	Alta	Alta	Média	MÉDIA
8	Média	Alta	Alta	Alta	Alta
9	Média	Média	Baixa	Baixa	MÉDIA
10	Média	Alta	Alta	Alta	ALTA
11	Alta	Média	Alta	Baixa	ALTA
12	Alta	Média	Média	Baixa	MÉDIA
13	Alta	Média	Média	Baixa	MÉDIA
14	Alta	Média	Alta	Baixa	ALTA
15	Alta	Média	Média	Baixa	MÉDIA
16	Alta	Média	Baixa	Baixa	BAIXA
17	Média	Média	Baixa	Baixa	BAIXA
18	Alta	Média	Média	Média	MÉDIA
19	Alta	Média	Alta	Baixa	ALTA



## NÍVEIS DA ADEQUAÇÃO MEDIACIONAL

<b>Exercícios</b>	<b>Recursos materiais</b>	<b>Tempo</b>	<b>CONCLUSÕES</b>
5	Alta	Alta	ALTA
6	Alta	Alta	ALTA
7	Média	Média	MÉDIA
8	Baixa	Média	MÉDIA
9	Baixa	Média	BAIXA
10	Baixa	Média	MÉDIA
11	Alta	Média	ALTA
12	Média	Média	MÉDIA
13	Média	Média	MÉDIA
14	Alta	Média	ALTA
15	Média	Média	MÉDIA
16	Média	Média	MÉDIA
17	Baixa	Média	BAIXA
18	Média	Média	MÉDIA
19	Alta	Média	ALTA

## NÍVEIS DA ADEQUAÇÃO ECOLÓGICA

Exercícios	<i>Adaptação ao Currículo</i>	<i>Abertura a inovação</i>	<i>Adaptação socioprofissional</i>	<i>Educação em Valores</i>	<i>Conexões intra e interdisciplinares</i>	CONCLUSÕES
5	Alta	Alta	Alta	Média	Baixa	ALTA
6	Alta	Alta	Alta	Média	Baixa	ALTA
7	Alta	Média	Média	Média	Baixa	MÉDIA
8	Alta	Baixa	Média	Média	Baixa	BAIXA
9	Alta	Baixa	Média	Baixa	Baixa	BAIXA
10	Alta	Baixa	Média	Média	Baixa	BAIXA
11	Alta	Média	Alta	Média	Baixa	MÉDIA
12	Alta	Alta	Alta	Baixa	Baixa	ALTA
13	Alta	Alta	Alta	Média	Média	ALTA
14	Alta	Média	Alta	Média	Baixa	MÉDIA
15	Alta	Alta	Alta	Média	Média	ALTA
16	Alta	Média	Alta	Baixa	Baixa	MÉDIA
17	Alta	Média	Média	Baixa	Baixa	MÉDIA
18	Alta	Alta	Alta	Média	Baixa	ALTA
19	Alta	Média	Alta	Média	Baixa	MÉDIA