UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO - UFRJ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DA MATEMÁTICA

UMA PROPOSTA DE NÍVEIS DE APRENDIZAGEM PARA O TÓPICO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO

EDUARDA DE JESUS CARDOSO
ORIENTADORA: LILIAN NASSER

RIO DE JANEIRO
JUNHO DE 2016

UMA PROPOSTA DE NÍVEIS DE APRENDIZAGEM PARA O TÓPICO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO

EDUARDA DE JESUS CARDOSO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof.ª. Dra. Lilian Nasser

RIO DE JANEIRO

JUNHO DE 2016

CIP - Catalogação na Publicação

C268p

Cardoso, Eduarda
UMA PROPOSTA DE NÍVEIS DE APRENDIZAGEM PARA O TÓPICO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO / Eduarda Cardoso. -- Rio de Janeiro, 2016.
194 f.

Orientadora: Lilian Nasser.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, 2016.

1. função. 2. van Hiele. 3. níveis de aprendizagem. 4. dificuldades. I. Nasser, Lilian, orient. II. Título.

Elaborado pelo Sistema de Geração Automática da UFRJ com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

UMA PROPOSTA DE NÍVEIS DE APRENDIZAGEM PARA O TÓPICO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO

EDUARDA DE JESUS CARDOSO

ORIENTADORA. LILIAN NASSER

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Aprovada por:

Lilian Nasser

Presidente, Profa. Dra. Lilian Nasser

Victor Augusto Giraldo

Prof. Dr. Victor Augusto Giraldo

Neide da Fonseca Parracho Sant'Anna

Profa. Dra. Neide da Fonseca Parracho Sant 'Anna

RIO DE JANEIRO

JUNHO DE 2016

Para Sandra, minha avó

Agradecimentos

Agradeço a Oxalá e todos os mentores espirituais por sempre me auxiliarem nesta caminhada terrestre.

Agradeço a minha avó Sandra e meu avô Matheus, *in memoriam*, peças fundamentais em minha vida, por toda motivação, apoio, ajuda, educação e carinho.

Agradeço ao meu pai, Eduardo, por todo amor e apoio que me deu.

Agradeço aos meus irmãos Vivianne, Yuri e Anna Sophia, por todo carinho fraterno.

Agradeço ao meu primo Fábio, por todo carinho de um irmão mais velho.

Agradeço a minha avó Francisca *in memoriam* e minhas tias Andréa e Eliane, por toda ajuda que sempre me deram.

Agradeço ao meu namorado Gabriel, por todo o amor, apoio e compreensão de quando eu precisava estudar, por me incentivar a continuar estudando e por me acompanhar em eventos acadêmicos. Obrigada também por se oferecer para aplicar minhas atividades em seus alunos e por aplicar algumas delas para mim.

Agradeço muitíssimo ao professor Marcelo Ferreira Farias, por ter me convidado e insistido para o projeto de iniciação Científica na graduação, que resultou em minha monografia e motivação desta dissertação.

Agradeço a professora Lilian Nasser, por aceitar o convite de me orientar, por acreditar no projeto, por toda paciência e incentivo. Muito obrigada por toda a compreensão e ajuda.

Agradeço ao meu amigo Eduardo Braga, presente que ganhei da Rural, por todo companheirismo, ajuda e cadernos emprestados desde a graduação.

Agradeço a turma do PEMAT 2014 pelo companheirismo nestes dois anos de mestrado e por todas as discussões no grupo do WhatsApp.

Agradeço a Tamara da turma 2013 do PEMAT pela amizade e acolhimento.

Agradeço ao colega Diego, por todas as caronas na volta pra casa.

Agradeço a todas as escolas e alunos que participaram dessa pesquisa, a contribuição de cada um de vocês foi essencial para que se pudesse chegar as conclusões.

Agradeço aos professores Neide Sant'Anna e Victor Giraldo, por terem aceitado fazer parte da banca desta dissertação pelas pertinentes considerações da qualificação por suas futuras contribuições.

RESUMO

A presente pesquisa tem como objetivo apresentar estudo sobre os modelos de desenvolvimento do pensamento sobre a linguagem de funções, propor e testar um modelo de níveis de desenvolvimento para funções com base no modelo de Van Hiele para a aprendizagem de geometria. Nas últimas décadas, a Teoria de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele tem sido considerada como um guia para ensino/aprendizagem de habilidades em Geometria. Este modelo consiste em dois grandes princípios: o primeiro, da descrição da estrutura cognitiva, que se caracteriza por níveis mentais hierárquicos a serem atingidos pelos alunos e o segundo, da metodologia do ensino para que estes níveis sejam alcançados, com o intuito de orientar educadores quanto à tomada de decisão relacionada ao ensino. A validade dessa teoria foi estudada e testada por pesquisadores de diversos países nas décadas de 1970 e 1980. A partir de estudos sobre os modelos de desenvolvimento do pensamento sobre a linguagem de funções, neste trabalho propomos e testamos um modelo de níveis de desenvolvimento para funções com base no modelo de Van Hiele para a aprendizagem de geometria. Para isso, foram aplicadas atividades a alunos do Ensino Médio, para verificar a validade da escala proposta para a aquisição do conceito de função, ou seja, testar as possíveis contribuições e limitações do modelo.

Palavras-chave: função; van Hiele; níveis de aprendizagem; dificuldades.

ABSTRACT

The present research has the objective to make a study of the development models of thought to the language of functions, propose and test a development model for levels of function based on the van Hiele model for geometry learning. In recent decades, the van Hiele Theory of Geometric Thinking Development has been considered as a guide for teaching/learning skills in geometry. This model is based on two main principles: first, the description of cognitive structure, characterized by hierarchical mental levels to be achieved by the students and the second, the teaching methodology for these levels to be achieved in order to guide educators as the decision-making related to education. The validity of this theory has been studied and tested by researchers from several countries in the 1970s and 1980. From a study of the development models of functions language, this research propose and test a development model levels for functions based on the van Hiele model for geometry learning. For this, activities have been applied to high school students, to verify the validity of the proposed scale on the acquisition of the concept of function and test the possible contributions and limitations of the model.

Key-words: function; van Hiele; levels of knowledge; learning disabilities.

Lista de Abreviatura e Siglas

3AELT – Terceiro ano do Ensino Médio de Curso de Eletrônica

CAp UERJ – Colégio de Aplicação da Universidade do Estado do Rio de Janeiro

CAPES –Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CEFET – Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca

FAPERJ –Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro

KwH– Quilowatt-hora ou Watt-hora, unidade de medida de energia por hora

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

LDM - Lista de Definição Mínima

MEC – Ministério da Educação

N1 – Nível 1 da escala de níveis proposta nessa dissertação

N2 – Nível 2 da escala de níveis proposta nessa dissertação

N3 – Nível 3 da escala de níveis proposta nessa dissertação

N4 – Nível 4 da escala de níveis proposta nessa dissertação

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

PEMAT – Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática

PIBID – Programa de Iniciação à Docência

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

PPP – Projeto Político Pedagógico

PUC – Pontifícia Universidade Católica

UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro

UFRRJ – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina

Lista de Figuras, Quadros e Tabelas

SUMÁRIO

Introdução

Durante a graduação em licenciatura em matemática na Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ), sempre estive envolvida nos projetos educacionais. Atuei como monitora de Cálculo I, bolsista do programa PIBID da CAPES e desenvolvi um projeto de iniciação científica, intitulado "Investigações sobre o Ensino de Cálculo utilizando softwares livres", com fomento da FAPERJ. Durante o desenvolvimento deste último projeto fui apresentada à Teoria de Van Hiele e ao estudo de Isoda – que propunha uma aplicação dos níveis de van Hiele à aprendizagem de funções. Tal projeto de iniciação científica culminou em minha monografia, intitulada: "Investigações sobre o Ensino de Funções Utilizando o GeoGebra", ambos com orientação do professor Dr. Marcelo Ferreira Farias. Surgiu daí a motivação para esta dissertação.

Este trabalho tem como objetivo fazer um estudo sobre os modelos de desenvolvimento do pensamento sobre a linguagem de funções, propor e testar um modelo de níveis de desenvolvimento para funções com base no modelo de van Hiele para a aprendizagem de geometria, verificar a validade da escala proposta sobre a aquisição do conceito de função, ou seja, testar as possíveis contribuições e limitações do modelo proposto para descrever este desenvolvimento e promover a elevação dos níveis de Van Hiele no tópico específico de funções.

O modelo de van Hiele para o pensamento geométrico foi criado pelo casal holandês Pierre van Hiele e sua esposa Dina van Hiele-Geoldof, motivados pela observação de muitas dificuldades apresentadas por seus alunos do curso secundário holandês– equivalente ao Ensino Fundamental II brasileiro. O modelo sugere que os alunos progridem segundo uma sequência hierárquica de níveis de compreensão de conceitos geométricos. O progresso de um nível para o próximo é feito através da vivência de atividades adequadas, e passa por cinco fases de aprendizagem. Assim, ao contrário da teoria de Piaget, segundo este modelo a elevação de níveis depende mais da aprendizagem adequada do que da idade ou maturação do estudante. Os níveis sugeridos por van Hiele são hierárquicos, no sentido de que o aluno só atinge determinado nível de raciocínio após passar por todos os níveis inferiores.

O conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática. No entanto, o ensino/aprendizagem de funções vem se tornando sistematicamente motivo de grande preocupação para professores e pesquisadores, devido a dificuldades dos alunos em dominar tal conceito. Como o tópico é um dos principais pré requisitos para cursos de nível superior na área de exatas, a defasagem dos alunos se reflete em baixo rendimento escolar e em elevados índices de reprovação nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral em diversos cursos superiores, tornando-se um dos maiores desafios para os profissionais da Matemática (REZENDE, 2003).

A formação básica deficiente dos alunos acarreta em transtornos de aprendizagem, evasão e repetência. Estas dificuldades verificam-se principalmente na visualização espacial/plana de objetos e representações gráficas, na manipulação algébrica de expressões numéricas básicas e na transposição de uma situação problema numa expressão ou função que a represente. Obviamente, outros fatores podem influenciar para tão caótico resultado, como por exemplo: planejamento errôneo de grades curriculares e o curto regime de dedicação dos alunos.

O ensino de funções no Brasil é feito no primeiro ano do Ensino Médio, sem a preocupação de relacionar o tema com outros conteúdos, tanto dentro da matemática como com outras disciplinas. Por exemplo, as funções afim e exponencial são trabalhadas no primeiro ano do Ensino Médio, enquanto que as progressões aritméticas e geométricas, geralmente, são estudadas no segundo ano, sem se que se faça qualquer relação entre os tópicos. Além disso, concomitantemente com o ensino de funções em Matemática, se estuda na Física cinemática, onde o uso de funções é fundamental.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil 2006) mostram preocupação e fazem sugestões quanto ao tratamento deste conteúdo.

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (Brasil 2006, p.121).

Devido à grande abrangência do conceito, o tópico de função envolve múltiplas concepções e representações: expressão analítica, gráficos, tabelas, diagramas. Portanto, faz-se necessário compreender o sentido que este conceito pode assumir em diferentes contextos, quais significados o aluno pode produzir e de que formas isto se desenvolve no ambiente escolar. Estas múltiplas representações, quando desenvolvidas de forma articulada, levam a uma compreensão mais abrangente. o aluno deve entender que a expressão algébrica, o gráfico, as tabelas e as diversas formas de representação de funções, representam o mesmo objeto.

> Não pode haver compreensão matemática, sem se distinguir um objeto de sua representação, pois jamais se deve confundir objetos matemáticos (números, funções, retas) com suas representações (escritas decimais ou fracionárias, símbolos, gráficos, desenhos das figuras) que parecem apenas ser o meio, de que o indivíduo dispõe, para exteriorizar suas representações mentais, ou seja, para se tornarem visíveis ou acessíveis a outros, pois em matemática, as representações semióticas não são somente indispensáveis para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática. (DUVAL, 2009, p. 15).

Diversas pesquisas em Educação Matemática apontam na direção da necessidade de uma melhor compreensão de conceitos matemáticos por parte dos alunos em tarefas que permitem a construção das definições e dos significados, por meio de procedimentos didáticos que envolvam atributos relevantes destes conceitos (TALL, 1993). Neste contexto surge a discussão de modelos de desenvolvimento do pensamento sobre a linguagem de funções.

Tais modelos foram propostos por autores como Bergeron & Herscovics (1982), Vinner (1989), Even (1990), Sierpinska (1992), Tall (1991), Isoda (1996). Estes pesquisadores consideram o desenvolvimento dos alunos, não só em termos de pensamento conceitual sobre funções, mas também da linguagem dos alunos, ou seja, considerando que o problema da aprendizagem tem sua justificativa no desenvolvimento cognitivo dos alunos. Assim, o processo de elaboração mental da construção de conceitos matemáticos deve ir muito além da apresentação de sistemas dedutivos, por meio de definições, exemplos e contraexemplos.

Esta pesquisa visa investigar uma adaptação dos níveis de van Hiele para o tópico de funções, com o objetivo de sugerir uma escala de níveis em que o progresso depende fortemente do ensino, e não apenas da maturidade dos alunos. Para isso propomos um modelo de desenvolvimento de linguagem de funções. Essa proposta certamente poderá contribuir para descrever o desenvolvimento da aprendizagem de funções, ajudando a entender esse fenômeno e a identificar possíveis contribuições e limitações do modelo proposto.

Neste sentido, à luz da teoria de van Hiele e dos níveis sugeridos por Isoda e Bergeron &Herscovics, sugerimos uma escala de níveis para funções que foi testada com alunos do Ensino Médio. Os dois primeiros testes foram realizados em uma escola particular de Jacarepaguá com alunos do 3º ano do Ensino Médio. Para uma melhor validação da escala proposta foi necessário aumentar a amostra, com isso, a última atividade foi desenvolvida com os alunos dos primeiros testes e alunos do 1º e 2º ano do CAp UERJ e alunos do 3º ano do curso de eletrônica do CEFET.

Assim, formulou-se o **problema de pesquisa** representado por meio das seguintes questões:

- A escala proposta descreve níveis de acordo com modelo de van Hiele para o tópico específico de funções para esta amostra?
- De que modo esta escala pode ser útil para um professor de Ensino Médio ao ensinar funções para uma turma semelhante?

E o **objetivo é:** propor uma escala de níveis de desenvolvimento da linguagem de funções baseada na teoria de van Hiele e investigar sua validade.

O objeto de estudo são as contribuições de uma escala de níveis de desenvolvimento de linguagens de funções para a aprendizagem desse conteúdo por alunos do Ensino Médio.

Essas contribuições serão avaliadas mediante a aplicação de atividades investigativas e de validação do modelo proposto. A intenção foi elaborar e implementar atividades diversificadas para a aprendizagem de funções, verificando através dos resultados obtidos suas contribuições para a aprendizagem.

Quanto à população-alvo, o projeto foi implementado inicialmente em uma escola da rede particular do município do Rio de Janeiro, com alunos da turma do terceiro ano do Ensino Médio. Tal escola foi escolhida por estar localizada próxima à residência da pesquisadora, e por ter aceitado permitir as investigações.

A metodologia escolhida para o desenvolvimento desta pesquisa subdivide-se em quatro partes:

- Estudo do referencial teórico, com a comparação de algumas teorias: Van Hiele, Sierpinska, Bergeron & Herscovics e Isoda. Foram também pesquisadas dissertações e teses mais recentes sobre a teoria de van Hiele e a aquisição do conceito de função;
- Proposição de uma escala com níveis para aquisição do conceito de função;
- Verificar a validade desses níveis aplicando atividades com alunos;
- Análise dos resultados.

Este material é composto por uma Introdução, contendo a justificativa da pesquisa, o problema a ser pesquisado, o objeto de estudo, o objetivo, a população-alvo, as tarefas e metodologia.

O Capítulo I contém um estudo teórico e histórico sobre a teoria de van Hiele, suas contribuições e implicações no ensino de geometria.

O Capítulo II aborda o conceito de funções, o que os documentos oficiais brasileiros informam sobre o tema, outras pesquisas já feitas sobre o ensino-aprendizagem de funções e como superar dificuldades neste tópico específico.

O Capítulo III traz um estudo sobre diversos modelos para o desenvolvimento de níveis na aprendizagem de funções: Isoda – inspirado na teoria de van Hiele e o currículo nacional japonês; Bergeron & Herscovics – os pesquisadores basearam-se nos obstáculos cognitivos descritos por Herscovics e propuseram uma escala de níveis com objetivo de superar tais obstáculos e Sierpinska, que estudou os obstáculos epistemológicos para a aquisição do conceito de função.

No Capítulo IV se encontra uma primeira proposta de níveis sugerida neste trabalho, além de apresentar as primeiras atividades desenvolvidas com seus resultados.

O capítulo V apresenta a escala proposta e sua validação, com a aplicação de novas atividades a um grupo maior de alunos, e a descrição das habilidades características de cada nível.

Seguem-se considerações finais, contendo as conclusões e algumas recomendações. Em seguida vêm as referencias bibliográficas, os anexos e apêndices.

CAPÍTULO I

Teoria de Van Hiele

A presente sessão detalha a Teoria de Van Hiele, principal referencial desta dissertação, com as características de cada nível e de cada fase de aprendizagem.

Nas últimas décadas, o Modelo do Pensamento Geométrico de Van Hiele tem sido considerado como um guia para ensino/aprendizagem de habilidades em Geometria. Os educadores holandeses Dina van Hiele-Geldof e seu marido Pierre Marie van Hiele se surpreenderam com o baixo rendimento dos alunos em Geometria no Ensino Fundamental, tal situação despertou o interesse do casal em investigar esse problema e entender como o raciocínio geométrico dos alunos evoluía e como o professor poderia ajudar esses alunos a compreender melhor os conceitos geométricos. Os resultados desse estudo culminaram nas teses de doutorado dos educadores, em 1957, na Universidade de Utrecht sob orientação de Hans Freudenthal, posteriormente a pesquisa foi intitulada de Teoria de Van Hiele.

As teses são complementares uma da outra, isto é, enquanto o trabalho de Dina descreve à ordenação do conteúdo de Geometria e atividades que promovam a aprendizagem dos alunos, a tese de Pierre tinha como principal objetivo explicar o porquê os alunos tinham problemas em aprender essa disciplina. Como Dina veio a falecer logo depois de defender sua tese, coube a Pierre aprimorar e disseminar os estudos do casal.

O modelo proposto pelos van Hiele consiste em dois grandes princípios: o primeiro, da descrição da estrutura cognitiva, que se caracteriza por níveis mentais a serem atingidos pelos alunos; e o segundo, da metodologia do ensino para que estes níveis sejam alcançados, com o intuito de orientar educadores quanto à tomada de decisão relacionada ao ensino.

> A teoria sugere que os alunos progridem através de uma sequência hierárquica de níveis de compreensão enquanto aprendem Geometria, e que a linguagem, o *insight* e o tipo de experiências vivenciadas desempenham papeis essenciais nesse desenvolvimento (NASSER, 1992).

Estudos relacionados à pesquisa do casal van Hiele(CROWLEY, 1994; NASSER, 1992; SANT`ANNA, 2001) destacam algumas características do modelo:

• a aprendizagem de geometria ocorre em níveis hierárquicos de conhecimento;

• o que está implícito em um nível torna-se explícito no próximo;

• cada nível tem símbolos linguísticos próprios, e um conjunto de relações características interligando-os;

• quando o ensinamento ocorre em um nível cognitivo acima do que o aluno se encontra, os conceitos não são compreendidos e fixados. Logo, professor e aluno devem se comunicar em um mesmo nível;

• o crescimento relativo à idade não produz automaticamente um crescimento no nível do pensamento geométrico.

> os níveis sucessivos de compreensão se caracterizam, essencialmente, por diferenças nos objetos de pensamento, que vão se tornando gradativamente mais complexos. Os objetos mais simples são os do nível 1, e sobre estes se elaboram os dos níveis seguintes sucessivamente. Assim, temos no nível 1, os objetos de pensamento constituído por figuras isoladas [...] Finalmente, no nível 5 os objetos de pensamento são os fundamentos dessas relações de ordem que constituem os objetos típicos no nível 4. (SANT'ANNA, 2001, p.64 e 65).

1.1 Níveis de Compreensão Geométrica

Os cinco níveis de compreensão de ideias geométricas são:

- Nível 0 (básico) - Visualização;
- Nível 1 - Análise;
- Nível 2 - Dedução Informal;
- Nível 3 - Dedução Formal; e
- Nível 4 - Rigor.

Estes níveis explicam como se produz o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos estudantes. De acordo com Nasser(1992), a divisão de tópicos sugerida pelo casal tem como objetivo ajudar o estudante a ter um "insight" ao se deparar com uma situação não usual:

> A teoria sugere que os alunos progridem através de uma sequência hierárquica de níveis de compreensão enquanto aprendem Geometria, e que a linguagem, o *insight* e o tipo de experiências vivenciadas desempenham papeis essenciais nesse desenvolvimento (NASSER, 1992).

A seguir, descrevemos os níveis de van Hiele, de acordo com os trabalhos de CROWLEY (1994) e VAN DE WALLE, KARP & WILLIAMS (2004).

- **Nível 0 (Básico) - Visualização:**

Os alunos raciocinam basicamente por meio de considerações visuais, os conceitos de geometria são vistos como um todo, não sendo levadas em conta considerações explícitas das propriedades dos seus componentes. Com isso, as figuras geométricas são reconhecidas pela aparência global e pela forma e não pelas partes ou propriedades. Um aluno neste nível pode aprender o vocabulário geométrico, identificar formas específicas e reproduzir uma figura dada.

Exemplo:

Com a turma dividida em grupos de quatro alunos, cada grupo deve receber um cartão similar ao da figura 1, e fazer as seguintes atividades em ordem:

Cada criança seleciona uma forma, e, um de cada vez, os alunos devem citar características que chamaram sua atenção na figura. Não existem respostas certas ou erradas.

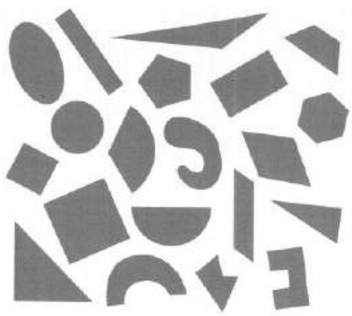


Figura 01: Cartão atividades para o nível 0 (VAN DE WALLE, KARP & WILLIAMS, 2004)

- **Nível 1 - Análise:**

Neste nível inicia-se uma análise informal dos conceitos geométricos através de observação e experimentação. Com isso os alunos começam a discernir características das figuras geométricas, surgindo propriedades que são usadas para conceituar classes e formas. Alunos neste nível ainda não são capazes de explicitar relações entre propriedades, interrelações entre figuras e não entendem definições.

Exemplo:

Atividades para os quadriláteros: paralelogramos, losangos, retângulos e quadrados.

Os alunos devem ser divididos em quatro grupos, um para cada tipo de quadrilátero. Suas tarefas serão listar quantas propriedades de quadriláteros se aplicam a todas as formas na sua folha. Devem ser estimulados a usar palavras como “pelo menos”, ao descrever, por exemplo: “retângulos têm pelo menos duas linhas de simetria, pois quadrados (incluídos nos retângulos) têm quatro”.

Cada grupo irá preparar uma lista com as seguintes propriedades: os lados, ângulos, diagonais e simetria. Os grupos devem compartilhar sua lista com a classe e, assim formar uma lista para cada tipo de quadrilátero.

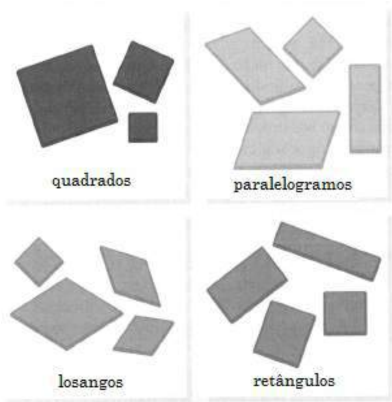


Figura 02: Modelo de ficha de atividades para o nível 1(VAN DE WALLE, KARP & WILLIAMS, 2004)

- **Nível 2 - Dedução Informal:**

Os alunos conseguem estabelecer inter-relações de propriedades dentro de figuras e entre figuras, formam definições abstratas, deduzem propriedades de uma figura, reconhecem classes de figuras, as definições passam a ter significado, conseguem acompanhar e formular argumentos informais. Neste nível, porém, acompanham provas formais, mas não percebem como construir uma prova a partir de premissas diferentes, não compreendem o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas.

Exemplo:

Uma vez feita a lista de propriedades para paralelogramos, losangos, quadrados e retângulos acordadas pela classe, têm-se estas listas afixadas.

A partir daí, os alunos trabalham em grupos para encontrar uma “lista de definição mínima” para cada forma. Uma lista de definição mínima é um subconjunto das propriedades de uma forma que é a definição e “mínima”.

Definição nesta atividade significa que cada forma que tem todas as propriedades na lista de definição mínima deve ser essa forma. Mínima significa que se uma única propriedade é removida da lista, não encontramos mais a figura desejada. Por exemplo, uma LDM para um quadrado é: quadrilátero com quatro lados congruentes e quatro ângulos retos. Os alunos devem tentar encontrar duas ou três definições mínimas para sua forma. Devem ser incentivados a fazer listas de "não define" e "não mínimo". A lista "não define" deve ser explicada com um contraexemplo, em que uma forma diferente pode ser exibida usando apenas as propriedades da lista.

- **Nível 3 - Dedução Formal:**

Os alunos desenvolvem sequencias de afirmações deduzindo uma afirmação a partir de outra ou de outras, percebem a inter-relação e o papel de termos não definidos, axiomas, postulados, demonstrações, raciocinam formalmente no contexto de um sistema matemático completo, constroem demonstrações e não apenas memorizam, percebem a possibilidade de desenvolver uma prova de mais de uma maneira, distinguem afirmação e recíproca.

Exemplo:

Os alunos irão construir uma lista de axiomas e definições para a criação de teoremas. Eles também demonstram teoremas usando o raciocínio lógico, enquanto o raciocínio no nível 2 pode ser bastante informal. Os alunos devem descobrir as relações que provarão no nível 4.

- **Nível 4 - Rigor:**

Os alunos entendem a estrutura de vários sistemas dedutivos com alto grau de rigor, sendo capaz de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, estudando várias geometrias na ausência de modelos concretos e comparam sistemas diferentes. A geometria é vista no plano abstrato. Alunos neste nível são capazes de se aprofundarem na análise de propriedades de um sistema dedutivo, tais como consistência, independência e completude dos axiomas.

Exemplo:

Estudo formal de sistemas axiomáticos de Geometrias não-euclidianas, como por exemplo a Geometria esférica.

De acordo com o casal van Hiele, existe uma hierarquia nos níveis de pensamento geométrico, ou seja, o aluno só pode passar de um nível para o próximo após ter atingido todas as competências do nível anterior. Em resumo, os objetos (ideias) devem ser criados em um nível para que as relações entre esses objetos possam se tornar o foco do próximo nível. Desta forma, o modelo afirma que o aluno move-se sequencialmente a partir do nível inicial até o nível mais elevado, não havendo como "pular" de nível.

Nasser (1993) ressalta que o acesso a um novo nível não ocorre muito depressa, tal progresso depende de vários fatores como o nível da turma, as atividades preparadas pelo professor.

O papel do professor é fundamental para que os alunos atinjam as condições necessárias para efetuar a passagem de um nível para o seguinte. Para Pierre (1986) a experiência é considerada um aspecto imprescindível para o avanço nos níveis de raciocínio geométrico. Ainda segundo o pesquisador, o professor não deve apenas explicar as atividades para os alunos, deve também desafiá-los a resolver questões do seu jeito, dessa forma, os estudantes aprendem fazendo, não "copiando" explicações dadas pelo professor.

Devido a grande importância dos professores nas aplicações e elaborações das tarefas o casal van Hiele explicitou as propriedades do modelo e formulou fases de aprendizagem com o intuito de auxiliar os educadores quanto a tomada de decisões em relação ao ensino. Essas fases são etapas pelas quais os alunos devem percorrer no processo de ensino-aprendizagem.

1.2 Propriedades do modelo

Crowley (1994) resume as propriedades do modelo sugerido pelo casal, que devem ser adotadas no ensino de geometria:

- **Sequencial**

O modelo é parte de uma teoria construtivista. O aluno deve passar sucessivamente pelos níveis de aprendizagem, e para atuar com sucesso em um determinado nível é preciso ter adquirido as estratégias mentais dos níveis anteriores, não sendo permitido saltar de níveis.

- **Avanço**

O progresso ou não de um nível para outro depende mais dos conteúdos estudados e dos métodos de instrução recebidos do que da idade do aluno. Como não é possível pular de nível, alguns métodos de ensino acentuam o progresso, enquanto outros retardam ou impedem o desenvolvimento do aluno.

- **Intrínseco e extrínseco**

Os objetos inerentes a um nível tornam-se os objetos de ensino no nível seguinte.

> A rede de relações no Nível 3 só pode ser estabelecida de maneira significativa quando a rede de relações no Nível 2 for estabelecida adequadamente. Quando a segunda rede de relações está presente de forma adequada tal que sua estrutura se torna aparente e alguém pode falar sobre ela com outras pessoas, é então que os elementos constituintes do Nível 3 estarão prontos. (Van Hiele, apud Nasser 1992)

- **Linguística**

Cada nível tem seus próprios símbolos e seu próprio sistema de relações conectados a esses símbolos. Assim, uma relação que é aceita como correta em um nível pode ser modificada em outro nível, por exemplo, nos níveis 0 e 1 é considerado correto quando o aluno diz que o quadrado pode ser diferente do retângulo, no entanto no nível 2 essa afirmação é modificada para todo quadrado é um retângulo.

- **Combinação inadequada**

Tanto o aluno como o curso devem estar no mesmo nível, caso contrário o aprendizado e o progresso desejado podem não acontecer.

1.3 Fases de aprendizagem

Ao contrário de Piaget, o casal Van Hiele afirmou que o processo ao longo dos níveis depende mais da instrução recebida do que da idade ou da maturidade do aluno. De acordo com Sant'anna (2001), o processo de elevação de nível é um processo de aprendizagem e não apenas de maturação. Por isso, o método, a organização do curso, do conteúdo e o material utilizado são extremamente importantes.

Como a passagem de níveis depende de outros fatores que não a idade, Dina e Pierre propuseram cinco fases sequenciais de aprendizagem, são elas:

- Questionamento/Informação;
- Orientação Direta;
- Explicação;
- Orientação Livre; e
- Fechamento/Integração.

Para que um aluno atinja um novo nível de conhecimento o professor deve trabalhar com o aluno todas as cinco fases de aprendizado.

- **Fase 1 - Questionamento/Informação**

Professor e aluno conversam e através de questionamentos e introduzem o vocabulário específico de cada nível, com isso o professor fica sabendo os conhecimentos prévios dos alunos sobre os tópicos e os alunos em que direção os estudos avançarão.

- **Fase 2 - Orientação Direta**

Os alunos exploram o conceito em estudo através dos materiais selecionados pelo professor, com isso vão se familiarizando com as características cognitivas do nível. Uma característica dessas atividades é que as mesmas possibilitam respostas específicas e objetivas.

- **Fase 3 - Explicitação**

Baseando-se em experiências anteriores, os alunos expressam e trocam suas visões sobre o que observaram tudo de forma verbal para que possam refletir o uso do vocabulário. Nesta fase o papel do professor é mínimo, uma vez que o mesmo deve apenas orientar aos alunos no uso da linguagem.

- **Fase 4 - Orientação Livre**

As atividades propostas aos alunos nesta fase devem ser de múltiplas etapas, possuir mais de uma resolução e tarefas de final aberto.

- **Fase 5 - Fechamento/Integração**

Para encerrar um nível de aprendizagem os alunos sumarizam o que aprenderam sintetizando o que foi estudado. O papel do professor nesta etapa também é mínimo, uma vez que o mesmo apenas auxilia aos alunos para que os mesmos não botem nada de novo nos sumários.

Com exceção da última fase, as demais podem ocorrer em diversas ordens ou até simultaneamente. Ao concluírem a quinta fase os alunos devem ter alcançado um novo nível de pensamento. O modelo não especifica conteúdos ou currículo, mas pode ser aplicado à maioria dos conteúdos de geometria, ou até mesmo em outros tópicos, van Hiele (1986) em *"Structure and Insight"* descreve níveis de desenvolvimento para o tópico de numeração.

Apesar dos pesquisadores terem descrito fases de aprendizado onde no fim da quinta fase o aluno é elevado de nível, van Hiele não menciona em sua teoria como identificar os níveis alcançados pelos estudantes. Pesquisas posteriores apontam que o ideal seria conduzir entrevistas clinicas individuais para que o professor pudesse observar as estratégias de raciocínio usadas pelos alunos em diversas situações, entretanto, como geralmente há um grande número de alunos por turma torna-se quase impossível tal procedimento.

Alguns pesquisadores desenvolveram modelos de classificação dos alunos, entre os principais destacam-se:

- Identificar o nível do estudante através de um teste – Usiskin (1982), Mayberry(1983), Gutiérrez & Jaime (1987);
- Identificar o nível do estudante através de acompanhamento do pensamento do estudante em atividades ou durante entrevistas – Burger e Shaughnessy (1986), Fuys et aliii(1988)

O modelo proposto por Usiskin foi usado, posteriormente, em muitos projetos e traduzidos para diversos idiomas, entretanto por se tratar de um teste com apenas questões múltiplas escolhas não fornecia uma análise real do conhecimento dos alunos – pois "chute" pode mascarar defasagens, e não havia registro das estratégias de raciocínio utilizadas para solucionar as questões.

Os resultados obtidos nessas atividades classificatórias verificaram que a maioria dos estudantes apresentava um nível dominante enquanto respondiam as questões, entretanto, grande parte dos alunos apresentavam também respostas que correspondiam a outro nível Usiskin (1982), Burger e Shaughnessy (1986), Fuys et aliii(1988). Desta forma, os pesquisadores sugeriram que este comportamento acontecia com alunos em transição de um nível para o outro, contrariando o fato do modelo não apresentar intersecção entre os níveis.

> esse processo de aprendizagem deve ser entendido como um esquema: pode acontecer que, para uma certa operação, um estudante progrediu a uma fase posterior, mas precise completar o conhecimento dele com algum material de uma fase anterior. Isso às vezes significa que as fases não são discretas, elas podem se sobrepor (NASSER 1992, p.37).

Assim, um aluno pode, num determinado momento, transitar por situações intermediárias, não sendo possível distinguir o nível pelo qual ele está no momento.

1.4 Disseminação do modelo pelo mundo

Como a teoria foi desenvolvida em língua holandesa, demorou a chamar a atenção internacional, exceto na extinta União Soviética que ainda na década de 1960 alterou o currículo escolar para se adequar a este modelo. O primeiro artigo apresentado por Pierre em francês, em uma conferência em Serves – França em 1957, só foi publicado em 1959. Esses estudos não foram traduzidos imediatamente para o inglês, somente nas décadas de 1970 e 1980 o interesse pelo desenvolvimento de pesquisas sobre o modelo de van Hiele cresceu nos Estados Unidos.

> Nos Estados Unidos, as ideias de van Hiele foram introduzidas por Wirszup em 1974, no Encontro Anual do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), e por Freudental, que mencionava os níveis de van Hiele em seu livro "Mathematics as an Educational Task", publicado em 1973. (NASSER, 1993).

A partir da década de 80, vários projetos, principalmente nos Estados Unidos, foram desenvolvidos para investigar a teoria de van Hiele. Listamos aqui alguns deles citados por Nasser (1993):

- Investigação sobre a validade da teoria de van Hiele como um modelo para avaliar a compreensão em geometria (USISKIN, 1982: BURGER E SHAUGHNESSY, 1986)
- Criação de testes para identificar os níveis alcançados (USISKIN, 1982; SMITH, África do Sul, 1987)
- Relação entre os níveis de van Hiele atingidos por um aluno em diversos tópicos de Geometria(MAYBERRY, 1983; GUITIERREZ E JAIME, 1987;

NASSER, 1989);

- Estabelecimento de níveis de van Hiele em outras áreas de matemática: Lógica, Números Reais (HOFFER, 1983), Congruência (NASSER, 1990).
-

A estes, podemos acrescentar o estabelecimento de níveis para a linguagem de Funções por Isoda1996) e Sant´Anna (2001).

Um resumo dos principais resultados dessas pesquisas é apresentado por Nasser (1993):

- Os níveis formam de fato uma hierarquia;
- O mesmo aluno pode estar raciocinando em diferentes níveis de van Hiele em tópicos distintos;
- Em geral, os alunos iniciam o curso sistemático em geometria no curso secundário raciocinando nos níveis básico ou 1 (Estados Unidos) ou mesmo antes do básico (Brasil);
- O quinto nível não existe ou não pode ser testado (Usiskin, 1982; Guitierrez e Jaime, 1987);
- Foram detectados casos em que o aluno raciocinava em dois níveis consecutivos ao mesmo tempo, sugerindo que os níveis não são discretos, contrariando a teoria de van Hiele.

Além do questionamento sobre a existência do quinto nível levantado por Usiskin e Guitierrez e Jaime, Senk (1985) e outros pesquisadores postularam a existência de um nível anterior ao de reconhecimento (nível 0 de van Hiele). Mais tarde, o próprio van Hiele (1986) propôs um modelo reduzido, com apenas três níveis:

- Visual, correspondente ao primeiro;
- Descritivo, correspondente ao segundo nível;
- Teórico, que inclui os demais três níveis

Apesar deste modelo reduzido ter sido usado por alguns pesquisadores americanos e holandeses, Clements e Battista (1991) sugerem cautela em seu uso, pois mesmo com a correspondência entre os modelos ser verificada, a hierarquia e a independência entre os níveis podem não ser preservadas.

De acordo com os trabalhos de Jaime & Gutierrez supracitados, ao responder os testes de classificação de níveis para geometria as respostas dos alunos poderiam ser classificadas em cinco níveis de aquisição de conhecimento de acordo com o seu percentual de acertos, sendo eles os seguintes:

- 0% - 15% sem aquisição
- 15% - 40% baixa aquisição
- 40% - 60% aquisição intermediária
- 60% - 85% alta aquisição
- 85% - 100% aquisição completa

Concluímos dessa forma que um aluno com pelo menos 60% de aquisição de um nível de van Hiele pode ser considerado neste nível. Os autores destacam que essa divisão de acordo com a aquisição dos estudantes não interfere nas características propostas por van Hiele, tal caracterização auxilia aos professores na hora de preparar atividades de acordo com o nível dos estudantes.

> a divisão proposta de cada nível de van Hiele em períodos não implica que o progresso através de níveis de van Hiele não seja contínuo. Atribuir um valor numérico ao grau de aquisição de um nível pode ser útil para pesquisas. No entanto, a fim de planejar instruções, é necessário ter medidas qualitativas para que possamos diferenciar os alunos para atribuí-los atividades de aprendizagem adequadas. (GUTIERREZET ALL, 1991 P.238 tradução nossa)[1]

O casal van Hiele dedicou-se à elaboração de um trabalho de pesquisa buscando a forma ideal de ensino-aprendizagem dos alunos no tópico de Geometria, mais especificamente quanto aos conceitos geométricos elementares de Geometria Euclidiana. A proposta deles não se restringe a investigar a evolução da aprendizagem

[1]The proposed division of each van Hiele level into periods does not imply that the progress through van Hiele levels is not continuous. Assigning a numerical value to the degree of acquisition of a level could be useful to researches. However, in order to plan for instruction, it is necessary to have qualitative measures so that we can differentiate between students to assign them to appropriate learning activities.

dos alunos, o modelo sugerido vai além, privilegiando o ensino, com isso, sugere que os professores devem trabalhar de forma adequada à proposta do modelo para que o aluno consiga elevar seu nível de conhecimento.

Van Hiele não caracterizou os níveis de raciocínio como estágios de desenvolvimento, para ele, estes são etapas por onde o aluno avança de acordo com sua maturidade geométrica e as atividades de ensino propostas adequadas para cada nível. O pesquisador acreditava que a capacidade do educador em provocar o avanço dos alunos através dos diferentes níveis de raciocínio é decisiva, é papel do professor adaptar-se ao modelo para poder, no momento apropriado, permitir que os alunos progridam gradativamente até o nível 4 - rigor.

CAPÍTULO II

O Conceito de Função

O conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática, uma vez que este tópico relaciona-se tanto com temas e conteúdos dentro da matemática como em outras disciplinas. Segundo Pinto (2014), trata-se de um tema importante, mas que, talvez, não seja abordado na escola com a amplitude e conexão adequadas para que fique evidente o seu papel na compreensão de outros temas matemáticos e de questões de outros campos de saber.

No Brasil, o ensino de funções ocorre principalmente no primeiro ano do Ensino Médio, mas em algumas instituições há uma introdução do tema ao final do nono ano do Ensino Fundamental. Os estudantes que optam por um curso superior na área de exatas estudam o conteúdo em diversas disciplinas de nível superior. Logo, podemos concluir que o tópico em questão é abordado em praticamente todos os níveis do ensino brasileiro.

Apesar do conceito de função ser um importante tópico do ensino de matemática, ele nem sempre ocupou esta posição privilegiada. O conceito sofreu várias modificações no decorrer da história, a definição que utilizamos hoje só foi aceita pela comunidade matemática no final do século XIX.

No Brasil, segundo Tinoco (2002) o ensino de funções foi introduzido entre 1955e 1970. No início o conceito era trabalhado de forma extremamente formal, ignorando razões que determinaram seu aparecimento, tais como: analisar fenômenos, descrever regularidades e generalizar. O nível de formalismo exigido inicialmente foi tão alto que o conceito passou a ser introduzido a partir do 8º ano de escolaridade.

Os documentos oficiais brasileiros – Orientações Curriculares do Ensino Médio (PCNEM - 2006), Diretrizes Curriculares Nacionais (2013)e o Programa Nacional do Livro Didático (2014) trazem algumas orientações sobre o tema.

As Orientações Curriculares do Ensino Médio - PCNEM (2006) foram elaboradas a partir de ampla discussão com as equipes técnicas dos Sistemas Estaduais de Educação, professores e alunos da rede pública e representantes da comunidade acadêmica. O objetivo destas orientações é contribuir para o diálogo entre professor e escola sobre a prática docente.

O material foi dividido em três volumes, sendo a parte de matemática abordada no volume 2: "Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias", e a parte referente à matemática alocada no capítulo III. Analisando este volume verificamos que este engloba três aspectos para o ensino de Matemática: conteúdos escolhidos, metodologia e organização curricular. Os conteúdos escolhidos foram organizados em quatro blocos: Números e operações; Funções; Geometria e Análise. Assim, temos um bloco específico para funções.

Analisando a parte específica de funções(PCNEM, 2006 p. 72-75), verificamos as seguintes orientações, sugerindo que o estudo do tema deve:

- ser iniciado a partir da relação entre duas grandezas;
- incentivar o esboço dos gráficos que representam as situações do item anterior;
- verificar o crescimento e decrescimento de funções;
- solicitar aos alunos que expressem em palavras uma função dada de forma algébrica;
- destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes.
- prosseguir com os diferentes modelos, vistos como objetos de estudo na escola – modelos linear, quadrático e exponencial.
- apresentar modelos de funções associados às diferentes áreas de conhecimento (queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado, crescimento de uma colônia de bactérias, entre outros);
- sempre que possível, traçar os gráficos das funções a partir de um entendimento global da relação de crescimento/decrescimento entre as variáveis;
- discutir o modelo de decrescimento com proporcionalidade inversa $\left(f(x) = \frac{a}{x}\right)$;
- iniciar o estudo da função quadrática via problemas de aplicação, em que é preciso encontrar um certo ponto de máximo;

- apresentar de forma bem sucinta as funções polinomiais (para além das funções afim e quadrática;
- discutir o alcance do modelo linear na descrição de fenômenos de crescimento, para então introduzir o modelo de crescimento/decrescimento exponencial (f(x) = a^x);
- utilizar situações reais de crescimento populacional para ilustrar o modelo exponencial;

Quanto à metodologia, o documento defende que o ensino de matemática deve ocorrer através de contextualização, que pode ser feita por meio da resolução de problemas, entretanto ressalta que o professor não deve apenas utilizar problemas fechados. Deve-se também trabalhar com projetos e tecnologias como a calculadora, os computadores e as planilhas eletrônicas:

> Para o estudo das funções, das equações e das desigualdades da geometria analítica (retas, círculos, cônicas, superfícies), tem-se uma grande variedade de programas de expressão. Em muitos desses programas, pode-se trabalhar tanto com coordenadas cartesianas como com coordenadas polares. Os recursos neles disponibilizados facilitam a exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea e isso ajuda o aluno a entender o conceito de função, e o significado geométrico do conjunto-solução de uma equação – inequação.(BRASIL, 2006, p.89)

O Programa Nacional do Livro Didático – PNLD (2014) tem como principal objetivo auxiliar o trabalho dos professores através da distribuição de coleções de livros didáticos a alunos da Educação Básica da rede pública. O programa avalia livros didáticos e, após tal avaliação, o Ministério da Educação (MEC) publica o Guia de Livros Didáticos com resenhas das coleções consideradas aprovadas.

O PNLD também atende aos alunos que são público-alvo da educação especial. São distribuídas obras didáticas em Braille de língua portuguesa, matemática, ciências, história, geografia e dicionários.

Para um livro ser aprovado pelo PNLD 2015,na parte de função, deve apresentar o conceito de função e suas propriedades; sequências; funções afins e afins por partes; funções quadráticas; funções exponencial e logarítmica; funções trigonométricas; matemática financeira; e o conceito de derivada (PNLD 2014, 2015 p. 84).

Buscando o conceito de função nos principais livros de matemática de Ensino Médio, aprovados pelo PNLD 2015, encontramos as seguintes definições(as páginas originais destas obras encontram-se no Anexo 1):

- Obra: Conexões com a Matemática, Editora Moderna. Autores: obra coletiva

- Dadas duas variáveis, x e y, se a cada valor atribuído a x se associa um único y, dizemos que y é **função** de x (p. 59 e 60).

- Considerando dois conjuntos A e B, não vazios, dizemos que f é uma função de A em B (ou que y é função de x) se, e somente se, para cada elemento de A existe uma correspondência com um único elemento y de B. Representamos por $f: A \rightarrow B$ (p. 60).

- Obra: Matemática Contextos & Aplicações, editora Ática. Autor: Luiz Roberto Dante

- Dados dois conjuntos não vazios, A e B, uma função de A em B é uma regra que indica como associar cada elemento $x \in A$ e um único elemento $y \in B$. Usamos a seguinte notação:

$f: A \rightarrow B$ ou $A \overset{f}{\rightarrow} B$ (lê-se: f é uma função de A em B).(p. 46)

- Obra: Matemática Paiva, Editora Moderna. Autor: Manoel Rodrigues Paiva

- Dizemos que uma variável y é dada em **função** de uma variável x se, e somente se, a cada valor de x corresponde um único valor de y. A condição que estabelece a correspondência entre os valores de x e y é chamada de lei de associação, ou simplesmente lei entre x e y. Quando possível, essa lei é expressa por uma equação. (p.117)

- Obra: Matemática – Ciência e aplicações, Editora Saraiva. Autores: Gelson Iezzi et all.

- Dados dois conjuntos não vazios A e B, uma relação (ou correspondência) que associa a cada elemento $x \in A$ um único elemento $y \in B$ recebe o nome de **função A em B** (p.40)

- Obra: Matemática – Ensino Médio, Editora Saraiva. Autores: Kátia Cristina Stocco Smole e Maria Ignez de Souza Vieira Diniz

- A função é um modelo especial de relacionar grandezas. Neste tipo de relação duas grandezas x e y se relacionam de tal forma que :

- x pode assumir qualquer valor em um conjunto A dado.
- os valores que y assume dependem dos valores assumidos por x

Observe que essa definição não exige que o correspondente seja único. (p.71)

- Obra: Novo olhar: matemática, Editora FTD. Autor: Joamir Souza

- Sejam os conjuntos A e B não vazios, uma relação f de A em B é uma função quando associa a cada elemento x pertencente ao conjunto A um único elemento y, pertencente a B. Essa função pode ser indicada por:

$f\colon A \rightarrow B$ ou $A \xrightarrow{f} B$ (lê-se: f é uma função de , A em B).

- O conjunto A é denominado domínio (D(f)) e o conjunto B, contradomínio (CD(f)) da função f. Cada elemento y de B possuiu um correspondente x em A é chamado imagem de x pela função f. O conjunto formado por todas as imagens é denominado imagem da função (Im(f)). (p. 54)

Os livros didáticos escolhidos pelo PNLD apresentam o conceito de função com expressões analíticas, a partir dela é construída a tabela correspondente e feita a representação gráfica no plano cartesiano. Esse tipo de apresentação está de acordo com os regimentos do tópico segundo o documento em questão.

> Nos livros didáticos para o ensino médio, tem sido bastante frequente apresentar-se a noção de função de modo intuitivo, com apoio nas ideias de: relação (ou associação) entre grandezas variáveis; dependência entre grandezas; correspondência entre elementos de dois conjuntos; regra ou “lei de formação” envolvendo grandezas ou números, entre outras. O passo seguinte vem sendo sistematizar o conceito de função como uma correspondência entre elementos de dois conjuntos. Essa é uma abordagem adequada, tanto do ponto de vista matemático, quanto didático. (PNLD 2015 – p. 94)

Apesar dos livros apresentarem o conceito de função de acordo com o estabelecido pelo PNLD, pesquisas em educação matemática apontam outras formas de introduzir o tema, conforme veremos adiante.

2.1 Compreensão do conceito de função

Devido à grande abrangência do conceito de função, o tópico envolve múltiplas concepções e representações, portanto, faz-se necessário compreender o sentido que este conceito pode assumir em diferentes contextos. Estas múltiplas representações, quando desenvolvidas de forma articulada, levam a uma melhor compreensão.

De acordo com Sierpinska (1992, p.28), "se o obstáculo não for apenas nosso ou de algumas outras pessoas, mas for mais generalizado, ou foi generalizado em alguma época ou em alguma cultura, então ele é conhecido como um obstáculo epistemológico". A partir da perspectiva epistemológica, os obstáculos relativos à apropriação do conceito de função têm se mostrado de fundamental importância no processo de formação dos saberes dos educandos, e na elaboração de modelos de intervenção didática para o processo ensino-aprendizagem deste tópico.

Para Duval (2003), o funcionamento cognitivo possibilita ao aluno compreender, efetuar e controlar a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos. Ainda segundo o pesquisador, a compreensão em matemática depende da capacidade de mudar de registro. Isso porque não se deve jamais confundir um objeto e sua representação.

> Na matemática, diferentemente dos outros domínios de conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente (microscópio, telescópio, aparelhos de medida etc.). O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas. (DUVAL, 2003 p.21).

As representações semióticas possibilitam a comunicação entre os estudantes e as atividades cognitivas do pensamento, assim, permitem registros de diferentes representações de um mesmo objeto matemático. Como não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem recorrer à noção de representação, deve-se tomar cuidado para não confundir o objeto matemático em estudo com sua representação, isto é, os alunos devem ser capazes de reconhecer um mesmo objeto matemático em qualquer uma de suas representações.

Sierpinska, outra pesquisadora que dedicou parte de seus estudos para entender como ocorre o processo de compreensão do conceito de função, acredita que tudo que sabemos pode ser separado em três níveis de conhecimentos: conhecimentos explícitos, esquemas de pensamento e conhecimentos técnicos.

Conhecimentos explícitos são baseados em nossas crenças, convicções e maneiras particulares de ver o mundo, podem ser comunicados ao outro com declarações que não pedem justificativas, além da tradição e do bom senso.

Os esquemas de pensamento são, geralmente, inconscientes, são modos de resolvermos um problema e de interpretarmos situações. São aprendidos no decurso de nossa socialização e educação.

Os conhecimentos técnicos são conhecimentos explícitos, construídos através de formas de raciocínio mais rigoroso e justificação racional através de critérios mais consistentes qualificados como científicos.

> Os três níveis não são independentes. Muito do que fazemos a um nível “técnico”, problemas e conceitos em que nos focamos, formas como resolvemos um problema podem ser explicadas pelo conteúdo do primeiro e segundo níveis de nosso conhecimento. Nossas atitudes para com o conhecimento matemático, nossas crenças sobre como uma comprovação matemática deveria se parecer, por exemplo, nossos esquemas de pensamento inconscientes guiam nossas escolhas de tópicos de pesquisa ou aprendizado, e métodos de abordagem e resolução de problemas. Por outro lado, nossas conquistas no nível técnico algumas vezes mudam as nossas crenças, trazem à nossa atenção alguns dos esquemas de pensamento que estivemos utilizando, e os transforma. (SIERPINSKA, 1992).

De acordo com as pesquisas de Sierpinska, os estudantes têm tido problemas em fazer a ligação entre as diferentes representações de funções: fórmulas, gráficos, diagramas, descrições verbais de relações; em interpretar gráficos; em manipular símbolos relacionados a elas tais como: f(x), sen (x + t) entre outros. Para a autora, o termo f(x), usado no conceito de função atrapalha a compreensão do aluno, pois expressa, ao mesmo tempo, o nome e o valor da função f.

> Em situações espontâneas, os estudantes usam diferentes simbolismos e diferentes linguagens. Ao dizer que o valor de uma função para x=2 é 3 eles escreveriam: “x(2) = 3”. Isto deveria ser lido: “Ponha 2 em lugar de x na

> fórmula de função. Você obtém três". O conceito de valor de função está intimamente relacionado à atividade de calcular o valor, se a fórmula é dada. Para expressar "f(x)" eles diriam: "Você coloca 2 na fórmula da função a ser calculada e obterá um número"(SIERPINSKA, 1992).

Muitos desses aspectos relacionados às dificuldades dos alunos na aprendizagem de funções podem ser compreendidos na perspectiva dos obstáculos epistemológicos. De acordo com Sierpinska (1985, 1988b), "se o obstáculo não for apenas nosso ou de algumas outras pessoas, mas for mais generalizado, ou foi generalizado em alguma época ou em alguma cultura, então ele é conhecido como um obstáculo epistemológico". A partir da perspectiva epistemológica, os obstáculos relativos à apropriação do conceito de função têm se mostrado de fundamental importância no processo de formação dos saberes dos educandos, e na elaboração de modelos de intervenção didática para o processo ensino-aprendizagem deste tópico.

Diante do conhecimento das dificuldades Sierpinska (1992) questiona o que seria compreender um conceito matemático. Seria ler a sua definição? De acordo com a pesquisadora, para compreender um determinado objeto matemático definido, devemos ver seus exemplos e contraexemplos, saber exatamente o que este objeto representa ou não representa, relacionando-o com outros conceitos e o enquadrando dentro de uma determinada teoria conhecida. Além disso, não podemos esquecer as suas diversas aplicações.

As condições básicas de compreensão de um objeto matemático são chamadas por Sierpinska de atos de compreensão. Especificamente sobre o conceito de função, são destacados:

- observar mudança nos fenômenos que nos cercam e perceber as relações e regularidades nestas mudanças;
- o conceito de funções seria a identificação dos objetos variáveis envolvidos nos fenômenos estudados;
- discriminação entre dois modelos de pensamento matemático: um em termos de quantidades conhecidas e desconhecidas e o outro, em termos de variável e quantidades constantes;
- discriminação entre as variáveis dependentes e independentes;

- a discriminação entre variáveis que representam grandezas físicas (tempo, velocidade) e variáveis numéricas é uma condição necessária para compreender funções;

- a percepção de funções como uma ferramenta apropriada para modelar fenômenos envolvendo grandezas da Física, ou de outra natureza;

- necessidade de discriminação entre uma função e as ferramentas analíticas utilizadas para descrever suas leis.

- Síntese da concepção geral de função como um objeto

- Discriminação entre o conceito de função e relação

- necessidade de discriminação entre as noções de funções e sucessão

- fazer uma discriminação entre as coordenadas de um ponto de uma curva e o segmento de reta que tenha alguma função para a curva

- Discriminação entre as diferentes maneiras de representar funções e as próprias funções.

- Síntese dos diferentes modos de expressar funções, representar funções e falar sobre funções.

- Generalização da noção de variável.

- Síntese dos papéis de noções de função e causa na história de ciência. Ter consciência do fato que a procura para relações funcionais e causais são expressões humanas para entender e explicar mudanças no mundo.

- Discriminação entre as noções de relações funcionais e causais.

Apesar de conhecer os atos de compreensão e os níveis de conhecimentos, o ensino de funções apresenta alguns obstáculos que devem ser superados para que haja a aprendizagem, tais obstáculos são definidos como obstáculos epistemológicos.

A pesquisadora lista em sua pesquisa 19 obstáculos epistemológicos que devem ser superados para a construção do conceito de funções, destacamos os mais comuns entre os alunos brasileiros:

- Funções são associadas a equações e calculadas a partir de suas incógnitas;
- A ordem relativa das variáveis é vista como irrelevante;
- Leis em Física e funções em Matemática não têm nada em comum, elas pertencem a domínios diferentes do pensamento;
- Proporção é um tipo privilegiado de relação;
- Somente relações descritas como fórmulas analíticas merecem ser denominadas de funções.
- Uma concepção de definição, considerada como uma descrição de um objeto, não é lógica, nem determina o objeto
- O gráfico de uma função é um modelo geométrico da relação funcional. Não precisa ser fiel, pode conter pontos (x, y) tal que esta função não esteja definida em x
- (Concepção de Variável) As mudanças de uma variável ocorrem a seu tempo

As ideias de representações semióticas de Duval e os obstáculos epistemológicos apontados por Sierpinska serviram de embasamento para diversas pesquisas em Educação Matemática. A seguir, faremos um breve relato de alguns trabalhos que nos auxiliaram a entender as dificuldades dos alunos com o conceito de funções e como ocorre o processo ensino – aprendizagem do tópico.

2.2 Pesquisas sobre o ensino-aprendizagem de Funções

Devido ao tópico de funções constituir um importante conteúdo matemático e ao mesmo tempo muitos alunos apresentarem dificuldades na sua compreensão, o assunto despertou o interesse de pesquisadores, que se dedicaram a entender como ocorre o processo de aprendizagem do tópico e buscar soluções para minimizar as dificuldades de compreensão por parte dos alunos.

A seguir, faremos um breve relato dos principais estudos utilizados como referência nesta dissertação.

- **Dissertação da Carolina(PINTO, 2014)**

Em 2014 a aluna Carolina Freire Pinto do Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática (PEMAT) da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) realizou um levantamento bibliográfico com o intuito de identificar as dissertações de mestrado e teses de doutorado, defendidas no período de 2009 a 2012, que tiveram como objetivo principal, ou como um de seus objetivos principais, a apresentação de sequências didáticas relativas ao ensino e aprendizado de função afim. Em sua pesquisa, Carolina identificou 21 trabalhos sobre o tema. Tendo analisado 13 dissertações de mestrado, ela identificou quais são as dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem de funções afim.

Após ler os trabalhos a pesquisadora classificou as dissertações em: **modelagem matemática** (trabalhos que utilizam a modelagem matemática como metodologia de ensino em suas propostas didáticas.), **tecnologia** (trabalhos que analisam o uso de softwares como principal didático em sua metodologia de ensino.), **jogos** (trabalhos que analisam o uso de jogos como recursos didáticos em seu processo de aprendizagem.) ou em alguma **teoria pedagógica específica** (trabalhos cuja metodologia está baseada em alguma teoria didática específica: Teoria de Galperin ou Teoria de Duval).

As principais ideias dessas pesquisas são, segundo Pinto (2014), em resumo:

- Modelagem matemática: a pesquisadora utilizou os conceitos de modelagem matemática definidos por Jonei Cerqueira Barbosa em 2003, para o pesquisador neste tipo de aprendizagem os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade. O ensino a partir dessa metodologia utiliza-se de alguma situação cotidiana, familiar ao aluno, como uma estratégia de formação durante o percurso metodológico, no intuito de favorecer a construção de conhecimentos matemáticos do conceito de função afim. A sequência didática, nesse caso, não é fixa como costuma ser abordada no Ensino Tradicional e nos livros didáticos. Muitos confundem a Modelagem Matemática no ensino e aprendizagem da Matemática com a resolução de problemas contextualizados, o que foge da definição de Barbosa.
- Uso de tecnologia: as dissertações analisadas por Carolina utilizaram os softwares**:** **GeoGebra** – trata-se de um software de geometria dinâmica

gratuito, atualmente, muito usado no ensino de Matemática. No contexto do conteúdo de Função Afim, o software permite ao aluno construir, visualizar (de forma estática ou dinâmica, variando os parâmetros da função), observar propriedades e as várias representações que a função possui; **Modellus** – foi desenvolvido em Lisboa, permite que o usuário faça simulações, por meio de animações, gráficos, tabelas e vídeos; e dispõe de ferramentas para fazer medidas sobre imagens colocadas na tela, o que transforma fotos e filmes em fonte importante de dados experimentais; **Planilhas eletrônicas Excel**– software não gratuito, uma planilha eletrônica de cálculos com recursos gráficos e **Mathlets** – ferramentas tecnológicas capazes de propiciar novos ambientes pedagógicos tais como calculadoras simples ou gráficas, computadores, softwares educacionais ou qualquer ferramenta tecnológica que possa ser usada com um fim pedagógico.

- Jogos: a pesquisadora utilizou o conceito de jogo definidos por Huizinga (1971) como uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e de espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias; dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da vida cotidiana. Sendo assim, o uso do jogo como metodologia tem o papel de tornar a sequência didática convidativa ao aluno.
- Uso de teoria pedagógica específica: as dissertações analisadas por Carolina basearam-se em duas teorias: a Teoria de Assimilação por etapas, de Piotr Yakovlevich Galperin; e a dos Registros de Representações Semióticas, de Raymond Duval. A teoria de Galperin estuda o processo de interiorização das ações externas, a partir das experiências vividas, verificando como ocorre a compreensão de determinado conceito. Raymond Duval faz um estudo sobre as representações semióticas de um conceito e sua relação com a aprendizagem de matemática, afirmando que a articulação dos registros constitui uma condição de acesso à compreensão matemática, e não o inverso.

Assim, após a análise das pesquisas a autora conclui que

> foi possível perceber que nas pesquisas o conteúdo de função afim foi abordado de forma linear, iniciando-se com a relação de dependência entre duas variáveis, existente em alguma situação cotidiana; seguido da definição de uma função afim; da construção de uma tabela de valores que satisfazem a relação; da construção do gráfico. (PINTO, 2014 p. 53, 54)

As principais dificuldades dos alunos identificadas pela autora após as analises foram:

- Conversão da língua materna para a linguagem algébrica.
- Interpretação de um gráfico de uma função: reconhecer informações da função afim a partir dessa representação.
- Construção do gráfico da função afim: devido a problemas de escala, os pontos do gráfico dos alunos não se encontram alinhados.
- Conversão da linguagem gráfica para a linguagem algébrica.
- Compreensão do conceito de proporcionalidade na resolução de problemas.

Com relação as principais dificuldades por parte dos professores, Carolina só analisou uma dissertação, a dissertação de Costa (2008), que trata das dificuldades existentes entre professores. Em tal pesquisa, Costa traz como questão norteadora: O nosso professor domina o conceito de função e aplicações? – Como medir tal conhecimento? Segundo a revisão de literatura do pesquisador, as pesquisas mostram que as dificuldades do professor em relação a este conceito têm origem anterior à sua graduação e nesta nem sempre ele é fundamentado.

O pesquisador desenvolveu este estudo no Curso de Especialização em Ensino de Matemática da UFRJ, na disciplina Funções Reais, cujo público-alvo é formado por professores de Matemática do Ensino Básico. Ao analisar as questões, o autor concluiu que o desempenho dos professores foi aquém do esperado, e identificou as seguintes dificuldades por parte dos educadores:

- A não conexão das variadas representações semióticas de uma função, sendo um obstáculo a transição entre elas;
- o temor ao formalismo e rigor matemático;
- a falta de clareza em relação aos números reais.

- **Dissertação do Heitor (Oliveira, 2010)**

Em 2010 o aluno Heitor Barbosa Lima de Oliveira do Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática (PEMAT) da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) pesquisou se a introdução ao conceito de Função para alunos deficientes visuais pode ser trabalhada através da utilização de um mesmo conjunto de atividades desenvolvidas para alunos videntes, contendo, porém, as adaptações necessárias. Nesta pesquisa nos atemos à parte específica do ensino de funções, ou seja, o capítulo I.

O pesquisador iniciou seu trabalho com uma abordagem histórica sobre o desenvolvimento de funções, baseado em Youschkevich, que divide a evolução do conceito em três períodos: Antiguidade, Idade Média e Período Moderno. Heitor descreve como se desenvolveu o conceito de função no período moderno, apresentando as definições de notação algébrica e a sintaxe surgidas inicialmente com François Viète, o Cálculo Infinitesimal com Leibniz, e a atual definição de Dirichlet. Em seguida, relata sobre a introdução do tópico no currículo escolar brasileiro.

Segundo o pesquisador, a maneira com a qual o professor introduz este conceito aos aprendizes, a utilização de letras na escrita matemática, o uso de gráficos, generalização e abstração e a interpretação das notações matemáticas são alguns obstáculos que nortearam sua pesquisa. Heitor listou cada um dos obstáculos e o que as pesquisas em educação matemática apontam como solução.

As principais ideias dessas pesquisas sobre os obstáculos são, segundo Oliveira (2010), em resumo:

Dificuldade em entender o conceito nas diferentes formas de representação: Utilizou as ideias de Eisenberg e Braga &Viali (2008), para estes pesquisadores a forma como o professor introduz o conceito de função é primordial para que os alunos consigam entender quando utilizar cada tipo de representação. Apontam ainda que as práticas em sala de aula dão ênfase predominantemente à representação algébrica, o que ocasiona grande dificuldade na compreensão do conceito de variável.

Utilização de letras na escrita matemática: para Heitor (2010) é muito comum o professor não se preocupar em explorar as diferenças que existem na utilização das letras em diversas situações, levando o aluno a encará-las sempre como uma incógnita. O pesquisador encontra em Küchemann seis usos diferentes de letras na matemática e em Usiskin três finalidades para o uso de letras. Assim, o grande número de possibilidades do uso de letras e a não exploração por parte dos professores sobre essas diferenças causa grande dificuldades nos aprendizes.

Uso de gráficos: para o pesquisador os alunos confundem objetos de representações gráficas – gráficos e diagramas geométricos, pois acreditam que uma função é uma representação geométrica dada através de um gráfico. Baseando-se em Eisenberg comenta que os alunos, muitas vezes, não associam o gráfico de uma função à própria função, mesmo sendo capazes de traçar gráficos simples. Segundo Heitor, isso acontece pois não há ênfase adequada na representação gráfica, apenas na análise algébrica. Assim, o uso de gráficos no ensino de funções se restringe à ilustração.

Generalização e Abstração: como a capacidade que o aluno tem de generalizar envolve frequentemente algum tipo de abstração, o professor precisa estar atento às atividades que propõe aos aprendizes. Para Heitor, geralmente, as generalizações são feitas através de testes com casos particulares, isto é, o aluno verifica a validade das leis através de exemplos. Assim, o professor precisa auxiliar o aluno no sentido de induzir que justifique a validade de uma lei através de argumentos que contemplem qualquer caso.

Notação Matemática: este tópico representa uma das maiores dificuldades por patê dos alunos, uma vez que os símbolos matemáticos usados não possuem comunicação com a vivência dos alunos. Heitor ressalta que o uso excessivo da notação matemática a estudantes que não possuem conhecimento necessário para sua interpretação é uma das justificativas para tais dificuldades. Eisenberg afirma que a introdução da linguagem matemática formal deve ser feita de forma lenta e cuidadosa, devendo-se evitar trabalhar com ela nas séries iniciais. Apesar de falar da dificuldade com a notação por parte dos alunos, Heitor ressalta que esta não é uma dificuldade exclusiva dos aprendizes, professores também têm a notação matemática como o grande obstáculo para a escrita e sua interpretação.

Após descrever as principais dificuldades dos estudantes em compreender o conceito de função, Heitor buscou referencias na educação matemática de como superar tais obstáculos. O pesquisador utilizou as ideias de Matos & Ponte (2008) e Sierpinska (1992).

Matos & Ponte destacam que a compreensão do conceito de função baseia-se na exploração de padrões e regularidades, contribuindo, portanto, para o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno. Sierpinska chama a atenção para que as atividades planejadas ressaltem os seguintes aspectos: percepção do comportamento das variáveis sem que se perca de vista o significado das mesmas no contexto explorado e diferenciação entre variáveis dependentes e independentes. A autora ressalta ainda que as funções devem ser vistas como ferramentas apropriadas para a modelagem de relações entre grandezas físicas, bem como para a explicação de alguns fenômenos do dia-a-dia da vida do estudante.

Assim, a alternativa escolhida pelo pesquisador para contemplar todos os atos de compreensão envolvendo os demais contextos foi a utilização de planilhas eletrônicas. Heitor escolheu este recurso porque as planilhas eletrônicas permitem que o usuário insira dados e fórmulas através de uma sintaxe simples, variando de programa para programa. O pesquisador formulou atividades para serem aplicadas levando em consideração as dificuldades para a aquisição do conceito de função e a potencialidade do uso de computadores, mais precisamente de planilhas.

- Tese e trabalho do Wanderley (REZENDE , 2003, 2006)

Em 2003 o pesquisador Wanderley Rezende desenvolveu sua tese de doutorado intitulada “O ensino de Cálculo, dificuldades de natureza epistemológica” na Universidade de São Paulo (USP). Como o ensino de Cálculo está diretamente ligada ao ensino de funções em nível superior, destacamos os principais resultados da pesquisa.

Wanderley trouxe uma abordagem histórica sobre o desenvolvimento das ideias do cálculo, cuja fundamentação dos conceitos só se consolidou no século XIX. Assim, o pesquisador trouxe algumas questões que embasaram a formação desse conceito.

Segundo Rezende (2003)as questões foram:

- considerar variáveis como funções de uma variável independente;
- introduzir a função derivada como um conceito fundamental do cálculo;
- explicitar o conceito de derivada (de uma função em relação a sua variável independente) em termos de uma noção, ainda que intuitiva de limite.

> Desta forma, paulatinamente, as “quantidades variáveis” são substituídas pelo conceito de função, o de “últimas razões” e de “razões de diferenciais” pelo de função derivada, e os “infinitesimais” pela noção de limite. Foi um processo bastante intricado [...] que começa a se

> desenvolver na mesma medida em que o conceito de função evolui, e se constitui um instrumento fundamental para o cálculo (Rezende, 2003 p.238)

Wanderley então faz um breve relato da evolução histórica do conceito de função, descrevendo sucintamente as formas como o conceito foi representado e como a evolução deste conceito até atrelada a evolução do cálculo. Segundo o autor Leibniz utilizou o termo pela primeira vez para representar quantidades geométricas variáveis relacionadas a uma curva, para Johann Bernoulli funções eram expressões analítica que envolviam apenas uma variável. Euler também definiu função como expressão analítica, entretanto, atribuiu às funções um papel central ao desenvolvimento do cálculo, já para Lagrange, o conceito de função derivada é o elemento fundamental do cálculo diferencial.

Feita uma abordagem histórica sobre as evoluções destes conceitos, Wanderley descreveu as dificuldades da aprendizagem de Cálculo. Segundo o pesquisador, grande parte das dificuldades de aprendizagem no ensino de Cálculo é essencialmente de natureza epistemológica, e que suas raízes estão além dos métodos e das técnicas. A partir de fatos históricos e dos avanços na área pedagógica, um mapeamento das dificuldades de aprendizagem de natureza epistemológica do ensino de Cálculo foi elaborado. Nele Rezende identifica a existência de macro-espaços de dificuldades fundamentais do Cálculo e do seu ensino: discreto/contínuo; variabilidade/permanência; finito/infinito; local/global; sistematização/construção, que explicamos em linhas gerais abaixo.

No macro-espaço discreto/contínuo, são apontadas as deficiências na própria estrutura do ensino da matemática, no que diz respeito à apresentação dos números reais. A continuidade (os reais) é ensinada ao mesmo tempo que o discreto (os inteiros). Os números irracionais são apresentados como sendo os que não são racionais e os reais como a união destes conjuntos. Além disso, o conceito de função, construído a partir de tabelas que relacionam as variáveis dependente e independente, na qual valores notáveis são calculados, formando pontos pertencentes ao gráfico - e em um passe de mágica se completa-se o gráfico - torna a dissociação entre o contínuo e o discreto ainda mais complexa.

No macro-espaço variabilidade/permanência, demonstra-se a predominância da abordagem de caráter estático dos conceitos, ao invés do dinâmico. A preferência em apresentar as diversas técnicas (em calcular limites, derivadas, integrais, etc.) em detrimento do estudo das variações instantâneas (taxas relacionadas, fluxos, otimização, descrições do movimento, etc.) e suas diversas aplicações.

No macro-espaço finito/infinito, é descrita a ingenuidade por partes dos alunos (e dos professores) na concepção do infinito. A dificuldade de identificar indeterminações e as manipulações algébricas indicam que o infinito é tido como um número real e, portanto, deve obedecer às mesmas regras de operações, mesmo por parte de alunos que cursaram Cálculo e Análise, são indícios do fracasso do modelo atualmente utilizado.

No macro-espaço local/global, demonstra-se a dificuldade da compreensão das diferenças entre as propriedades locais de funções com as de caráter global e suas relações. Por exemplo, embora a derivada seja definida pontualmente (propriedade local), os grandes resultados da teoria - o Teorema do Valor Médio, crescimento e concavidade - exigem a diferenciabilidade em todos os pontos do domínio (propriedade global) e esta relação não se torna clara aos alunos.

E finalmente no macro-espaço sistematização/construção, relata-se a falta de motivação na construção dos conceitos a partir de problemas concretos. A prioridade é a formalidade lógica e o sequenciamento da apresentação clássica (números reais - limites - continuidade - derivação - integral). O que se propõe é a inversão nesta dualidade, isto é, construir o campo de significações para posteriormente buscar a sistematização dos conceitos.

Em trabalhos posteriores à sua tese de doutorado, Wanderley (2006) defende que a introdução do ensino de cálculo ainda no Ensino Médio, junto com o conceito de função é uma solução para sanar as dificuldades que os alunos apresentam ao chegar no ensino superior. Para o pesquisador, existe uma predominância da representação algébrica do conceito de funções, uma vez que professores falam em injetividade e sobrejetividade, sem fazer qualquer relação com crescimento/decrescimento das funções, questionam os alunos sobre as raízes das funções, mas não se fala em pontos críticos. Dessa forma, para Wanderley, a noção de função não é estabelecida no contexto da “variabilidade”, mas, em termos de uma correspondência estática entre os valores das variáveis “x” e “y”.

Em alguns casos, em exercícios que envolvem a modelação de um problema/fenômeno as funções aparecem como dados para os alunos, não há estímulo a descobrir qual é a relação funcional que modela o problema a partir de dados que quantifiquem a variação de uma grandeza em relação à outra. Apesar de Wanderley defender o ensino de cálculo ainda no Ensino Médio, o pesquisador leva em consideração que nem todos os estudantes seguirão carreira em áreas exatas.

> Não basta saber, conforme já dissemos, que o custo de vida cresce, que a inflação cresce, que o salário cresce, com o decorrer do tempo, mas sim, como se dão os crescimentos destas coisas. Torna-se imprescindível ao educando, quando completar o ensino básico, ter ferramentas para interpretar o mundo que o cerca, objetivando o exercício pleno da cidadania numa sociedade cada vez mais complexa.(REZENDE, 2006 p.12)

Dessa forma, Wanderley sugere um resgate histórico no ensino de funções reais na educação básica, para isso, recomenda que sejam feitas ligações entre funções e progressões. Para o pesquisador deve-se tecer uma nova rede de significações entre os elementos presentes nos conteúdos do Ensino Médio, tendo como referência os grandes avanços que tem sido realizado pelos pesquisadores, educadores matemáticos, que trabalham em resolução de problemas e modelagem matemática.

- Dissertação da Neide (Sant'Anna, 2001)

Em 2001 a professora Neide da Fonseca Parracho Sant'Anna pesquisou na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC – Rio) as mudanças nas estratégias de ensino e aprendizagem na primeira série do Ensino Médio do Colégio Pedro II associadas à implantação dos novos Parâmetros Curriculares Nacionais(PCN).Para isso, elaborou, aplicou e analisou um instrumento para avaliação dos níveis de van Hiele em funções.

Neide formulou e aplicou atividades nas turmas de 1º ano do Ensino Médio do Colégio Pedro II(unidade Centro), com o intuito de classificar os alunos de acordo com os níveis de van Hiele. Participaram do teste 203dos 234 alunos de primeiro ano. No teste da pesquisadora havia três questões subdivididas em oito itens. As questões I e II foram formuladas com definições apresentadas no próprio enunciado, já a questão III envolvia uma situação prática em que a solução exigia integração com equações do segundo grau.

A pesquisadora classificou os alunos de acordo com os acertos, os exercícios que exigiam aplicações imediatas foram classificados como nível II, enquanto os exercícios que se referiam a detalhes mais sutis e/ou combinação de argumentos foram classificas em níveis III ou IV. Neide formulou um teste de modo que todos os alunos pudessem alcançar pelo menos o nível II, entretanto, para alcançar este nível era preciso ter um mínimo de acertos.

O critério de classificação adotado pela pesquisadora foi:

Nível I: menos de 6 acertos em questões de nível II e nenhum acerto em questões de nível III ou IV;

Transição do nível I para o nível II: menos de 6 acertos em questões de nível II e pelo menos um acerto em questões de nível III ou IV;

Nível II: 6 ou mais acertos em questões de nível II e no máximo um acerto em questões de nível III ou IV;

Transição do nível II para o nível III: total de 6 ou mais acertos, dos quais, 2 ou 3 em itens do nível III;

Nível III: 4 ou mais acertos característicos do nível III ou IV, sendo menos de 4 os acertos do nível IV;

Transição do nível III para o nível IV: 4 ou mais acertos de nível III e 4 ou mais acertos de nível IV.

Os resultados obtidos por Neide foram:65alunos encontravam-se no nível I, 75 alunos encontravam-se no nível II, 50 alunos foram classificados como em transição do nível II para o nível III, e 13 alunos atingiram o nível III.

Neide utilizou a classificação dos alunos segundo os níveis de van Hiele para avaliar os resultados obtidos através da nova metodologia. Para isto, a pesquisadora comparou os resultados da avaliação final da aprendizagem discente com a classificação obtida no teste de van Hiele.

Neide observou que: dos 65 alunos que alcançaram o nível I, 28 foram aprovados, 26 ficaram de recuperação e 11 foram reprovados. Com relação aos alunos do nível II, 48 foram aprovados, 23 ficaram em recuperação e 4 foram reprovados. Dos 50 alunos em transição do nível II para o III, 42 foram aprovados, 5 ficaram de recuperação e 3 foram reprovados, já os 13 alunos que alcançaram o nível III foram todos aprovados.

Assim, Neide concluiu que a nova metodologia desenvolvida pela equipe do Colégio Pedro II – unidade Centro resultou em maiores ganhos de aprendizagem para os alunos. A pesquisadora concluiu que uma vez que os educadores identificam as dificuldades características dos alunos de níveis de van Hiele mais baixos, podem, através de novas estratégias, criar condições favoráveis para o desenvolvimento dos estudantes.

-Dissertação do José Análio (TRINDADE,1996)

Em 1996 o pesquisador José Análio de Oliveira Trindade, realizou sua dissertação de mestrado na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), pesquisou sobre o processo de aprendizagem de funções com o intuito de analisar os principais problemas com os quais os alunos se deparam ao estudar funções e detectar quais as principais dificuldades e obstáculos à aprendizagem desse conceito.

Ao analisar os trabalhos de Mendes (1994) e Schwarz (1995) o pesquisador observou que os professores de Ensino Médio e autores de livros didáticos classificam o conceito de função como um conceito simples, não havendo muitos obstáculos e/ou dificuldades a sua aprendizagem. Entretanto, como a maior parte das pesquisas aponta justamente o contrário, o autor então inicia um estudo sobre as dificuldades de assimilação do conceito.

Para isso o pesquisador trouxe um breve relato histórico sobre o surgimento do ensino de funções, as motivações para tal estudo – necessidade de analisar fenômenos, descrever regularidades, interpretar interdependências e fazer generalizações. Trindade também explicou como se desenvolveu o ensino do tópico no Brasil, devido à falta de maturidade matemática dos alunos menores de quatorze anos para entenderem o conceito, o ensino de funções passou a ser abordado no oitavo de escolarização.

O pesquisador utilizou como referências as pesquisas de Sfard (1992) e Sierpinska (1992) sobre as dificuldades que os alunos têm em compreender o conceito. Segundo os resultados da pesquisa, Trindade (1996) citou como principais dificuldades:

- Inabilidade de construir associações entre as diferentes representações de funções: fórmulas, gráficos, diagramas, tabelas, expressões verbal das relações;
- Diferenciar entre gráficos de funções contínuas e discretas;
- Reconhecer funções não lineares;
- Compreender o conceito de variável;
- Ser capaz de perceber que uma mesma função pode ser representada por duas fórmulas que se diferenciam apenas pelos nomes de suas variáveis;
- Interpretar gráficos;
- Manipular símbolos relativos a funções, tais como: $f(x), x \to y, \cos(x+t)$ ...

Trindade ressalta que o objetivo pedagógico é vencer todas as dificuldades apresentadas pelos alunos, para isso, aponta para o uso de ferramentas teóricas operacionais como atividades experimentais, o uso de softwares, resolução de problemas. Para Trindade (1996) estes instrumentos guiarão a análise de procedimentos didático-pedagógicos que podem auxiliar na construção do conceito de função pelos alunos de primeiro grau, bem como no enfretamento dos obstáculos epistemológicos para a aprendizagem de funções.

Trindade estudou a gênese do conceito de função através da pesquisa de Sfard (1992). Segundo a pesquisadora há uma Concepção Operacional (processo) e uma Concepção Estrutural (objeto).

A concepção operacional foi definida como:

> A concepção operacional ocorre quando uma pessoa entende uma dada noção como se referindo a um certo processo ao invés de a um objeto. Por exemplo, função, embora definida geralmente como uma construção estática permanente (um conjunto de pares ordenados),pode ser também concebida com um procedimento computacional. (Sfard, apud Trindade 1996, p. 108)

A concepção estrutural é definida como:

> A concepção estrutural ocorre quando uma dada noção é concebida como se referido a um objeto. Tal objeto abstrato é uma metáfora que torna uma entidade abstrata em uma imagem de uma coisa física: ela parece permanente, é claramente delineada e altamente manipulável. Função, quando concebida como um conjunto ao invés de como um procedimento computacional, é um tal objeto abstrato. (Sfard, apud Trindade 1996, p. 108)

Assim, de acordo com as definições de concepção operacional e concepção estrutural, o pesquisador conclui que muitas noções matemáticas foram concebidas operacionalmente antes que fossem formuladas suas definições estruturais e representações.

> O aluno não vê significado para a teoria desenvolvida de forma estrutural, pois não vê utilidade nela, não a compreende como tal, consequentemente, é até capaz de apresentar, se a ele for pedido, a definição do conceito de função, a definição estrutural de função, mas, dificilmente recorre a ela para suas decisões. (Schwarz, apud Trindade, 1996, p.111)

Ainda baseando-se na pesquisa de Sfard, Trindade descreveu como é feita a transição da concepção operacional para concepção estrutural, que se dá através de três fases: interiorização, condensação e a reificação.

A interiorização é um processo de objetos já familiarizados ao estudante, enquanto a condensação é vista como uma mudança gradual quantitativa na definição desses objetos, para que na reificação ocorra um súbito salto qualitativo, ou seja, uma modificação ontológica comparável à transição de um paradigma científico para outro. Dessa forma, o pesquisador classifica o processo de reificação como etapa essencial na aprendizagem de um conceito matemático.

No tópico específico de funções, o pesquisador ressalta que os alunos de Ensino Médio dificilmente conseguem atingir o estágio de reificação, uma vez que os aprendizes ainda não possuem a maturidade necessária para a compreensão do conceito. Entretanto, a definição de função apresentada aos alunos é uma definição extremamente abstrata, uma definição estrutural, enquanto seu pensamento matemático ainda entende o conceito como manipulação algébrica.

Buscando entender melhor porque os alunos não compreendem completamente as definições dadas pelos professores, Trindade estuda as ideias de Vinner (1992) sobre conceito e imagem do conceitual. Vinner define como conceito a definição matemática do objeto em estudo, e imagem do conceito como tudo que está associado na mente de alguém com o nome do conceito.

Assim, Trindade volta a utilizar-se das ideias de Sfard (1992) para ressaltar dois pontos importantes sobre o ensino de funções:

- Um novo conceito não deve ser introduzido em termos estruturais;
- Uma concepção estrutural não deve ser exigida enquanto o aluno pode trabalhar sem ela.

O autor conclui que muitas dessas dificuldades supra citas podem ser entendidas sob a perspectiva dos obstáculos epistemológicos, para isso utiliza como referência o estudo feito por Sierpinska (1992).

Após descrever detalhadamente a pesquisa de Sierpinska (1992) e buscar compreender melhor como se processa a apropriação do conceito de função, identificar e analisar as principais dificuldades e obstáculos à aprendizagem deste conceito, Trindade inicia uma discussão das implicações didático-pedagógicas da construção do conceito de função. Esta discussão tem como objetivo refletir as possibilidades que facilitam a construção do conceito de função e sugerir atividades pedagógicas que contribuam na superação dos obstáculos epistemológicos.

Assim, as principais conclusões apresentadas por Trindade (1996) foram:

- A introdução do conceito de função como conjunto de pares ordenados e como caso particular de relações não é a melhor opção. O conceito de função deve primeiramente ser usado como ferramenta para descrição e previsão de relações observadas pelos alunos;
- Devem ser propostas atividades que favoreçam a construção do significado do conceito de função, isto é, atividades que permitam desenvolver e/ou adquirir noções de variável, dependência, regularidade e generalização;
- Devem ser utilizadas funções como instrumentos de modelação entre grandezas físicas;
- Atividades em que os alunos trabalhem com as diversas formas de representar funções e de articulá-las de forma permanente devem ser propostas;
- Descrição em linguagem corrente da lei de formação das funções e apresentação de argumentos que justifiquem a validade da lei para qualquer caso, para então, representá-la em linguagem algébrica ou geométrica;
- Trabalho não apenas com funções padronizadas, mas propor atividades com funções que envolvam mais de uma sentença em sua expressão analítica;
- Apresentação aos alunos de atividades onde a proporcionalidade direta não se apresente como um tipo privilegiado de função;
- Atividades que permitam aos alunos desenvolver habilidades como realizar medições, escolher instrumentos e unidades de medidas, trabalhar com diferentes unidades de medidas e comparar grandezas;

Apesar de Trindade criticar a forma como o tópico de funções é introduzido aos alunos, o pesquisador ressalta que em sua pesquisa não sugere o fim ao estudo analítico, entretanto, ressalta que primeiro deve-se desenvolver o conceito intuitivo de funções para em seguida formalizá-lo. Dessa forma, todas as representações para o conceito de função apresentam papel essencial na sua construção.

Com relação a sugestões de atividades para o ensino de funções, Trindade (1996) acredita que as estratégias ou técnicas de ensino empregadas para o desenvolvimento desta dinâmica de trabalho, fundamentada numa concepção problematizadora e dialógica de educação, cabe ao educador escolher aquelas que melhor se adequem ao assunto em estudo. Entretanto, sugere como atividades para o tópico de funções a combinação de situações problemas e modelagem matemática, que foi o modelo escolhido para as atividades da sua pesquisa.

CAPÍTULO III

Modelos de desenvolvimento do pensamento sobre a linguagem de funções

O conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática, uma vez que este tópico se relaciona tanto com temas e conteúdos dentro da matemática como com outras disciplinas. Para Oliveira (2010) a aquisição do conceito de função envolve diversos contextos que variam desde a percepção de regularidades até a generalização e abstração de comportamentos através do uso de linguagem matemática. Devido à grande abrangência do conceito, o tópico envolve múltiplas concepções e representações, portanto, faz-se necessário compreender o sentido que este conceito pode assumir em diferentes contextos. Para Oliveira Estas múltiplas representações, quando desenvolvidas de forma articulada, levam a uma melhor compreensão.

> As pesquisas apontam, de uma forma ou de outra, para a complexidade do conceito de função e para as dificuldades em seu aprendizado, fato este que leva os pesquisadores, nessa área, a um consenso de que a aprendizagem de funções é um processo evolutivo, lento e gradual. (TRINDADE, 1996 p. 107)

Visando a auxiliar os alunos na aquisição deste tópico, surgem modelos construtivistas que visam construir o conceito de função de forma gradativa e abrangente, tais modelos foram desenvolvidos com o objetivo de superar alguns obstáculos epistemológicos. A seguir, descrevemos duas propostas de níveis de desenvolvimento de funções.

3.1 Trabalho de Isoda

O trabalho de Isoda propõe um modelo de desenvolvimento da linguagem de funções. Este modelo foi desenvolvido, comparando as práticas de ensino japonês e o currículo nacional com formas generalizadas dos Níveis de van Hiele. O estudo de Isoda utiliza a estrutura dos Níveis de van Hiele e mostra que eles também são características dos níveis propostos para a linguagem de funções.

Estas características incluem: hierarquia da linguagem, existência de conceitos intraduzíveis, dualidade de objeto e método, linguagem matemática e contextualização do pensamento dos alunos.

O Modelo de Isoda foi criado comparando o currículo nacional japonês e as características dos níveis de Van Hiele, aplicando essas características em outra área da matemática, o estudo de funções.

Níveis de Compreensão de Funções por Isoda

Os cinco níveis de compreensão de funções proposto pelo pesquisador são:

- Nível 1 - Linguagem Cotidiana;
- Nível 2 - Aritmética;
- Nível 3 - Álgebra e Geometria;
- Nível 4 - Cálculo;
- Nível 5 - Análise.

Através de investigações sobre o desenvolvimento da linguagem dos alunos para descrever funções e sua origem histórica, os níveis de compreensão foram elaborados tomando como base os níveis de compreensão geométrica.

Nível 1 - Linguagem Cotidiana

Os alunos raciocinam basicamente por meio de especulações, através da linguagem cotidiana, os conceitos de funções são vistos como um todo, não sendo levadas em conta considerações explícitas das propriedades dos seus componentes. Com isso, discutem alterações numéricas através de resultados observados em cálculos simples e/ou calculadoras, normalmente suas descrições são feitas com base em uma variável fisicamente evidente, a variável dependente.

Mesmo estando conscientes das diferenças numéricas, é difícil explicá-las adequadamente usando duas variáveis, uma vez que suas observações são feitas verbalmente, usando uma linguagem cotidiana.

Nível 2 - Aritmética

Neste nível inicia-se uma análise informal dos estudos de funções através do uso de aritmética e tabelas. Ao explorarem as tabelas, os alunos descrevem as regras de relações, suas conclusões sobre as relações dos fenômenos são mais precisas com as tabelas do que com a única linguagem cotidiana do Nível 1. Apesar de conseguirem descrever as relações, não é fácil traduzir para notações.

Nível 3 - Álgebra e Geometria

Os alunos conseguem estabelecer interrelações entre a lei de formação das funções e seus gráficos, convertem as notações de tabelas, equações e gráficos através de álgebra e geometria. Neste nível, sua noção de função está bem evoluída, envolve a representação em diferentes notações.

Nível 4 - Cálculo

Os alunos desenvolvem o estudo das funções a partir de conhecimentos de cálculo, como limite, derivada e integral.

Nível 5 - Análise

Um exemplo de linguagem para a descrição é a análise funcional, que é uma metateoria do cálculo. A justificação deste nível é baseada no desenvolvimento histórico e ainda não foi investigada.

3.2 Modelo proposto por Bergeron & Herscovics

Os pesquisadores Jacques C. Bergeron e Nicolas Herscovics desenvolveram um esquema para o ensino de funções. Para estes autores existe um modelo didático de compreensão divido em níveis, que são os estágios da compreensão do conceito na mente do aluno. Neste modelo, os pesquisadores basearam-se nos obstáculos cognitivos descritos por Herscovics.

Bergeron & Herscovics usaram uma abordagem construtivista, partindo da intuição dos alunos para a formalização, onde cada nível foi construído sobre o anterior.

- **Compreensão Intuitiva:** pensamento com base na percepção visual e ações primitivas não quantificadas, resultando em aproximações.
- **Matematização Inicial:** organização e quantificação das primeiras noções intuitivas para a construção de um conceito.
- **Abstração:** o conceito se destaca do procedimento e alcança uma existência própria, generalizações.
- **Formalização:** uso da linguagem simbólica, justificação lógica das operações, descontextualização e descoberta dos axiomas.

> A palavra 'inicial' aqui é de grande importância, já que no começo da Matematização, um conceito é confundido com o procedimento que leva à sua construção. É apenas gradualmente que o conceito ganha precisão, se destaca

> do procedimento e alcança uma existência própria em nossa mente, essa progressão descreve o processo de abstração. (Bergeron e Herscovics, 1982, p-1)

Segundo os pesquisadores, após o aluno passar por todos os níveis, ao chegar no quarto nível o aluno poderá dar significado às definições e notações estudadas, ou seja, teria formalizado e abstraído o conceito.

Apesar dos pesquisadores citados neste capítulo terem propostos níveis de desenvolvimento para a linguagem de funções, estes não foram pensados para a realidade brasileira e não necessariamente para alunos de ensino médio. A proposta de Isoda por exemplo, foi formulada de acordo com o currículo japonês e os dois últimos níveis (cálculo e análise) não são vistos durante o Ensino Médio no Brasil.

Em 2011, a pesquisadora Neide Sant'Anna utilizou níveis de van Hiele para funções com alunos de Ensino Médio do Colégio Pedro II em sua dissertação de mestrado, no entanto, esta não especificou quais os conteúdos inerentes a cada nível. Motivadas por estes trabalhos sentimos a necessidade de se pensar e identificar níveis de pensamento de funções para alunos do Ensino Médio voltados para a realidade brasileira.

Os trabalhos citados no capítulo anterior serviram como referência para identificarmos os problemas de aprendizagem referentes a estes estudantes, enquanto os modelos presentes nestes capítulos nos auxiliaram na hora de organizar nossa escala de níveis.

CAPÍTULO IV

Proposta de modelo de níveis de desenvolvimento para funções baseado em Van Hiele

De acordo com as leituras de trabalhos sobre a aquisição do conceito de função, propomos um modelo de níveis para a aprendizagem de funções, voltado para o ensino brasileiro, baseado na teoria de van Hiele. O modelo proposto nesta dissertação segue a mesma estrutura proposta pelo casal van Hiele, com níveis hierárquicos onde um aluno pode apresentar o pensamento correspondente a um nível específico ou estar em transição de um nível para o outro. As características dos níveis de van Hiele para geometria foram levadas em consideração no estabelecimento dos níveis dessa escala para funções, bem como as propostas de Isoda e Bergeron &Herscovics.

- **Nível 1:** É um pré-conceito de função. Reconhecimento da dependência de uma variável, estabelecimento de esquemas visuais (gráfico ponto a ponto) e tabelas. Noções não formais de variação (temperatura, dependência...)

- **Nível 2:** Reconhecimento das variáveis dependente e independente, domínio e contradomínio, marcar pares ordenados a partir da expressão algébrica de uma função. Uso da notação y = f(x).

- **Nível 3:**Identificação da expressão analítica da função, distinção entre equação e função, construção e interpretação de gráficos. Relação entre funções.

Ex: dado o gráfico de uma função f(x), construir o gráfico da função g(x) = 2.f(x).

- **Nível 4:** Reconhecimento do domínio e imagem, operações com funções, classificação (injetora, sobrejetora, par e ímpar).

Ex: Dada a definição de função par e função ímpar o aluno consegue descobrir se uma função dada é par ou ímpar? Consegue dar exemplos?

Acreditamos que esta estrutura auxilie o professor na hora de desenvolver a sequência didática para ensinar o conceito de funções, no sentido de que haja uma melhor compreensão por parte dos estudantes. O objetivo é que os alunos compreendam o real significado de funções e saibam aplicá-lo quando necessário.

4.1 Atividades Propostas

A fim de avaliar o conhecimento dos conceitos básicos dos alunos sobre função e fazer uma primeira classificação dos alunos com relação aos níveis propostos, aplicamos, inicialmente, duas atividades com o intuito de verificar a validade dos níveis propostos. Em um segundo momento sentimos a necessidade de aumentar a amostra para a realização de uma terceira atividade.

Inicialmente, a pesquisa foi pensada em ser aplica com alunos do 2º ano do Ensino Médio, pois já haviam aprendido o conceito de função no ano anterior. Entretanto, a primeira parte da pesquisa foi realizada em uma escola privada do Rio de Janeiro, que não possuía esta turma, apenas o 1º e 3º anos do Ensino Médio.

Não objetivamos quantificar os resultados usando recursos estatísticos para análise dos dados. A aquisição e análise de dados serão feitos de forma descritiva mediante realizações de atividades individuais. Dessa forma, optamos por uma investigação de natureza qualitativa.

Dessa forma, foram convidados os 14 alunos do 3º ano, optamos por essa turma uma vez que os alunos do primeiro ano ainda estavam aprendendo o conceito de função. Dos 14 alunos convidados, apenas 6 concordaram em participar voluntariamente. A pesquisa foi realizada com autorização do responsável de cada participante, através da assinatura do termo de assentimento (Anexo 2) e consentimento do estudante (anexo 3).

Os alunos participantes preencheram um formulário socioeconômico presente no anexo 4, com isso, foi possível observar algumas características da amostra: todos os sujeitos envolvidos nessa parte da pesquisa apresentam renda familiar de até R$3900,00, estes participantes estudam nessa instituição há pelo menos 6 anos, ou seja, desde o ensino fundamental, alguns vieram de instituições públicas, metade da amostra é órfão por parte de pai e um dos alunos trabalha para ajudar nas despesas da casa.

Uma vez selecionada uma amostra que atendesse às condições apresentadas no questionamento foi elaborada uma sequência de atividades para a coleta de dados, que serão transcritos e analisados a seguir.

4.1.1 Primeiras Atividades

O primeiro teste tinha como objetivo verificar a validade da escala proposta inicialmente e classificar os alunos em um dos níveis, para que posteriormente, fossem aplicadas mais atividades. A atividade foi realizada em uma escola particular da Freguesia – Jacarepaguá com seis alunos do 3º ano do ensino médio que se voluntariam a participar. Inicialmente foi pensado em aplicar com alunos do 2º ano do ensino médio, uma vez que os alunos do último ano estão preocupados com os testes de vestibular, como não havia turma de 2º ano na escola a atividade foi aplicada com alunos do 3º ano.

Resultados obtidos no primeiro teste:

1) O que você entende por função?

Resultados esperados: Esperávamos com essa questão que os alunos apresentassem uma definição de função, mesmo que informal.

Resultados obtidos: Todos os alunos deram respostas genéricas, com características abaixo do nível 1, alguns alunos demonstraram confundir o conceito de equação com função. Por exemplo: determinar o valor de f(x), uso de gráficos, função é usada em outras áreas.

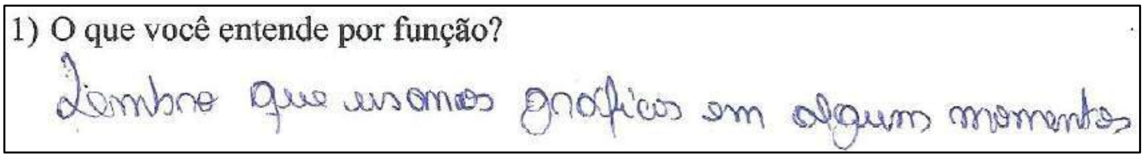

1) O que você entende por função?
Lembre que usamos gráficos em alguns momentos

Figura 03: Resposta apresentada pelo aluno Chris no teste 1 para a questão 1

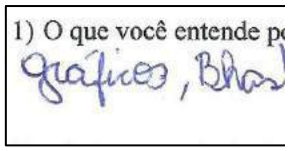

1) O que você entende p
gráficos,

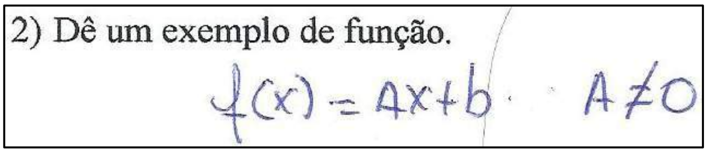
Figura 04: Resposta apresentada pela aluna Deusa no teste 1para a questão 1

2) Dê um exemplo de função.

Resposta esperada: Esperávamos que os alunos apresentassem um exemplo numérico de uma função.

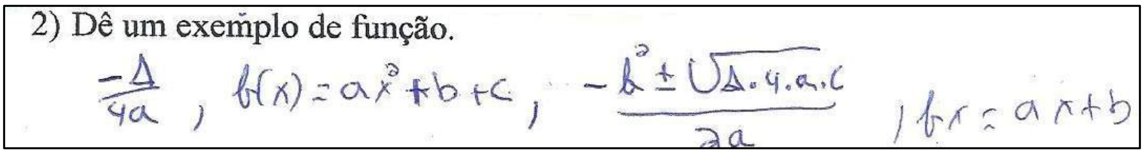
Resposta obtida: Todos deram o exemplo *f(x) = ax + b*, exemplo genérico de uma fórmula aprendida na escola. Estas respostas indicam raciocínio no primeiro nível, nenhum aluno substituiu os valores de a e b, um aluno explicitou que o valor de

$a$deveria ser diferente de zero. Um aluno também exemplificou com uma função quadrática genérica, sem substituir os valores das constantes a, b e c. O mesmo aluno também deu um exemplo, errado, envolvendo logaritmos. Exemplo errado do aluno: $log2_{10}*\ log3_{10} = log_{10}2 + 3$. Nessa questão ainda notamos a confusão entre os conceitos de equação e função.


2) Dê um exemplo de função.

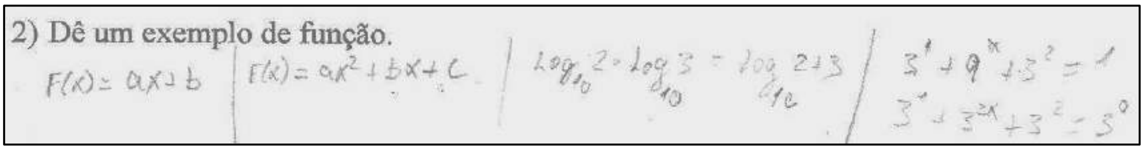
$f(x) = Ax + b \quad A \neq 0$

Figura 05: Resposta apresentada pela aluna Deusa no teste 1para a questão 2


2) Dê um exemplo de função.

$\frac{-\Delta}{4a}$, $f(x) = ax^2 + b + c$, $\frac{-b^2 \pm \sqrt{\Delta . 4 . a . c}}{2a}$, $f(x) = ax + b$

Figura 06: Resposta apresentada pelo aluno Russo no teste 1para a questão 2


2) Dê um exemplo de função.

$F(x) = ax + b$ | $F(x) = ax^2 + bx + c$ | $log_{10} 2 \cdot log_{10} 3 = log_{10} 2 + 3$ | $3^x + 9^x + 3^2 = 1$; $3^x + 3^{2x} + 3^2 = 3^0$

Figura 07: Resposta apresentada pelo aluno YAMISS22 no teste 1para a questão 2

3)*Quais os elementos envolvidos numa função?*

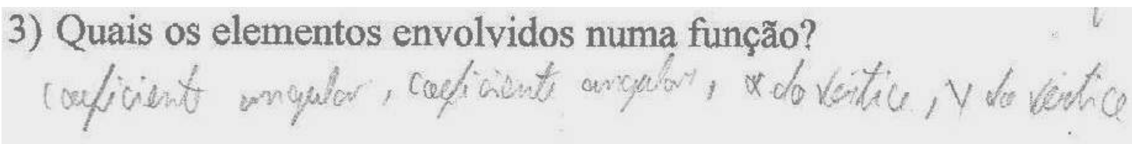
Resposta esperada: Esperávamos que os estudantes respondessem com domínio, contradomínio e imagem.

Resposta obtida: Nem todos os alunos responderam essa questão, os que o fizeram deram respostas genéricas, com características abaixo do nível 1, como valores de x e y. O aluno YAMISS22 apresentou como resposta coeficientes angular e linear, x do vértice e y do vértice.


3) Quais os elementos envolvidos numa função?

valores de X e Y

Figura 08: Resposta apresentada pela aluna Deusa no teste 1para a questão 3


3) Quais os elementos envolvidos numa função?

coeficiente angular, coeficiente angular, x do vértice, y do vértice

Figura 09: Resposta apresentada pelo aluno YAMISS22 no teste 1para a questão 3

3) *Ao observar um gráfico, como você decide se este representa ou não uma função?*

Resposta esperada: Esperávamos que os alunos explicassem o teste das retas verticais.

Resposta obtida: De acordo com a análise das respostas concluímos que os alunos não sabem identificar uma função através do seu gráfico. Alguns alunos não responderam essa questão, os que responderam apresentaram respostas erradas como: pelas informações que o gráfico me passa. O aluno YAMISS22 apresentou respostas de acordo com as características dos tipos de gráficos, linha reta: função afim.

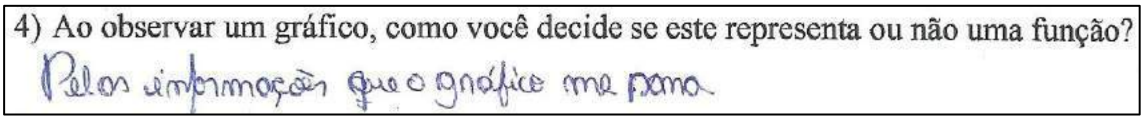

4) Ao observar um gráfico, como você decide se este representa ou não uma função?
Pelas informações que o gráfico me passa

Figura 10: Resposta apresentada pelo aluno Chris no teste 1para a questão 4

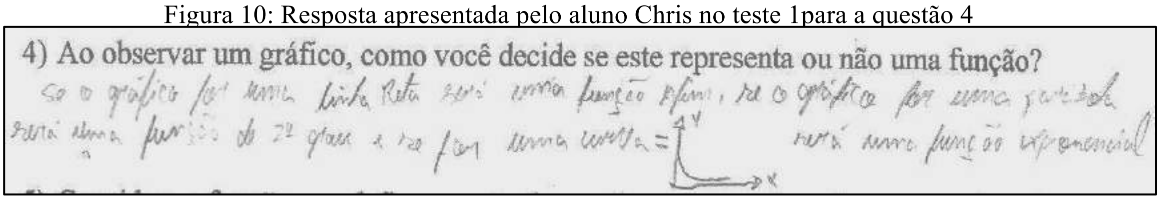

4) Ao observar um gráfico, como você decide se este representa ou não uma função?
se o gráfico for uma linha Reta será uma função afim, se o gráfico for uma parábola será uma função do 2º grau e se for uma curva = será uma função exponencial

Figura 11: Resposta apresentada pelo aluno YAMISS22 no teste 1para a questão 4

*4) Considere a função que define o custo de **n** cadernos, se cada caderno custa 3 reais.*

a) *Represente, de duas maneiras diferentes, essa função.*

Resposta Esperada: Esperávamos que fossem apresentadas representações algébrica, gráfica ou através de tabelas.

Respostas Obtidas: Apenas um aluno conseguiu fazer corretamente, entretanto, interpretou de maneira errada o enunciado. O aluno YAMISS22 forneceu como resposta duas maneiras diferentes de escrever a expressão analítica da função *f(n) = 3n* e *f(n)= (n+1)3 - 3*, uma resposta característica do nível 3. Isso nos mostra como os alunos estão arraigados com a ideia de expressão algébrica, conforme já observado na questão 2.

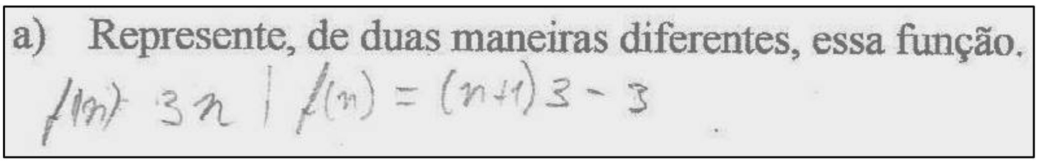

a) Represente, de duas maneiras diferentes, essa função.
$f(n) = 3n \mid f(n) = (n+1)3 - 3$

Figura 12: Resposta apresentada pelo aluno YAMISS22 no teste 1para a questão 5(a)

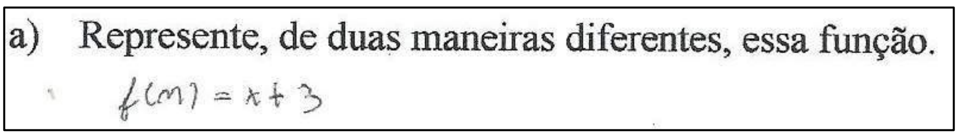

a) Represente, de duas maneiras diferentes, essa função.
$f(m) = x+3$

Figura 13: Resposta apresentada pelo aluno Luisim no teste 1para a questão 5(a)

b) *O que está variando nessa situação? O que é invariável?*

Resposta esperada: Esperávamos que os alunos identificassem a quantidade de cadernos como quantidade variável e o preço do caderno como quantidade invariável.

Respostas obtidas: Todos os alunos acertaram a questão, o que indica que talvez essa habilidade deva ser classificada em um nível inferior ao nível 2 proposto.

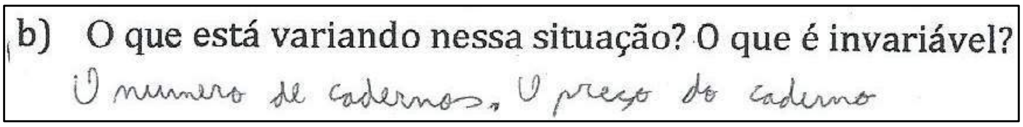

b) O que está variando nessa situação? O que é invariável?
O numero de cadernos, O preço do caderno

Figura 14: Resposta apresentada pelo aluno Luisim no teste 1para a questão 5(b)

5) *Em uma estante há duas prateleiras com livros, sendo que na segunda prateleira há sempre o dobro de livros da primeira, mais cinco livros. Sabe-se também que cada prateleira suporta no máximo vinte livros. Com base nessas informações, responda:*

a) *Essa situação representa uma função? Por que?*

Resposta Esperada: Esperávamos que os alunos identificassem a situação como função a partir de sua definição, identificando o domínio(número de livros da 1ª prateleira) e verificando que para cada elemento do domínio há uma única imagem, e que não há elementos do domínio sem imagem.

Resposta obtida: Todos os alunos responderam que a situação representava uma função, mas nenhum soube justificar. Nas tentativas de justificativas os alunos apresentavam como argumentos para a situação ser função o fato de existirem quantidades variáveis e invariáveis.


a) Essa situação representa uma função? Por que?
Sim, porque nós temos variaveis e invariaveis

Figura 15: Resposta apresentada pelo aluno Chris no teste 1 para a questão 6 (a)

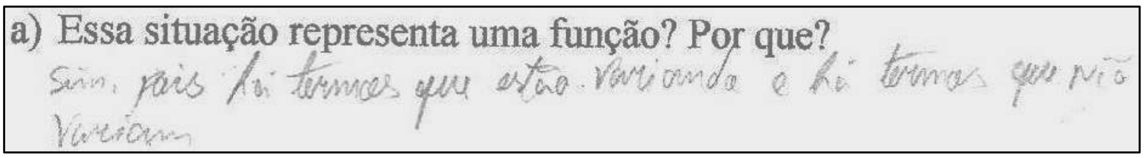

a) Essa situação representa uma função? Por que?
Sim, pois há termos que estão variando e há termos que não variam

Figura 16: Resposta apresentada pelo aluno YAMISS22 no teste 1para a questão 6 (a)

b) *Quais as variáveis envolvidas nessa situação?*

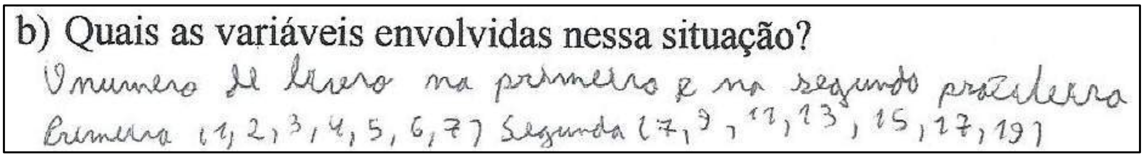
Resposta Esperada: Esperávamos que os alunos identificassem como variáveis o número de livros na primeira prateleira (variável independente) e o número de livros na segunda prateleira (variável dependente).

Resposta obtida: Todos os alunos acertaram a questão, fornecendo como resposta o número de livros na estante, entretanto nenhum aluno diferenciou em variável dependente e variável independente. O aluno Luisim chegou a discriminar os possíveis valores para a primeira prateleira e para a segunda.


b) Quais as variáveis envolvidas nessa situação?

R: O número de livro na estante

Figura 17: Resposta apresentada pelo aluno Russo no teste 1para a questão 6 (b)


b) Quais as variáveis envolvidas nessa situação?

O numero de livero na primeiro e na segundo prateleira

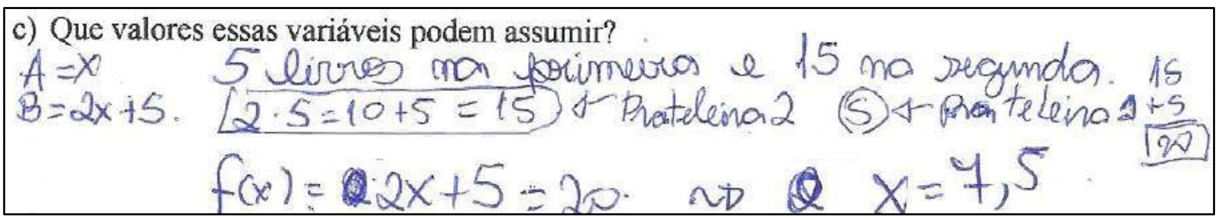
Primeira (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) Segunda (7, 9, 11, 13, 15, 17, 19)

Figura 18: Resposta apresentada pelo aluno Luisim no teste 1para a questão 6 (b)

c) Que valores essas variáveis podem assumir?

Resposta Esperada: Esperávamos que os alunos percebessem que a primeira prateleira poderia ter entre 1 e 7 livros (se houvesse 8 livros a primeira prateleira, teríamos 21 livros na segunda, o que não é possível pelo enunciado), e que a segunda prateleira comportaria entre 7 e 19 livros, dependendo do número de livros na primeira prateleira.

Resposta Obtida: Apenas dois alunos acertam o domínio e a imagem, um aluno acertou apenas o domínio, um aluno tentou determinar o domínio e a imagem, mas chegou na igualdade x = 7,5; não percebendo que x é o número de livros da primeira prateleira e que o mesmo deveria ser um número inteiro, no caso 7 (se fosse 8 teríamos 21 livros na segunda prateleira, o que não pode ocorrer uma vez que a mesma suporta no máximo 20 livros).


c) Que valores essas variáveis podem assumir?

A = x 5 livros na primeira e 15 na segunda.

B = 2x+5. 2 · 5 = 10+5 = 15 → Prateleira 2 (5) → prateleira 1 15 +5 = 20

f(x) = 2x+5 = 20 → x = 7,5

Figura 19: Resposta apresentada pela aluna Deusa no teste 1 para a questão 6 (c)

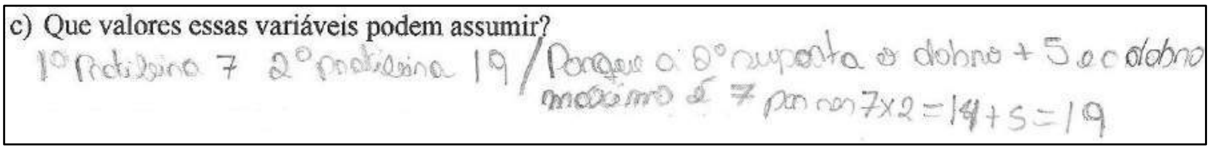


Figura 20: Resposta apresentada pelo aluno Chris no teste 1para a questão 6 (c)

d) *Represente essa situação por meio de uma expressão algébrica.*

Resposta Esperada: Esperávamos que expressassem a expressão analítica $f(x) = 2x + 5$

Resposta Obtida: Metade dos alunos deixou em branco, a outra metade acertou.

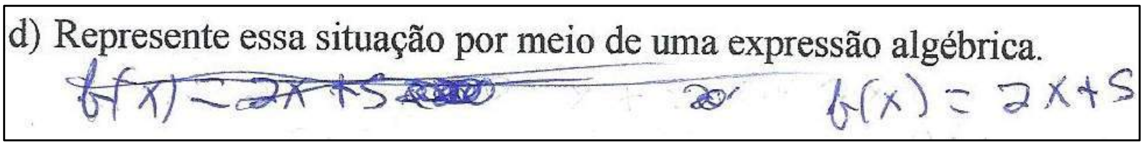


Figura 21: Resposta apresentada pelo aluno Russo no teste 1para a questão 6 (d)

e) *Esboce um gráfico que represente essa situação.*

Resposta esperada: Esperávamos que os alunos reconhecessem os pares ordenados da função e os marcassem em um plano cartesiano, ou ainda, utilizassem tabelas para identificarem os pontos e em seguida marcassem os pares ordenados no gráfico.

Resposta obtida: Metade dos alunos deixou em branco, a outra metade errou, os que tentaram deram como resposta: duas retas decrescentes e uma passando pela origem.

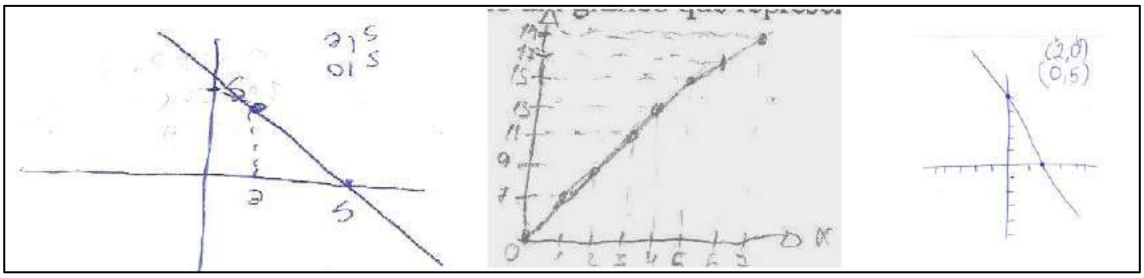


Figura 22: Gráficos apresentados como resposta no teste 1para a questão 6 (e)

Os testes completos estão presentes no anexo 5.

Com os resultados deste primeiro teste verificamos que era preciso reformular os níveis de desenvolvimento do pensamento sobre a linguagem de funções, uma vez que os alunos apresentaram respostas com características abaixo do nível 1, e ao mesmo tempo, todos acertaram qual era a parte variável e invariável das funções, característica do nível 2.

Antes, porém, de reformular os níveis, foi aplicada uma segunda atividade de validação. O segundo teste tinha como objetivo verificar o desempenho dos alunos diante de um problema prático. Esta atividade foi pensada neste modelo, uma vez que uma das finalidades do ensino médio é preparar o aluno para situações do dia a dia.

> é importante que se levem em consideração os diferentes propósitos da formação matemática na educação básica. Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do quotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (PCNEM – 2006 p.69)

Junto às questões do teste, foi anexada uma conta de luz da fornecedora de energia Light, e está presente no anexo 6.

Parte dos domicílios do Estado do Rio de Janeiro recebe energia elétrica distribuída pela Light. Observe a conta de energia de uma residência, e use uma calculadora para responder:

a) Quantos kWh foram consumidos, nesse mês, por essa família?

b) Determine o adicional bandeira vermelha, cobrado nessa conta.

Respostas Esperadas: Com estas perguntas pretendíamos verificar se o aluno identificava as variáveis envolvidas na situação.

Resposta obtida: A maioria dos alunos deu respostas características de acordo com o nível 1, pois identificaram corretamente o número de kWh e, no item (b), apesar de acertarem, alguns fizeram um arredondamento equivocado.

a) Quantos kWh foram consumidos, nesse mês, por essa família?

247 kWh

b) Determine o adicional bandeira vermelha, cobrado nessa conta.

247 . 0,07207 ≅ 17,80 R$

Figura 23: Resposta apresentada pelo aluno YAMISS22 no teste 2para a questão 1 (a) e (b)

a) Quantos kWh foram consumidos, nesse mês, por essa família?

247

b) Determine o adicional bandeira vermelha, cobrado nessa conta.

0,07 . 247 = 17,29

Figura 24: Resposta apresentada pela aluna Deusa no teste 2para a questão 1 (a) e (b)

c) Escreva a expressão que determina quanto esta família pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh nesse mês, e encontre esse valor arredondando para duas casas decimais.

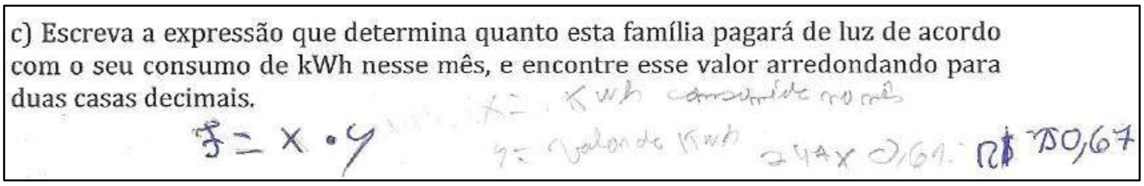
Resposta esperada: Esperávamos que os alunos determinassem a expressão algébrica do consumo (identificando quanto pagará por kWh e acrescentando o valor adicional bandeira vermelha), em seguida, calculasse expressão obtida determinando o valor numérico do quanto a família pagará.

Resposta obtida: Metade da amostra conseguiu determinar corretamente a expressão analítica do preço da conta, indicando um raciocínio no nível 2. Parte dos alunos apresentaram respostas como $F = x \,.\, y$, onde x era o consumo de kWh e y o adicional bandeira vermelha.

c) Escreva a expressão que determina quanto esta família pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh nesse mês, e encontre esse valor arredondando para duas casas decimais.

247 . 0,07 + 247 . 0,61 = 404,91) + 17,29 = 422,20

Figura 25: Resposta apresentada pelo aluno Pingo no teste 2para a questão 1 (c)



c) Escreva a expressão que determina quanto esta família pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh nesse mês, e encontre esse valor arredondando para duas casas decimais.

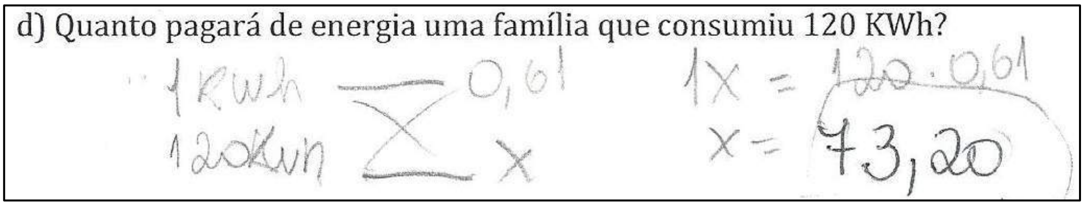
$f = x \cdot y$ x = kWh consumido no mês   y = valor do kWh   124x 0,61 = R$ 75,67

Figura 26: Resposta apresentada pelo aluno Russo no teste 2para a questão 1 (c)

d) Quanto pagará de energia uma família que consumiu 120 KWh?

Resposta Esperada: Pretendíamos com essa questão verificar se os alunos conseguem determinar a imagem de um valor do domínio. Esperávamos que os estudantes utilizassem o mesmo raciocínio do item anterior, substituindo os valores de kWh consumidos.

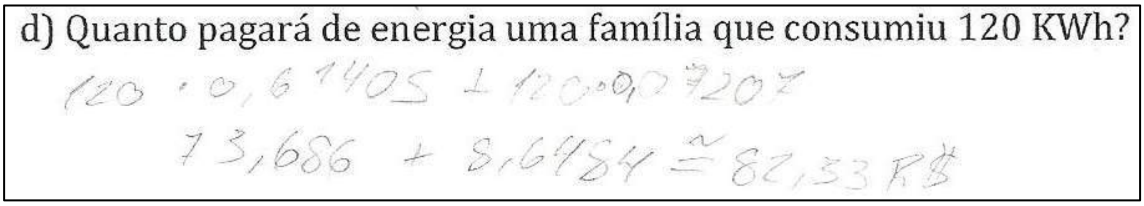
Resposta Obtida: Neste caso, cinco dos seis alunos demonstraram saber encontrar o número do contradomínio correspondente ao valor estipulado, apesar de alguns deles terem cometido um erro de arredondamento e esquecido de acrescentar o valor da bandeira vermelha. A aluna Deusa solucionou o problema através de regra de três simples, entretanto, esqueceu de adicionar o valor referente à bandeira vermelha. Este comportamento é característico do nível 2.



d) Quanto pagará de energia uma família que consumiu 120 KWh?

1 kWh — 0,61 $1x = 120 \cdot 0,61$
120 kWh — x $x = 73,20$

Figura 27: Resposta apresentada pela aluna Deusa no teste 2para a questão 1 (d)



d) Quanto pagará de energia uma família que consumiu 120 KWh?

$120 \cdot 0,61405 + 120 \cdot 0,07207$
$73,686 + 8,6484 \cong 82,33$ R$

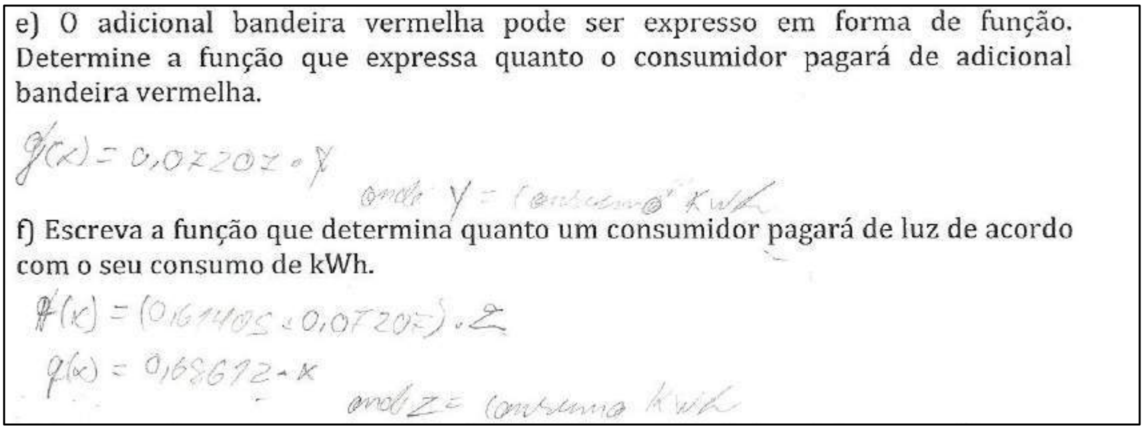
Figura 28: Resposta apresentada pelo aluno YAMISS22 no teste 2para a questão 1 (d)

e) O adicional bandeira vermelha pode ser expresso em forma de função. Determine a função que expressa quanto o consumidor pagará de adicional bandeira vermelha.

f) Escreva a função que determina quanto um consumidor pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh.

Resposta Esperada: Esperávamos que os alunos percebessem, através dos itens anteriores, como seria a expressão genérica da função consumo, expressando uma representação algébrica.

Resposta Obtida: Apenas um aluno respondeu de acordo com o nível 3, estabelecendo corretamente a função pedida, outro aluno cometeu um erro de arredondamento na letra (e) e esqueceu de adicionar a bandeira vermelha na letra (f), os demais não fizeram e/ou erraram.


e) O adicional bandeira vermelha pode ser expresso em forma de função. Determine a função que expressa quanto o consumidor pagará de adicional bandeira vermelha.

g(x) = 0,07207 · y

onde y = consumo kWh

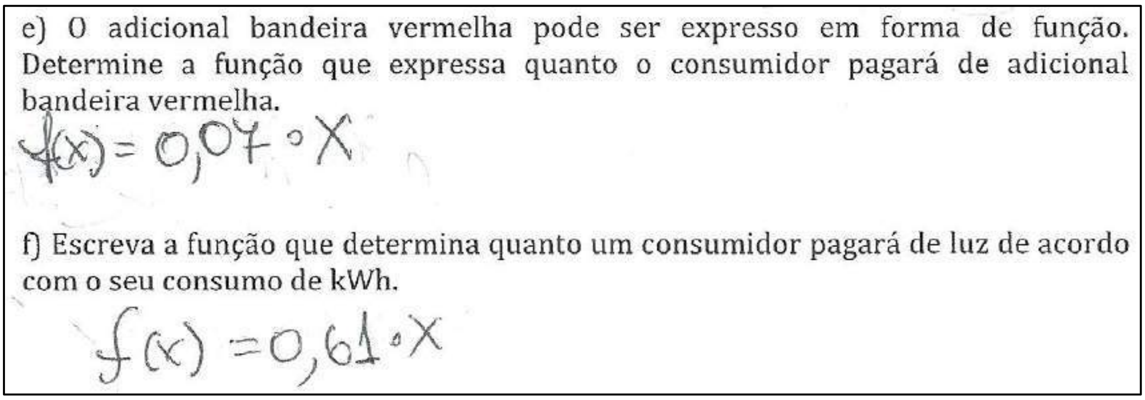
f) Escreva a função que determina quanto um consumidor pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh.

f(x) = (0,61405 + 0,07207) · Z

g(x) = 0,68612 · x

onde Z = consumo kWh

Figura 29: Resposta apresentada pelo aluno YAMISS22 no teste 2para as questões (e) e (f)


e) O adicional bandeira vermelha pode ser expresso em forma de função. Determine a função que expressa quanto o consumidor pagará de adicional bandeira vermelha.

f(x) = 0,07 · X

f) Escreva a função que determina quanto um consumidor pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh.

f(x) = 0,61 · X

Figura 30: Resposta apresentada pela aluna Deusa no teste 2para as questões (e) e (f)

g) Represente graficamente as funções que dão o custo da bandeira vermelha em relação ao consumo e o custo total do fornecimento de energia em relação ao consumo.

Resposta Esperada: Esperávamos que os alunos reconhecessem os pares ordenados da função e os marcassem em um plano cartesiano, ou ainda, utilizassem tabelas para identificarem os pontos e em seguida marcassem os pares ordenados no gráfico.

Resposta Obtida: Nenhum aluno conseguiu traçar o gráfico corretamente, o que indica que não atingiram o nível 4.

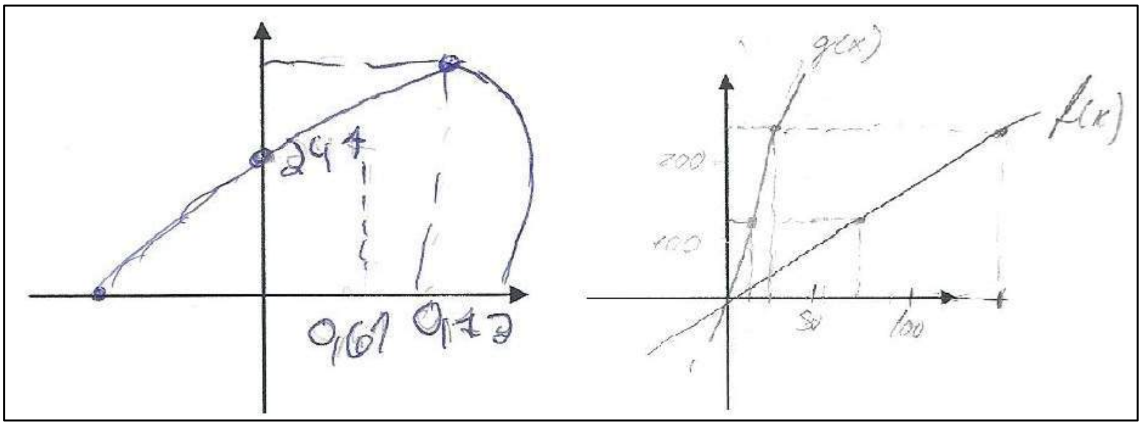


Figura 31: Respostas apresentadas como resposta para a questão 1 (g) no teste 2

Pelas respostas obtidas na avaliação do aluno YAMISS22 deduzimos que a reta referente a f(x) seria o gráfico do consumo sem o adicional bandeira vermelha, e a reta g(x) representaria o adicional bandeira vermelha.

Os testes completos estão presentes no anexo 7.

A partir da análise destas respostas, foi elaborada uma nova descrição para os níveis propostos para a aprendizagem de funções, uma vez que os alunos apresentaram respostas com características abaixo do nível 1 descrito inicialmente. Ao mesmo tempo, todos acertaram o tópico referente à identificação da parte variável e invariável das funções, que havia sido caracterizado como de nível 2.

Concluímos que os alunos envolvidos nesta parte da pesquisa têm dificuldade em expressar conceitualmente as características de função. Entretanto, quando apresentada uma situação prática esses alunos conseguem desenvolver cálculos e identificar propriedades. Devido a essas dificuldades dos alunos e ao pequeno número de participantes, foi necessário aumentar a amostra para que pudéssemos ter conclusões mais precisas sobre a hierarquia dos níveis, e descrever o desempenho de sujeitos em cada nível.

Dessa forma, de acordo com o modelo sugerido por van Hiele para geometria, as propostas de níveis de Isoda e Bergeron &Herscovics e as dificuldades identificadas nas pesquisas presentes no referencial, sugerimos uma nova descrição para a escala de níveis:

- **Nível 1:** É um pré-conceito de função. Reconhecimento das variáveis dependente e independente, estabelecimento de esquemas visuais (gráfico ponto a ponto) e tabelas. Noções não formais de variação (temperatura, dependência...)

- **Nível 2:** Reconhecimento do domínio e contradomínio, marcação de pares ordenados a partir da expressão algébrica de uma função. Uso da notação y = f(x).
- **Nível 3:**Identificação da expressão analítica da função, distinção entre equação e função, construção e interpretação de gráficos.

- **Nível 4:** Reconhecimento de funções injetoras, sobrejetoras, pares e ímpares , operações com funções. relação entre funções.

Ex: dado o gráfico de uma função f(x), construir o gráfico da função g(x) = 2.f(x).

Ex: Dada a definição de função par e função ímpar o aluno consegue descobrir se uma função dada é par ou ímpar.

É só nesse nível que os alunos reconhecem funções definidas por mais de uma sentença e funções do tipo "escada" (constantes por partes).

A seguir segue um quadro comparativo dos modelos van Hiele para geometria, as propostas de níveis sugeridas por Isoda e Bergeron & Herscovics para o ensino de função e a nossa proposta de níveis.

	Níveis de van Hiele	Modelo de Isoda	Modelo de Bergeron & Herscovics	Nossa Proposta
1º nível	Raciocinio basica-mente por meio de considerações visuais, os conceitos de geometria são vistos como um todo. As figuras geométricas são reconhecidas pela aparência global e pela forma e não pelas partes ou propriedades.	Raciocinio por meio de especulações, através da linguagem cotidiana, os conceitos de funções são vistos como um todo, não sendo levadas em conta considerações explícitas das propriedades dos seus componentes. As descri-ções são feitas com base em uma variável fisicamente evidente.	Pensamento com base na percepção visual e ações primitivas não quantificadas, resultando em aproximações.	Pré-conceito de função. Reconhecimento das variáveis dependente e independente, estabelecimento de esquemas visuais e tabelas. Noções não formais de variação.
2º nível	Análise informal dos conceitos geométricos através de observação e experimentação. Dis-cernimento das caract-erísticas das figu-ras geométricas, sur-gindo propriedades que são usadas para conceituar classes e formas.	Inicia-se uma análise informal dos estudos de funções através do uso de aritmética e tabelas. Ao explorarem as tabelas, os alunos descrevem as regras de relações.	Organização e quantifica- ção das primeiras noções intuitivas para a construção de um conceito	Reconhecimento do domínio e contradomínio, marcação de pares ordenados a partir da expressão algébrica de uma função. Uso da notação y = f(x).
3º nível	Estabelecem inter-relações de proprie-dades dentro de fi-guras e entre figuras, formam definições abstratas, deduzem propriedades de uma figura, reconhecem classes de figuras, as definições passam a ter significado, conse-guem acompanhar e for-mular argumentos informais.	Estabelecimento de inter-relações entre a lei de formação das funções e seus gráficos, convertem as notações de tabelas, equa- ções e gráficos através de álgebra e geometria.	O conceito se destaca do procedimento e alcança uma existência própria, generalizações	Identificação da expressão analítica da função, distinção entre equação e função, construção e in-terpretação de gráficos.
4º nível	Desenvolvem se-quencias de afirma-ções deduzindo uma afirmação a partir de outra ou de outras, percebem a inter-relação e o papel de termos não definidos, axiomas, postulados, demonstrações	Estudo das funções a partir de conhecimentos de cálculo, como limite, derivada e integral.	Uso da linguagem simbólica, jus-tificação lógica das operações, descontextualiza ção e des-coberta dos axiomas	Reconhecimento de funções injetoras, sobreje-toras, pares e ímpares, operações com funções. relação entre funções.
5º nível	A geometria é vista no plano abstrato. Enten-dem geometrias não euclidianas.	análise funcional		

Quadro 1: Quadro Comparativo dos Modelos de Níveis de Pensamento Geométrico e de Funções

CAPÍTULO V
VALIDAÇÃO DA ESCALA

Após a definição dos níveis de desenvolvimento para o conceito de função, era preciso validar essa escala, ou seja, verificar se os níveis eram de fato hierárquicos, e descrever o desempenho de sujeitos em cada nível. Para isso, desenvolvemos uma atividade didática, para ser aplicada a uma amostra bem mais ampla de alunos de Ensino Médio, permitindo uma diversidade de respostas nos diversos níveis da escala.

Nesta etapa da pesquisa contamos com a participação de alunos da escola particular e ampliamos nossa amostra com estudantes do Colégio de Aplicação da Universidade do Estado do Rio de Janeiro(CAp UERJ) das turmas 1B e 2B, e alunos do CEFET RJ do curso de eletrônica da turma 3AELT. Como esta etapa foi desenvolvida no final de Novembro, início de Dezembro, pudemos contar com a participação de alunos do 1º ano do Ensino Médio, uma vez que eles já haviam estudado funções.

Os alunos da turma 1B do CAp UERJ aceitaram participar da pesquisa caso o professor da turma os pontuasse no terceiro trimestre. Apesar deste incentivo com nota, apenas seis alunos aceitaram participar. Na turma 2B do CAp UERJ a atividade foi aplicada após a última prova trimestral de matemática da turma e apenas seis alunos concordaram em participar.

Com relação a uma análise socioeconômica, a maioria dos alunos dessa parte da amostra ingressaram no CAp via exame de acesso para o 6ºano (antiga 5ªsérie), o que nos faz acreditar que sejam alunos habituados a uma rotina de estudos, nenhum destes respondeu que trabalhava para ajudar nas finanças de casa. A renda familiar dessa parte da amostra é superior à renda familiar dos participantes da escola particular.

Quando a atividade foi realizada com os alunos do CEFET, estes já estavam de férias, por isso, foram convidados a participar da pesquisa através de uma familiar da pesquisadora que estuda nessa turma. Assim, todas as atividades exceto as realizadas com os alunos do CEFET RJ foram realizadas nas próprias escolas participantes em períodos após a aula.

Os alunos que aceitaram participar compareceram a uma central de apoio localizada no Anil para realizarem a atividade. Esta central de apoio apresenta a mesma estrutura de uma escola, com salas de aula e quadro, apesar dos alunos não estarem em suas escolas de origem conseguimos simular um local bem parecido. Esta parte da amostra não respondeu ao questionário socioeconômico, no entanto, por estarem cursando eletrônica subentende-se que sejam alunos com familiaridade à área de exatas, entre elas a matemática. Deve-se também levar em consideração que estes alunos ingressaram no curso através de um exame de acesso que exige sólidos conhecimentos matemáticos, e algumas vezes é necessário uma preparação para a prova através de cursinhos. Logo, imaginamos que essa parte da amostra tenha uma renda familiar parecida com a renda familiar do alunos do CAp UERJ.

A seguir descrevemos essa sequência didática, com uma classificação da resposta esperada para cada item nos níveis da escala proposta.

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto

   A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Esta questão poderia ser respondida no nível 1 ou no nível 2. Seu objetivo é verificar se os estudantes reconhecem o domínio de uma função e sabem diferenciar domínio discreto de domínio contínuo. Consideramos como resposta de nível 1 as respostas dos alunos que no item (a) reconheceram o domínio discreto, no entanto, ligaram os pontos como se o conjunto A fosse o intervalo [-2,4] ou que não distinguiram os itens (a) e (b).Consideramos como respostas de nível 2 como as respostas de alunos que resolveram corretamente a questão. Alunos que não fizeram e/ou fizeram de forma errada foram classificados como abaixo do nível 1.

Questão 2

Determine domínio possível e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$

O objetivo da questão, classificada no nível 2, é verificar se os alunos conseguem determinar o conjunto domínio de uma função dada e, qual o conjunto imagem associado a esta função.

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.

Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \rightarrow R$.

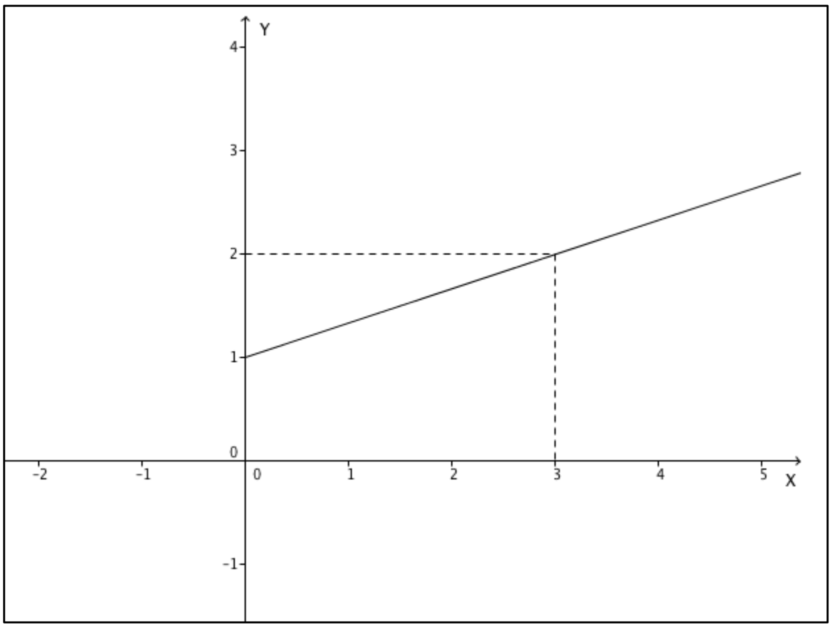


Figura 32: Gráfico para a questão 3

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(   ) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva

O objetivo deste item era verificar se o aluno reconhece o sinal da imagem do ponto de abscissa $x = 0$, ou seja, se reconhece sinal do ponto onde o gráfico intercepta o eixo vertical. Foi classificado como item de nível 1.

(   ) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

Este item tem resposta característica do Nível 1. Seu objetivo era verificar se, dada a abscissa, o aluno identifica a ordenada, mesmo que esta não apareça no gráfico.

(   ) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$

Aqui, a resposta correta é de Nível 4. O objetivo do item era verificar se dada a definição de função par, o aluno conseguiria determinar f(-x) conhecendo f(x)

(   ) f não pode ser uma função ímpar

Como o objetivo deste item era verificar se dada a definição de função ímpar o aluno conseguiria determinar se é possível ou não completar a função de modo que a função seja ímpar, ele foi classificado no Nível 4.

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Este item requer raciocínio no Nível 4, já que tinha como objetivo verificar se o aluno conseguia abstrair da definição de função par a simetria do seu gráfico em relação ao eixo vertical.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

( ) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

( ) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

( ) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Estes 3 itens foram classificados no Nível 4 da escala, pois tinham como objetivo verificar se o aluno é capaz de operar com funções

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.

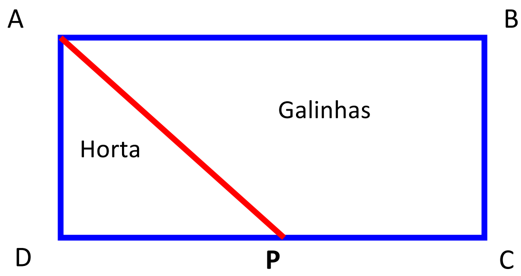


Figura 33: Esquema para a questão 4

Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: $A = \frac{b.h}{2}$

Esta atividade foi escolhida por conter itens que podem ser respondidos em todos os níveis da escala proposta. Com base nas respostas, será possível traçar um perfil do desempenho característico em cada nível da escala.

*a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.*

Item com resposta de Nível 1, cujo objetivo era verificar se o aluno conseguiria identificar a distância DP de forma coerente

b) Qual a área da horta com essas dimensões?

Item classificado no Nível 1. Seu objetivo era verificar se o aluno conseguiria determinar o valor de A, substituindo os valores de b e h na expressão analítica da área do triângulo, dada no enunciado.

*c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:*

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m		
1,2 m		
5,5 m		

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

Ainda no Nível 1, este item tinha como objetivo verificar se o aluno conseguiria determinar o valor de A admitindo valores decimais para b e substituindo na expressão analítica.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de ***d*** *abaixo*

d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ ***m ?***

O objetivo deste item era verificar se o aluno é capaz de reconhecer possíveis pontos da imagem. Foi classificado no Nível 2.

e) Quais os valores inteiros que ***d*** *pode assumir? Quais os valores que* ***d*** *pode assumir?*

Item classificado no Nível 2. Seu objetivo era verificar se o aluno é capaz de diferenciar domínio discreto de domínio contínuo.

Alunos que admitiram apenas os valores inteiros de d foram classificados no nível 1, pois não souberam diferenciar domínio discreto de domínio contínuo.

f) A área da horta depende do valor de ***d?*** *Justifique*

Classificado no Nível 2, o objetivo deste item era verificar se o aluno é capaz de identificar a relação de dependência de uma função

g) Qual o valor de ***d*** *correspondente a horta de maior área?*

O objetivo deste item era verificar se o aluno é capaz de reconhecer que se tratava de uma situação limitada superiormente, e determinar o maior valor de **d.** Foi classificado no Nível 3.

*h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.*

A resposta a este item requeria raciocínio no Nível 3, já que pedia a determinação da expressão analítica da função

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.

O objetivo deste item era verificar se o aluno é capaz de esboçar o gráfico da função, característica do Nível 3. Respostas de alunos que esboçaram o gráfico sem limitá-lo ao intervalo]0,8] foram classificadas no nível 2

*j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?*

Item classificado no Nível 3, já que seu objetivo era verificar se o aluno é capaz de determinar a abscissa dada a ordenada, e para isso ele deveria conhecer a expressão analítica da função.

*k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2?*

Idem a letra (j)

*l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?*

Com o objetivo era verificar se o aluno é capaz de verificar o crescimento/decrescimento da função, este item foi classificado no Nível 3.

m) Que função o gráfico representa?

A resposta a este item exigia o reconhecimento das propriedades de uma função afim, e foi classificado no Nível 3.

As respostas que citaram apenas função afim, função do primeiro grau, ou função crescente foram classificadas como de nível 2.

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.

Esta questão exigia raciocínio de Nível 2, já que seu objetivo era verificar se o aluno é capaz de identificar, através de um gráfico, os intervalos crescentes/decrescentes de uma função.

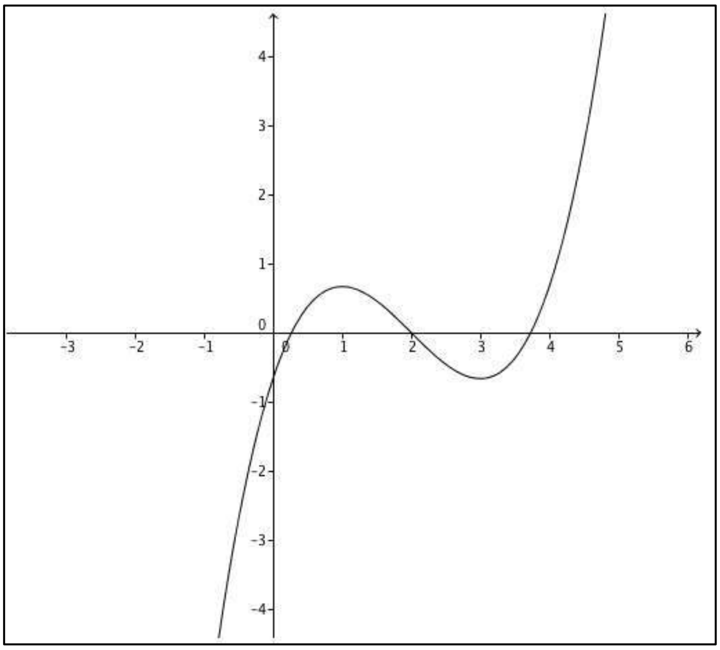


Figura 34: Gráfico para a questão 5

A atividade aplicada continha 24 itens, classificados da seguinte maneira:

- 5 itens de Nível 1
- 7 itens de Nível 2
- 6 itens de Nível 3
- 6 itens de Nível 4

Vale ressaltar que alguns alunos deram respostas abaixo dos níveis esperados, por exemplo, a questão 1A é uma questão de nível 2, entretanto alguns alunos responderam com respostas típicas de nível 1. Assim, ao observar o quadro classificatório abaixo podemos ter alunos com mais do que 5 respostas de nível 1, por exemplo. Essas variações também foram levadas em consideração na hora de classificar o aluno em um nível.

As condições para a alocação de um aluno num determinado nível foram estabelecidas com base nas sugestões dos trabalhos de Jaime & Gutierrez (1990), Gutierrez, Jaime eFortuny (1991) para os testes de van Hiele em geometria e de Sant'Anna (2001).

Usiskin (1982) desenvolveu testes para identificar os níveis de van Hiele, estabelecendo que um nível é atingido quando o aluno acerta pelo menos 60% dos itens desse nível e dos níveis anteriores. Esse critério também foi adotado por Nasser (1992) em suas investigações.

Seguindo a classificação sugerida por Jaime & Gutierrez (1990), para um aluno ser considerado em um determinado nível, o mesmo deve ter acertado pelo menos 60% das questões referentes a este nívele 60% das questões de níveis anteriores. Dessa forma, foi estabelecida a seguinte classificação:

- Um aluno foi considerado de nível 1 se acertou pelo menos 60% dos itens de nível 1.

- Um aluno foi classificado no nível 2 se acertou pelo menos 60%dos itens de nível 1 e 60% dos itens de nível 2.

-Um aluno foi considerado de nível 3 se acertou pelo menos 60%dos itens de nível 1, 60% dos itens de nível 2 e 60% dos itens de nível 3 .

- Um aluno foi classificado no nível 4 se acertou pelo menos 60% dos itens de nível 1, 60% dos itens de nível 2, 60% dos itens de nível 3 e 60% dos itens de nível 4.

Como algumas dessas porcentagens forneceram resultados não inteiros, quando isso aconteceu, utilizamos como a quantidade de itens o primeiro inteiro superior ao resultado obtido. Dessa forma, chegamos à seguinte classificação em termos de números de itens:

	Número mínimo de acertos em itens de cada nível			
	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4
Nível 1	3			
Nível 2	3	4		
Nível 3	3	4	4	
Nível 4	3	4	4	4

Tabela 1: Classificação dos alunos em um determinado nível

A análise dos resultados segue no quadro das próximas páginas com a seguinte legenda:

N1 - resposta em nível 1

N2 - resposta em nível 2

N3 - resposta em nível 3

N4 - resposta em nível 4

X - questão em branco

E - questão respondida de forma errada

Aluno:	Questão: 1A	1B	2	3A	3B	3C	3D	3E	3F	3G	3H	4A	4B	4C	4D	4E	4F	4G	4H	4I	4J	4L	4M	5
Colégio Particular:																								
Chris	X	X	X	E	E	N4	N4	X	N4	N4	X	N1	N1	N1	N2	N2	N2	N3	E	E	N3	N1	-	E
Deusa	N1	N2	N1	N1	X	E	E	E	E	E	X	N1	E	N1	N1	N1	N2	N3	E	E	X	N1	-	N1
Luisim	N2	N2	E	E	E	N4	N4	X	N4	E	E	N1	N1	N1	X	N2	X	X	X	X	E	X	-	E
Pingo	N1	X	N1	N1	X	X	N4	X	X	X	X	E	N1	N1	X	X	N2	E	X	X	N3	X	-	E
Russo	N2	N2	E	N1	N1	E	N4	X	N4	N4	E	N1	N1	N1	E	N1	N2	N3	N1	E	E	N3	-	E
YAMISS22	N2	N2	N2	N1	N1	E	N4	N4	N4	N4	N4	N1	N1	N1	N2	N2	N2	N3	N3	N1	N3	N3	-	N2
CAp - UERJ 1B																								
Aluno 1	N1	N2	N1	N1	N1	E	N4	N4	N4	N4	N4	N1	N1	N1	N2	X	N2	N3	N3	N3	N3	N3	N3	N2
Aluno 2	N1	N2	N1	N1	N1	E	E	E	N4	X	E	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Aluno 3	N1	N2	N1	N1	N1	E	N4	N4	N4	N4	N4	N1	N1	N1	N2	X	N2	N3	N3	N3	N3	N3	N3	N2
Aluno 4	N1	N2	N1	N1	N1	E	N4	X	N4	N4	N4	N1	N1	N1	N2	E	N2	N3	N3	N1	N3	N3	N2	E
Aluno 5	N1	N2	N1	N1	N1	E	N4	N4	N4	N4	N4	N1	N1	N1	N2	X	N2	N3	N3	N3	N3	N3	N3	N2
Aluno 6	X	X	N1	N1	N1	X	X	X	X	X	X	N1	N1	N1	N2	N1	N2	N3	N3	X	N3	N3	N2	N2
CAp - UERJ 2B																								
Beethoven	N1	N2	N2	N1	N1	N4	N4	X	X	X	X	N1	N1	N1	N2	N2	N2	N3	N3	N1	N3	N3	N2	N2
Ferrugem	N2	N2	N1	N1	X	N4	E	N3	N4	E	N4	N1	N1	N1	N1	N1	N2	E	N3	E	N3	N3	N2	N2

Quadro 2: Análise dos resultados do teste de validação

Larry	N1	N1	X	N1	N1	E	N4	N3	N4	N4	N4	N1	N1	N1	N2	N2	N2	N3	N3	N3	N3	N3	N2	N2
Penélope	N1	N1	N2	N1	N1	X	N4	N3	N4	N4	N4	N1	N1	N1	N2	N2	N2	N3	N3	N3	N3	N3	N2	N2
Pooh	N2	N2	N2	N1	N1	N4	E	N3	N4	E	N4	N1	N1	N1	N2	N2	N2	N3	N3	N3	N3	N3	N2	N2
Smile	N1	N2	N1	N1	E	N4	E	N4	N4	E	N1	N1	N1	N2	N2	N2	N3	N3	N3	N3	N3	N3	N2	N2
CEFET 3AELT																								
Boneca	N1	N2	N1	N1	E	N4	N4	X	N4	E	N4	N1	N1	N1	X	N1	X	X	N1	X	E	X	X	N2
Darth Vader	N1	N2	N2	N1	E	N4	E	N4	N4	E	N4	N1	N1	N1	N2	N1	N2	N3	X	X	N3	X	N3	N2
Flash	N1	N2	X	N1	N1	E	E	X	X	X	X	N1	N1	N1	N2	N1	N2	N3	N3	N3	N3	N3	N2	N2
Hermione Granger	N2	N2	N1	N1	E	N4	E	E	N4	E	N4	N1	N1	N1	X	N1	N2	N3	N3	X	N3	N3	N3	N2
Leleco	N1	N2	N2	X	X	X	X	X	X	X	X	N1	X	N1	N2	N2	N2	N3	N3	N3	N3	N3	N3	N2
Messi	N1	N2	N2	N1	N1	N4	N4	N4	E	E	N4	N1	N1	N1	N2	N1	N2	N3	N3	N2	N3	N3	N3	N2
Minie N2	N1	N2	N1	N1	N1	N4	E	E	N4	N4	N4	N1	N1	N1	N2	N2	N2	N3	N1	X	N3	N3	X	N2
Pikachu	N2	N2	N2	N1	N1	N4	N4	N4	N4	N4	N4	N1	N1	N1	X	N2	N2	N3	N3	N2	N3	N3	N3	N2
Pink	N2	N2	N2	N1	E	N4	X	N4	N4	X	N4	N1	N1	N1	X	E	N2	N3	N3	N3	N3	N3	N3	N2
Pitágoras	N1	N2	X	N1	N1	E	E	X	N4	N4	X	N1	N1	N1	N2	N2	N2	N3	N3	N3	N3	N3	N3	N2
Portuga	N2	N2	N2	N1	N1	N4	N4	N4	N4	N4	N4	N1	N1	N1	X	E	N2	X	N3	N3	N3	N3	N2	N2

Continuação quadro 2

De acordo com os resultados observados no quadro acima, chegamos às seguintes classificações:

Colégio Particular:

Aluno	Acertos em Nível 1	Acertos em Nível 2	Acertos em Nível 3	Acertos em Nível 4	Questões erradas	Questões em branco	Nível do aluno
Chris	4	3	2	4	5	5	N1
Deusa	9	2	1	0	8	3	N1
Luisim	3	3	0	3	7	7	N1
Pingo	5	1	1	1	3	12	N1
Russo	7	3	3	2	7	1	N1
YAMISS22	6	7	4	5	1	0	N4

Tabela 2: Classificação dos alunos da escola particular

Os alunos do colégio particular responderam apenas 24 questões, pois o teste deles não continha a questão 4 item (l).

CAp - UERJ 1B:

Aluno	Acertos em Nível 1	Acertos em Nível 2	Acertos em Nível 3	Acertos em Nível 4	Questões erradas	Questões em branco	Nível do aluno
Aluno 1	7	4	6	5	1	1	N4
Aluno 2	4	1	0	1	4	14	N1
Aluno 3	7	4	6	5	1	1	N4
Aluno 4	8	4	4	4	3	1	N4
Aluno 5	7	4	6	5	1	1	N4
Aluno 6	7	4	4	0	0	9	N2

Tabela 3: Classificação dos alunos do CAp - UERJ turma 1B

CAp - UERJ 2B:

Aluno	Acertos em Nível 1	Acertos em Nível 2	Acertos em Nível 3	Acertos em Nível 4	Questões erradas	Questões em branco	Nível do aluno
Beethoven	7	7	4	2	0	4	N3
Ferrugem	7	5	4	3	4	1	N3
Larry	7	5	6	4	1	1	N4
Penélope	7	7	5	4	0	1	N4
Pooh	5	8	6	3	2	0	N3
Smile	6	6	6	3	3	0	N3

Tabela 4: Classificação dos alunos do CAp - UERJ turma 2B

CEFET 3AELT

Aluno	Acertos em Nível 1	Acertos em Nível 2	Acertos em Nível 3	Acertos em Nível 4	Questões erradas	Questões em branco	Nível do aluno
Boneca	8	2	1	4	3	7	N1
Darth Vader	6	5	3	4	3	3	N2
Flash	7	5	5	0	2	5	N3
Hermione Granger	6	4	5	3	4	2	N3
Leleco	3	6	6	0	0	9	N3
Messi	7	6	5	4	2	0	N4
Minie	8	5	3	4	2	2	N2
Pikachu	5	7	5	6	0	1	N4
Pink	4	5	6	4	2	3	N4
Pitágoras	6	5	6	2	2	3	N3
Portuga	5	6	4	6	1	2	N4

Tabela 5: Classificação dos alunos do CEFET da turma 3AELT

Assim, obtemos a seguinte classificação geral da amostra:

	Escola Particular	CAp - UERJ 1B	CAp - UERJ 2B	CEFET 3AELT	Total de alunos no nível
Nível 1	5	1	0	1	7
Nível 2	0	1	0	2	3
Nível 3	0	0	4	4	8
Nível 4	1	4	2	4	11
Total	6	6	6	11	29

Tabela 6: Classificação geral dos alunos

Vale ressaltar que a atividade em questão foi aplicada durante o mês de Dezembro, desta forma, todos os alunos, inclusive os alunos da turma do primeiro ano, já haviam estudado o tópico de função. Um dado interessante, e ao mesmo tempo preocupante, mostra que dos 6 alunos da escola particular 5 foram classificados no nível 1.

5.1 Caracterização dos Níveis

Com o objetivo de descrever o perfil de raciocínio de cada nível, analisamos a seguir todas as respostas dadas por um aluno classificado em cada nível. As atividades dessa etapa encontram-se no anexo 8.

5.1.1 Nível 1 - Aluna Deusa

O teste realizado pela aluna Deusa não apresenta a mesma ordem de questões que o teste respondido pelos alunos do CAp UERJ e do CEFET. Para que não haja confusão com as respostas, ao fazer a análise das respostas da aluna colocarei a resposta correspondente à questão do teste que os demais alunos fizeram.

Questão 1:

a) A aluna utilizou uma tabela para encontrar o valor de y correspondente a cada x do domínio. e em seguida marcou os pares ordenados no gráfico cartesiano. Entretanto, a aluna equivocou-se ao ligar esses pontos, o domínio era discreto. Confusão entre domínio discreto e contínuo são comuns a alunos de nível 1.

b) A aluna repetiu o mesmo gráfico do item anterior, mas como neste caso o domínio é contínuo, a resposta estava correta.

Questão 2:

A aluna determinou apenas o domínio, esquecendo de determinar a imagem. Para determinar o domínio, por se tratar de uma função definida no radical de uma raiz, Deusaprocedeu corretamente, verificando para quais valores o domínio era positivo ou igual a zero. No entanto, ao expressar o domínio a aluna não utilizou chaves.

Questão 3:

a) A aluna marcou corretamente que a ordenada referente á abscissa $x = 0$ é positiva, entretanto, ao justificar, cometeu uma pequena confusão com a definição de função par dada no enunciado.

b) Como o gráfico apresentado na questão não apresentava a abscissa de valor 6, era necessário que os alunos completassem ou no papel ou mentalmente o gráfico. Os alunos também poderiam determinar a equação da reta que passa pelo pontos (0,1) e (3,2) para verificar se a ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4. A aluna não respondeu a este item, o que indica que a aluna sofreu influencia da representação visual, não sendo capaz de abstrair.

Itens (c) em diante: Tudo indica que Deusa não entendeu a definição de função par e ímpar, não sendo capaz de responder a estes itens, o que comprova que estava num nível inferior ao esperado para estes.

Questão 4

a) A aluna desenhou corretamente a região da horta, resposta característica de alunos que estão em nível 1.

b) Ao determinar a área da horta a aluna utilizou 5 como a base da horta, e por isso encontrou 10 como resposta, e não 6.

c) A aluna completou corretamente a tabela, o que indica que ela consegue identificar corretamente o valor da variável *d*em cada caso. Apesar de identificar corretamente, Deusa utiliza a variável *x* ao lado de cada valor de *d*, o que indica a forte influência da notação *f(x)*.

d) A aluna soube identificar os possíveis valores para *d*, pensamento característico de nível 1.

e) Ao responder essa questão Deusa completou com um não, dessa forma a pergunta ficou quais valores *d* não pode assumir, e respondeu zero. Tal pensamento é característico de nível 1, uma vez que a aluna interpretou como quais os valores dentre os apresentados na letra anterior não poderiam ser possíveis. Alunos no nível 1 identificam as variáveis da função, entretanto, ainda não conseguem identificar os possíveis valores contínuos ou discretos do domínio.

f) Alunos de nível 1 conseguem identificar as variáveis envolvidas e verificar qual é a variável dependente e independente. Através dessa identificação a aluna percebeu que variando o valor de *d* a área também varia.

g) A aluna identificou que o maior valor possível para *d* é 8, e com isso obteria a maior área.

h) Deusa deixou em branco, essa questão, era uma questão de nível 3, o que justifica o porque de não tê-la respondido.

i) Alunos de nível 1, em geral, não conseguem determinar a expressão analítica de uma função, tal habilidade é adquirida no nível 3, o que justifica o erro da aluna.

j) No nível 1, os alunos apresentam dificuldade em construir gráficos e diferenciar domínio contínuo de discreto. Por isso, Deusa construiu um gráfico com valores de d negativos, mesmo tendo respondido em itens anteriores que não era possível o valor zero para *d*.

k) Deusa percebeu que a área aumenta, pensamento característico de nível 1, uma vez que alunos neste nível identificam as variáveis da função. No entanto, não soube explicar o significado do valor de d aumentar, a resposta completa é característica de nível 3.

Questão 5

A aluna marcou como decrescente os intervalos em que a função assumia valores abaixo do eixo do x, e crescente para os intervalos acima do eixo x. A aluna respondeu de acordo com considerações visuais do gráfico da função, comprovando raciocínio característico de nível 1.

5.1.2 Nível 2 - Aluna Minie

Questão 1:

No item (a) Minie apresentou um gráfico que seria referente ao domínio [-2,3], uma vez que ligou os pontos encontrados, já no item (b) apresentou a solução correta. Segundo nossa classificação alunos de nível 2 são capazes de distinguir domínio discreto de contínuo, no entanto, isso não significa que todos os alunos neste nível tenham alcançado tal habilidade.

Questão 2:

A aluna determinou apenas o domínio, esquecendo de determinar a imagem. Em sua resposta apresentou o par ordenado $x = 0, y = \sqrt{-5}$ e em seguida a resposta $x > 2{,}5$. Acreditamos que a aluna tenha resolvido a questão por tentativa e erro.

Questão 3:

Minie apenas marcou as opções de verdadeiro ou falso, sem justificar nenhuma das alternativas. A aluna acertou os itens (a), (b), (c), (f), (g) e (h).

Questão 4

a, b, c, d) A aluna resolveu corretamente as questões de nível 1.

e)Apesar de a aluna ter errado o exercício 1 por não saber distinguir domínio discreto de contínuo, neste item Minie respondeu corretamente, determinando tanto os valores inteiros (domínio discreto), quanto os valores que d pode assumir (domínio contínuo).

f, g) Alunos de nível 2 não apresentam dificuldades em verificar os objetos que estão variando, com isso Minie respondeu corretamente o item (f), e apesar do item (g) ser considerado de nível 3, a aluna não teve dificuldades em observar qual valor de *d* corresponde à maior área.

h) Ao responder essa questão a aluna forneceu uma fórmula, $A = \frac{d\ x\ \overline{DA}}{2}$, mesmo sabendo que o valor de $\overline{DA}$ é sempre igual a 4. Tal resposta é característica de alunos do primeiro nível. Como nossa escala não apresenta níveis isolados, um aluno de nível 2 pode fornecer respostas em outros níveis.

i) Alunos de nível 2 ainda apresentam dificuldades em construir gráficos, tal obstáculo começa a ser superado quando o aluno atinge o nível 3, por isso, Minie deixou este item em branco.

j) A aluna determinou sem dificuldades a posição do ponto *P*quando é dada a área da horta.

l) Alunos de nível 2 não apresentam dificuldades em verificar os objetos que estão variando, com isso, a aluna conseguiu perceber corretamente que ao aproximar o ponto *P*do ponto *C* a área da horta aumenta.

m) Por não conseguir esboçar o gráfico que representava a situação, Minie deixou este item em branco.

Questão 5

No nível 2 os alunos ainda apresentam dificuldades em construir gráficos, no entanto, dado um gráfico eles conseguem identificar algumas características, como os intervalos onde a função é crescente ou decrescente. Minie respondeu corretamente a questão.

5.1.3 Nível 3 - Aluno Smile

Questão 1:

O aluno respondeu esta questão da mesma forma que a aluna Minie, o que sugere que a confusão de domínio discreto/contínuo é de grande dificuldade dos alunos.

Questão 2:

O aluno determinou corretamente o domínio, além disso, utilizou corretamente a notação para explicitá-lo. Com relação à imagem, o aluno respondeu como sendo o conjunto dos números reais, não percebendo que os reais negativos não fazem parte da imagem.

Questão 3:

Smile marcou as opções de verdadeiro ou falso, justificando apenas a alternativa (c). O aluno acertou, sem justificar, os itens (a), (b), (d), (f) e (g). Na justificativa do aluno para o item (c), ele determinou a lei de formação da reta que passava pela origem e pelo ponto (3,2), sem utilizar a definição de função par apresentada no enunciado. Tal procedimento é típico de alunos de nível 3, uma vez que é neste nível que eles convertem as informações dos gráficos para determinar a expressão analítica da função.

Questão 4

a, b, c, d, e, f, g) O aluno resolveu corretamente as questões de níveis 1 e 2.

h) Como no nível 3 os alunos são capazes de fornecer a expressão analítica da função, Smile apresentou corretamente como resposta a expressão $A(d) = 2d$. Podemos notar uma grande diferença na notação usada por um aluno no nível 3 para a aluna Minie no nível 2. Smile percebeu que o valor da altura era constante, e não apenas substituiu tal valor na fórmula como também a simplificou, além de utilizar a notação $A(d)$ para indicar a relação de dependência da função.

i) Como o valor de d não poderia ser zero, o aluno descreveu um gráfico para o intervalo [1,8]. Smile realizou o procedimento de forma correta, o que é característico de alunos de nível 3. Neste nível, geralmente, os alunos não apresentam dificuldades em esboçar gráficos de funções polinomiais.

j, l, m) O aluno não teve dificuldades para determinar a posição do ponto *P*quando dada a área da horta, bem como perceber que a área aumentava quando P se aproximava de C. Com relação ao gráfico que a função apresentava, o aluno apenas explicitou $A(d) = 2d$, o que mostra que o uso da expressão analítica é bem forte neste nível.

Questão 5

Smile respondeu corretamenteesta questão.

5.1.4Nível 4 - Aluno YAMISS22

O teste realizado pelo aluno YAMISS22 não apresenta a mesma ordem de questões que o teste respondido pelos alunos do CAp UERJ e do CEFET. Para que não haja confusão com as respostas, ao fazer a análise das respostas do aluno colocarei a resposta correspondente a questão do teste que os demais alunos fizeram.

Questão 1:

O aluno respondeu corretamente tanto o item (a) como o item (b). Notemos que apenas no nível 4 houve uma consolidação das definições de domínio discreto/contínuo. Vale lembrar que outros alunos de níveis inclusive inferiores ao 4 também fizeram a distinção correta dos itens.

Questão 2:

O aluno determinou corretamente tanto o domínio como a imagem, no entanto não utilizou notações matemáticas para expressá-los, utilizando linguagem corrente.

Questão 3:

YAMISS22 errou somente o item (c), pois utilizou o mesmo raciocínio de Smile. Apesar de não ter utilizado a definição de função par para resolver este item, o aluno compreendeu o que significava uma função ser par ou ímpar, uma vez que respondeu corretamente todos os outros itens, além de justificá-los. A compreensão de função par e ímpar é característica do nível 4.

Questão 4

a, b, c, d, e, f, g) O aluno resolveu corretamente as questões de níveis 1 e 2.No item (e) o aluno alterou a questão para quais valores que *d* ***não*** pode assumir.

h)YAMISS22 apresentou a mesma reposta que Smile, apresentando a expressão A(d) = 2d.

i) Apesar de o aluno ter respondido no item (d) que *d* não pode assumir o valor 0, ele apresentou um gráfico que passava pela origem, e além disso continuava tanto para valores negativos de *d* como superiores a 8.

j, l) O aluno não teve dificuldades para determinar a posição do ponto *P* quando dada a área da horta, bem como perceber que a área aumentava quando *P* se aproximava de *C*.

Questão 5

YAMISS22 respondeu corretamente esta questão.

Em resumo, para validar a escala proposta foram organizados seis encontros no ano de 2015, sendo três destes encontros com alunos do 3º ano de Ensino Médio de uma instituição particular de ensino, um encontro com alunos do 1ºano do Ensino Médio do CAp UERJ, um encontro com alunos do 2ºano do Ensino Médio do CAp UERJ e um encontro com alunos do 3º ano do curso de eletrônica do CEFET-RJ.

De acordo com a análise das respostas foi possível descrever o perfil dos alunos classificados em cada nível, mostrando que a escala é, de fato, hierárquica, característica fundamental do modelo de van Hiele. Apesar de conseguirmos alunos nos quatro níveis, apenas a amostra referente a turma 3AELT do CEFET apresentou alunos em todos os níveis, acreditamos que tal fato se deve por ser a turma com maior quantidade de participantes.

Em resumo,a aluna de nível 1 utilizou uma tabela para encontrar valores da variável dependente mas não soube distinguir domínio contínuo do discreto, essa dificuldade foi superada no nível 2. Entretanto, tanto os alunos de nível 2 como de nível 3 não conseguiram acertar todos os exercícios que pedem para diferenciar domínio contínuo de discreto. Apenas o aluno de nível 4 descrito nesta seçãofez corretamente essa distinção. Os alunos de níveis inferiores ao 4 não compreenderam a definição de função par, o que segundo nossa escala é característico de nível 4, por isso, apenas o aluno de nível 4 acertou as questões referentes a este tópico. Apesar de o aluno Smile ter errado as questões referentes à função par, o aluno utilizou o gráfico da questão para localizar dois pontos pertencentes e deduzir a expressão analítica da função.

A expressão analítica de uma função é uma característica marcante de alunos de nível 3, tanto que Smile a utilizou em várias resoluções durante a atividade. Uma diferença notável foi a forma como no item (h) daquestão 4 determinou a lei de formação da função através da notação $A(d) = 2d$.Este aluno foi o primeiro a utilizar a notação completa, as alunas de níveis inferiores tiveram dificuldades neste tópico.

Notamos também que alunos em um determinado nível não apresentaram dificuldade em resolver questões de níveis inferiores ao seu, como por exemplo o aluno YAMISS 22, característico de nível 4, acertou todas as questões de níveis 1 a 3, o aluno errou apenas a questão 3 item (c), pois utilizou o mesmo raciocínio do aluno Smile, deixando de considerar a simetria da função par em relação ao eixo vertical.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A teoria de van Hiele para o pensamento geométrico tem servido como modelo para a elaboração de materiais escolares e de atividades geométricas, uma vez que estabelece níveis hierárquicos para o desenvolvimento do raciocínio geométrico. Vale lembrar que, de acordo com essa teoria, o progresso nos níveis de conhecimento depende mais do ensino que apenas da idade ou maturidade dos estudantes.

Neste trabalho, objetivamos aplicar as vantagens de um modelo, do tipo da Teoria de van Hiele, para o tópico de funçãovoltado para a realidade dos estudantes brasileiros. Neste sentido, à luz da teoria de van Hiele e dos níveis sugeridos por Isoda e Bergeron & Herscovics, propomos uma escala de níveis para funções. Para que pudéssemos alcançar tal objetivo, contamos com a participação de alunos dos três anos do Ensino Médio de uma escola particular e duas escolas públicas do Rio de Janeiro. Essa participação foi fundamental para a testagem e validação da escala de níveis proposta nesta dissertação.

Analisando as respostas apresentadas pelos alunos nas aplicações das atividades vamos responder às questões de pesquisa. As questões centrais, apresentadas na Introdução, são:

- A escala proposta descreve níveis de acordo com modelo de van Hiele para o tópico específico de funções para esta amostra?
- De que modo esta escala pode ser útil para um professor de Ensino Médio ao ensinar funções para uma turma semelhante?

Para responder a essas perguntas, foi desenvolvido um estudo preliminar sobre as dificuldades dos alunos de Ensino Médio em relação ao conceito de função, por meio da análise de trabalhos de pesquisa desenvolvidos, descritos no capítulo 2. Além disso, nos apoiamos no referencial teórico de van Hiele sobre os níveis hierárquicos de conhecimento de geometria e de Isoda, Bergeron &Herscovics e Sant’Anna, para estabelecer níveis referentes à aprendizagem do conceito de função.

Para responder à primeira pergunta da pesquisa, foi proposta inicialmente uma escala de níveis para funções e foram desenvolvidas atividades para testar a hierarquia dos níveis propostos.

Em Junho de 2015, a primeira atividade foi aplicada com os alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma instituição particular, a fim de podermos verificar eventuais equívocos na escala de níveis proposta. Além disso, queríamos verificar em que aspectos do conceito de função os alunos possuíam maior facilidade ou dificuldade. De acordo com os resultados obtidos,foi necessário repensar a escala proposta, pois a hierarquia dos níveis não estava sendo obedecida.

Antes de reestruturar a formulação dos níveis, uma segunda atividade foi aplicada a estes mesmo alunos, em Julho de 2015, com o intuito de confirmar os resultados obtidos na primeira atividade. Enquanto a primeira aplicação continha questões sobre a definição de funções e seus elementos, o segundo teste tinha como objetivo verificar o desempenho dos alunos diante de um problema prático.

Os resultados do primeiro teste mostraram que os alunos apresentaram respostas com características abaixo do nível 1 descrito inicialmente, e ao mesmo tempo, todos acertaram o tópico referente a identificação da parte variável e invariável das funções, que havia sido caracterizado como de nível 2.Quando foi apresentada aos alunos uma situação real que envolve funções, estes tiveram um melhor desempenho.

De acordo com os resultados obtidos nos dois testes preliminares, concluímos que os alunos envolvidos nesta parte da pesquisa têm dificuldade em expressar conceitualmente as características de função, entretanto, quando apresentada uma situação prática conseguem desenvolver cálculos e identificar propriedades. Devido a essas dificuldades dos alunos e ao pequeno número de participantes, foi necessário aumentar a amostra para que pudéssemos ter conclusões mais precisassobre a hierarquia dos níveis, e descrever o desempenho de sujeitos em cada nível.

Durante os meses de Novembro e Dezembro de 2015 foram aplicadas as últimas atividades de validação da escala.Nestas últimas aplicações contamos com a participação dos alunos da instituição particular e alunos do 1º e 2º ano do CAp UERJ e do CEFET, totalizando 29 estudantes participantes. Com essa amostra foi possível mostrar que havia alunos raciocinando em todos níveis.

Para um aluno ser classificado em um determinado nível utilizamos a categorização sugerida nos trabalhos de Usiskin (1982) e Gutierrez e Jaime (1987), segundo a qual, para um aluno ser classificado em um nível, o mesmo deve ter acertado pelo menos 60% das questões referentes a este nível, e pelo menos 60% das questões de níveis anteriores ao seu. Seguindo esse critério classificatório e com os resultados obtidos classificamos os 29 alunos participantes nos quatro níveis sugeridos, sendo 7 alunos no nível 1, 3 alunos em nível 2, 9 alunos em nível 3 e 10 alunos em nível 4. Apesar de conseguirmos alunos nos quatro níveis, apenas a amostra referente a turma 3AELT do CEFET apresentou alunos em todos os níveis, acreditamos que tal fato se deve por ser a turma com maior quantidade de participantes.

Na instituição particular, dos 6 alunos participantes observamos 5 alunos em nível 1 e 1 aluno em nível 4. Este dado é bem preocupante, por se tratar de alunos concluindo o Ensino Médio sem ter consolidado o conceito de funções. Buscando entender melhor a realidade dessesalunos, fizemos um questionário socioeconômico. A análise das respostas nos mostrou que os alunos desta parte da amostra são alunos que estudam nessa instituição desde o ensino fundamental, alguns vieram de instituições públicas, metade da amostra é órfão por parte de pai e há um dos alunos que trabalha para ajudar nas despesas da casa.

Os alunos turma 1B do CAp UERJ aceitaram participar da pesquisa caso o professor da turma os pontuasse no terceiro trimestre. Apesar deste incentivo com nota apenas seis alunos aceitaram participar. Obtivemos como resultado para essa amostra um aluno em nível 1, um aluno em nível 2 e quatro alunos em nível 4. Com relação a uma análise socioeconômica, a maioria dos alunos participantes entraram no CAp via exame de acesso para o 6º ano (antiga 5ª série), o que nos faz acreditar que sejam alunos habituados a uma rotina de estudos, nenhum destes respondeu que trabalhava para ajudar nas finanças de casa. Outro fator que certamente influenciou neste resultado é a forma diferenciada que o CAp tem de ensinar, levando os alunos a uma maior compreensão dos conceitos matemáticos.

Na turma 2B do CAp UERJ a atividade foi aplicada após a prova trimestral de matemática da turma e apenas seis alunos concordaram em participar. Acreditamos que apenas os alunos que gostam e têm facilidade com matemática aceitaram participar, e isso pode ser observado no resultado, uma vez que esta amostra apresentou apenas alunos nos últimos dois níveis, sendo quatro alunos em nível 3 e dois alunos em nível 2.

Os alunos da turma 3AELT do CEFET não responderam ao formulário socioeconômico, no entanto, por estarem cursando eletrônica subentende-se que sejam alunos com familiaridade à área de exatas, entre elas a matemática. Deve-se também levar em consideração que são alunos que ingressaram no curso através de um exame de acesso que exige sólidos conhecimentos matemáticos. Dos participantes dessa turma, dois alunos foram classificados no nível 2, seis alunos no nível 3 e três alunos no nível 4.

Estes resultados nos fazem refletir sobre o conhecimento que os alunos estão recebendo. Os participantesdo ensino público estão em escolas modelos, que adotam metodologias diferenciadas. Talvez por isso tenham apresentado desempenho superior ao dos alunos da rede privada. Acreditamos que o desempenho de alunos da rede pública estadual seja semelhante ao dos alunos da escola particular testados, no entanto tal afirmação precisa ser comprovada experimentalmente.

Visando responder à segunda pergunta de pesquisa, destacamos que nossa expectativa é que o modelo de níveis sugeridos por esta dissertação poderá facilitar o trabalho do professor do Ensino Médio na tarefa de ajudar os alunos a construir o conceito de função, com todas as suas particularidades e variedade de representações. Acreditamos que nossa proposta de níveis atende a estas necessidades e poderá contribuir efetivamente para a apropriação do saber matemático no tópico de funções por parte dos alunos. Acrescentamos também que esta estrutura pode auxiliar o professor na hora de desenvolver a sequência didática para ensinar o conceito de funções, no sentido de que haja uma melhor compreensão por parte dos estudantes e que estes saibam aplicá-los quando necessário.

Essa proposta para o ensino de funções tem características diferentes do que é usual. Acreditarmos que uma abordagem através de níveis hierárquicos de conhecimento possibilitará uma maior compreensão dos conceitos por parte dos alunos. A partir da identificação do nível dos seus alunos, o professor pode preparar materiais que propiciem o progresso de um nível para o seguinte. Vale ressaltar que esta proposta não pode ser considerada como uma solução universal para o problema de aprendizagem deste tópico.Esperamosque essa dissertaçãoauxilie professores com turmas de perfil similares às participantes desta pesquisa a identificar o nível de conhecimento em que o aluno se encontra e, a partir daí, elaborar atividades que promovam o alcance de um nível superior.

Podemos dizer que atingimos nosso objetivo, uma vez que, após analisar pesquisas sobre as principais dificuldades dos alunos brasileiros com o tópico de funções, planejamos, discutimos e testamos atividades.Estas possibilitaram a elaboração final de uma escala de níveisde pensamento de funções baseada em níveis de van Hiele que pode ser usada com estudantes brasileiros. Acreditamos que as atividades desenvolvidas podem ser usadas no futuro por professores, com turmas semelhantes, que desejem identificar o nível de seus alunos, para que com isso, possam realizar um trabalho de acordo com as limitações de cada estudante.

Consideramos que o trabalho tem potencial para produzir contribuições relevantes para a pesquisa na área, uma vez se propôs a identificar problemas inerentes a estudantes brasileiros.

A intenção deste trabalho de mestrado foi descrever uma escala de níveis para a aprendizagem de funções, verificando através dos resultados obtidos suas contribuições para o ensino. Entendemos que esta dissertação é apenas parte de uma pesquisa que poderá no futuro se aprofundar em questõesrelacionadas ao tema de ensino de funções, como o saber do professor que ensina função, técnicas pedagógicas para o ensino deste conceitoe elaboração de sequencias didáticas que promovam o progresso dos alunos na aquisição do conceito de função.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BERGERON, J. e HERCOVICS, N. *Levels in the understanding of functions concept. Proceedingsofthe Workshop ofFunctions*.Enschede, The Netherlands, 1982.

BRASIL. Secretaria de EducaçãoBásica.*Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: Ministério da Educação, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução*. 3a Ed. Brasília: MEC/SEF, volume 1, 1997.

BRASIL. Guia de livros didáticos: *PNLD 2015: matemática: ensino médio*. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014.

BURGER, W.F. And SHAUGHNESSY, J.M. : *Characterizingthe van HieleLevesofdevelopment in geometry*. JournalofResearch in MathematicsEducation, vol 17, No. 1, pp.31-48, 1986.

CROWLEY, Mary L. *O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.* Em: Mary M. Lindquist& Albert P. Shulte: Aprendendo e ensinando geometria. Atual, São Paulo: 1994.

DUBINSKY, E.*Reflective abstraction in advanced Mathematical Thinking*. Em: TALL, D. (Ed.): *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.1991

DUVAL, R. *Registros de RepresentaçõesSemióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática*. In: MACHADO, S. D. A. (Org). Aprendizagem em matemática: registros de representaçãosemiótica. 4a ed. Campinas, SP. Papirus, p.11-33, 2003.

DUVAL, R. *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. São Paulo: EditoraLivraria da Física, 2009.

ISODA, M., *The Development of Language about Function: An Application of Van Hiele's Levels*. PME 20, Valencia, Espanha, vol.3, p.105-112, 1996.

FUYS, D., Gedes, D. AndTischler, R (1988): *The van HielemodelofThinking in Geometryamongadolescents*. JRME Monograph no 3. Reston , VA: NCTM

GUTIERREZ, A, Jaime, A. *Estudio de lascaracteristicas de los niveles de van Hiele. Proceedingsofthe 11th PME conference* , vol 3, p. 131 – 7. Montreal, 1987.

GUTIERREZ, A, Jaime, A., FORTUNY, J. M,: *Analternativeparadigma to evaluatetheacquisitionofthe van Hiele levels.* The Journal for research in matemathicseducation,vol 22, No 3 p. 237 – 251. Montreal, 1991.

JAIME A, Gutierrez, A.: *Study of the degree of acquisition of the van Hiele level in secondary school students.* Proceedings of PME 14, vol. 2,p. 251 – 259, Oaxtepec, México, 1990.

MAYBERRY, J. (1983): *The van HieleLevelsofgeometricthought in the undergraduate &preserviceteachers* . The Journal for research in matemathicseducation. Vol 14, no 1, p. 58-69.

NASSER, L. *Usingthe van HieleTheoryto Improve SecondarySchoolGeometry in Brazil.*Tese de doutoradoapresentadanaUniversidade de Londres, 1992.

NASSER, L. *A Teoria de Van Hiele para o Ensino de Geometria – Pesquisa e Aplicação*. Rio de Janeiro: UFRJ, 1993.

OLIVEIRA, HeitorBarbosa Lima. *Introdução ao Conceito de Função para Deficientes Visuais com o Auxílio do Computador*/ Dissertação de mestrado Rio de Janeiro: UFRJ, 2010.

PINTO, Carolina Freire. *Dissertações brasileiras sobre o ensino de função afim, a partir da implementação de sequênciasdidáticas, produzidas no período de 2009 a 2012: questões para formação de professores e para pesquisa* / Dissertação de mestrado Rio de Janeiro: UFRJ, 2014.

REZENDE, W. M. *O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica*, Tese de Doutorado, São Paulo: FE-USP, 2003.

REZENDE, W. M. *Um Mapeamento do Ensino de Funções Reais no Ensino Básico*, Sbem, 2006.

SANT´ANNA, N. F. P, *Aplicação da teoria de Van Hiele no acompanhamento da mudança curricular no ensino médio no colégio Pedro II*, dissertação de mestrado, PUC-Rio, 2001.

SHAUGHNESSY, J. M. & BURGER, W. F. *Spadework Prior to Deduction in Geometry.* Mathematics Teach, 78, 1985, p.411-418.

SIERPINSKA, A. *On understanding the notion of function.* In: DUBINSKY, E;

HAREL, G (Ed.) The Concept of Function: aspects of epistemology and Pedagogy. MAA Notes, 1992, p.25-58.

TALL, D. (Ed.): *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.1991

TINOCO, L. A. *Construindo o Conceito de Função no 1° Grau.* Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2002.

TRINDADE, José Análio de Oliveira. *Os obstáculos epistelmológicos e a educação matemática*. Dissertação de mestrado. Florianópolis: CED/UFSC, 1996.

USISKIN, Z.V*an HieleLevesandachievement in secondaryschoolgeometry*. Columbus , OH: ERIC, 1982.

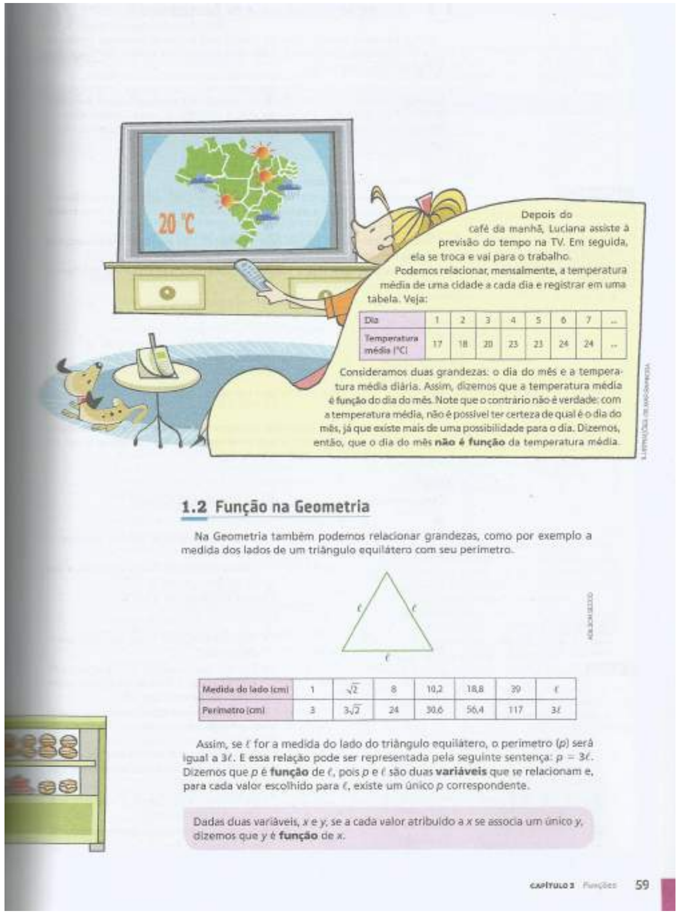
VAN DE WALLE, John A. et al., *Elementary and Middle School Matematics: Teaching Developmentally.* - 7th ed., Boston: Pearson, 2010.

VINNER, S. *The hole of definitions in the teaching and learning of Mathematics*. Em: Tall, D. (Ed.): *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.1991

Anexos

Anexo 1

Conceito de Função encontrado na obra: Conexões com a Matemática, Autor: Obra Coletiva



Depois do café da manhã, Luciana assiste à previsão do tempo na TV. Em seguida, ela se troca e vai para o trabalho.

Podemos relacionar, mensalmente, a temperatura média de uma cidade a cada dia e registrar em uma tabela. Veja:

Dia	1	2	3	4	5	6	7	...
Temperatura média (°C)	17	18	20	23	23	24	24	...

Consideramos duas grandezas: o dia do mês e a temperatura média diária. Assim, dizemos que a temperatura média é função do dia do mês. Note que o contrário não é verdade: com a temperatura média, não é possível ter certeza de qual é o dia do mês, já que existe mais de uma possibilidade para o dia. Dizemos, então, que o dia do mês **não é função** da temperatura média.

1.2 Função na Geometria

Na Geometria também podemos relacionar grandezas, como por exemplo a medida dos lados de um triângulo equilátero com seu perímetro.

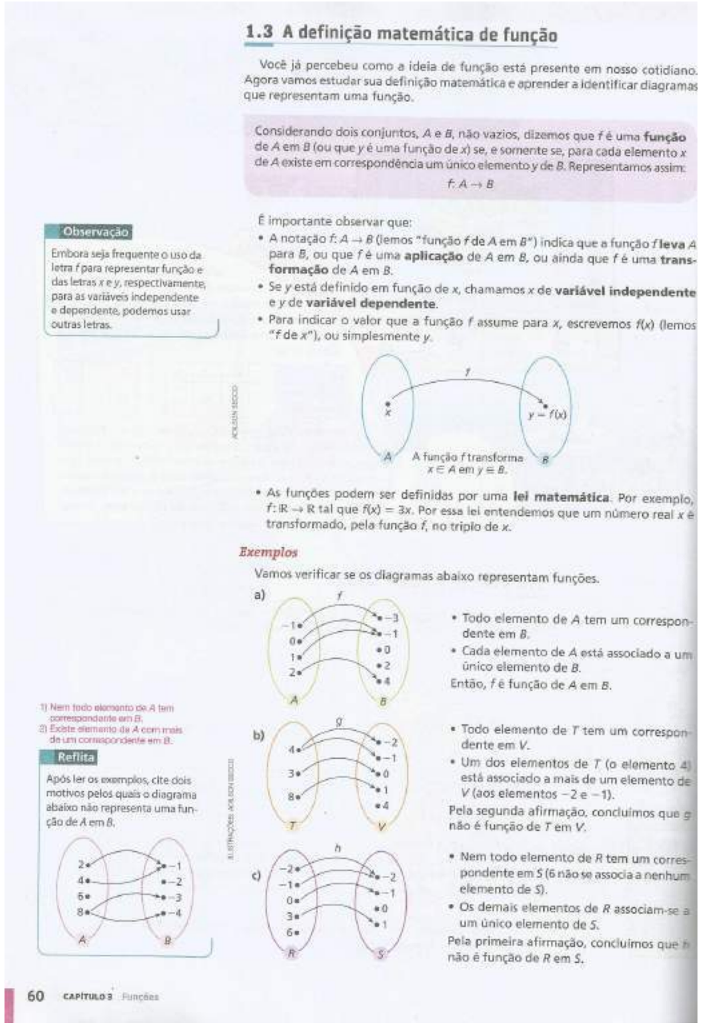
Medida do lado (cm)	1	$\sqrt{2}$	8	10,2	18,8	39	ℓ
Perímetro (cm)	3	$3\sqrt{2}$	24	30,6	56,4	117	3ℓ

Assim, se ℓ for a medida do lado do triângulo equilátero, o perímetro (p) será igual a 3ℓ. E essa relação pode ser representada pela seguinte sentença: $p = 3\ell$. Dizemos que p é **função** de ℓ, pois p e ℓ são duas **variáveis** que se relacionam e, para cada valor escolhido para ℓ, existe um único p correspondente.

Dadas duas variáveis, x e y, se a cada valor atribuído a x se associa um único y, dizemos que y é **função** de x.

CAPÍTULO 3 Funções 59

Conceito de Função encontrado na Obra: Conexões com a Matemática, Autor: Obra Coletiva



1.3 A definição matemática de função

Você já percebeu como a ideia de função está presente em nosso cotidiano. Agora vamos estudar sua definição matemática e aprender a identificar diagramas que representam uma função.

Considerando dois conjuntos, A e B, não vazios, dizemos que f é uma **função** de A em B (ou que y é uma função de x) se, e somente se, para cada elemento x de A existe em correspondência um único elemento y de B. Representamos assim:

$$f: A \to B$$

Observação

Embora seja frequente o uso da letra f para representar função e das letras x e y, respectivamente, para as variáveis independente e dependente, podemos usar outras letras.

É importante observar que:

- A notação $f: A \to B$ (lemos "função f de A em B") indica que a função f **leva** A para B, ou que f é uma **aplicação** de A em B, ou ainda que f é uma **transformação** de A em B.
- Se y está definido em função de x, chamamos x de **variável independente** e y de **variável dependente**.
- Para indicar o valor que a função f assume para x, escrevemos $f(x)$ (lemos "f de x"), ou simplesmente y.

A função f transforma $x \in A$ em $y \in B$.

- As funções podem ser definidas por uma **lei matemática**. Por exemplo, $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 3x$. Por essa lei entendemos que um número real x é transformado, pela função f, no triplo de x.

Exemplos

Vamos verificar se os diagramas abaixo representam funções.

a)
- Todo elemento de A tem um correspondente em B.
- Cada elemento de A está associado a um único elemento de B.

Então, f é função de A em B.

b)
- Todo elemento de T tem um correspondente em V.
- Um dos elementos de T (o elemento 4) está associado a mais de um elemento de V (aos elementos -2 e -1).

Pela segunda afirmação, concluímos que g não é função de T em V.

c)
- Nem todo elemento de R tem um correspondente em S (6 não se associa a nenhum elemento de S).
- Os demais elementos de R associam-se a um único elemento de S.

Pela primeira afirmação, concluímos que h não é função de R em S.

1) Nem todo elemento de A tem correspondente em B.
2) Existe elemento de A com mais de um correspondente em B.

Reflita

Após ler os exemplos, cite dois motivos pelos quais o diagrama abaixo não representa uma função de A em B.

60 CAPÍTULO 3 Funções

Conceito de Função encontrado na Obra: Matemática Paiva, Autor: Manoel Paiva

...trecho AB de uma estrada à velocidade constante de 80 km/h.

Considerando A como ponto de partida, vamos associar a ele a marca 0 km. A cada ponto P do trecho AB, vamos associar a marca d km, que indica a distância de A até P, medida ao longo da trajetória.

Que distância terá percorrido o automóvel após 2 horas da partida?

Como a velocidade do automóvel é constante, 80 km/h, a distância d percorrida por ele, em quilômetro, após 2 horas será:

$$d = 80 \cdot 2 \Rightarrow d = 160$$

Raciocinando de maneira análoga, podemos construir a tabela abaixo, que expressa a distância d percorrida pelo automóvel, após t horas de sua partida.

t (hora)	d (quilômetro)
1	80
2	160
3	240
4	320
⋮	⋮

Note que para cada valor de t se associa um **único** valor de d. Por isso dizemos que a distância d é dada em **função** do tempo t. Podemos expressar a distância em função do tempo pela equação: $d = 80t$. Essa equação substitui, com vantagens, a tabela anterior.

Se quisermos a distância d, em quilômetro, após 4 horas da partida, bastará fazermos $t = 4$ e teremos:

$$d = 80 \cdot 4 \Rightarrow d = 320$$

Logo, após 4 horas da partida, o automóvel terá percorrido 320 km.

Conhecendo a distância de B até A, que é 400 km, se quisermos determinar o tempo necessário para o automóvel percorrer o trecho AB deveremos fazer $d = 400$, de modo que teremos:

$$400 = 80t \Rightarrow t = 5$$

Então, o automóvel terá percorrido o trecho AB em 5 horas.

Do mesmo modo como relacionamos as grandezas d e t, podemos relacionar muitas outras grandezas.

Procure outros exemplos em que duas grandezas estejam relacionadas de modo que a **cada valor** de uma se associa **um único valor** da outra. Relações como essas são chamadas de funções.

Exemplos

a) Em um termômetro, a temperatura é dada em função do comprimento da coluna (de mercúrio ou de álcool), ou seja, para cada comprimento l da coluna está associada uma única medida T da temperatura.

b) O preço de uma peça de tecido é dado em função da metragem desse tecido, isto é, para cada metragem de pano associa-se um único preço.

Dizemos que uma variável y é dada em **função** de uma variável x se, e somente se, a cada valor de x corresponde um único valor de y.

A condição que estabelece a correspondência entre os valores de x e y é chamada de **lei de associação**, ou simplesmente lei entre x e y. Quando possível, essa lei é expressa por uma equação.

Notas:

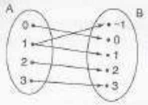
1. Podemos abreviar a expressão "y é dada em função de x" por "y é função de x".
2. No contexto das funções numéricas, define-se **variável** como um representante genérico dos elementos de um conjunto de números. Usualmente indicamos uma variável por uma letra. Por exemplo, ao dizer que x é uma variável real, estamos afirmando que x simboliza um número real qualquer.

A linguagem das funções • Capítulo 5 117

Conceito de Função encontrado na Obra: Matemática – Ciências e Aplicações, Autor: Gelson Iezzi

Capítulo 3

2º) Vamos associar a cada elemento $x \in A$ o elemento $y \in B$ tal que $y^2 = x^2$:



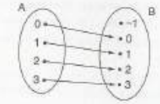
x	y
0	0
1	±1
2	2
3	3

O objetivo é lembrar que, se os quadrados de dois números reais coincidem, não obrigatoriamente os dois números são iguais. Por exemplo: $(-3)^2 = 3^2$ e $-3 \neq 3$.

Pense nisto: Se x e y são números reais e $y^2 = x^2$, então $y = x$ ou $y = -x$

Para cada elemento $x \in A$, com exceção de 1, existe um só elemento $y \in B$ tal que y é o correspondente de x.
Para o elemento $1 \in A$ existem dois elementos correspondentes em B: o 1 e o -1.

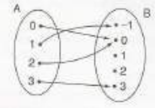
3º) Associemos a cada $x \in A$ o elemento $y \in B$ tal que $y = x$:



x	y
0	0
1	1
2	2
3	3

Para todo $x \in A$, sem exceção, existe um único $y \in B$ tal que y é o correspondente de x.

4º) Associemos a cada $x \in A$ o elemento $y \in B$ tal que $y = x^2 - 2x$:



x	y
0	0
1	−1
2	0
3	3

Para todo $x \in A$, sem exceção, existe um único $y \in B$ tal que y é o correspondente de x.

Nos dois últimos casos, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que y está associado a x. Por esse motivo, cada uma dessas relações recebe o nome de **função definida em A com valores em B.**

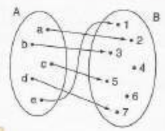
Definição

Dados dois conjuntos não vazios A e B, uma relação (ou correspondência) que associa a cada elemento $x \in A$ um único elemento $y \in B$ recebe o nome de **função de A em B.**

Exemplo 5

Observe a relação ao lado entre os elementos dos conjuntos $A = \{a, b, c, d, e\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

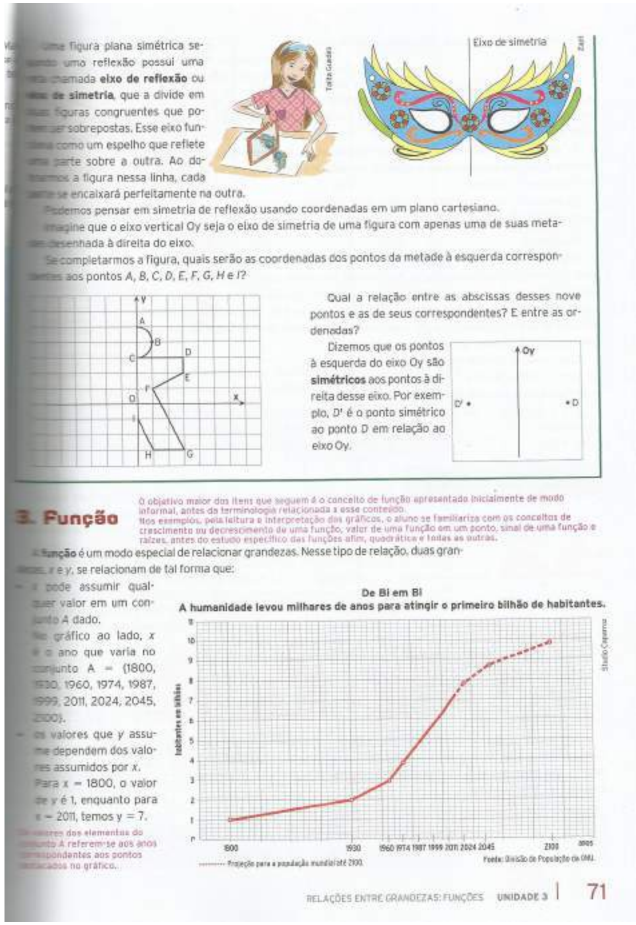
Essa relação é uma função porque a todo elemento de A corresponde um único elemento em B. Tal relação também poderia ser descrita por uma tabela em que cada $x \in A$ tem um único correspondente $y \in B$.



$x \in A$	$y \in B$
a	2
b	3
c	5
d	7
e	1

40

Conceito de Função encontrado na Obra: Matemática – Ensino Médio, Autor: Kátia Sticci e Maria Ignez Diniz



Uma figura plana simétrica segundo uma reflexão possui uma reta chamada **eixo de reflexão** ou **eixo de simetria**, que a divide em duas figuras congruentes que podem ser sobrepostas. Esse eixo funciona como um espelho que reflete uma parte sobre a outra. Ao dobrarmos a figura nessa linha, cada parte se encaixará perfeitamente na outra.

Podemos pensar em simetria de reflexão usando coordenadas em um plano cartesiano.

Imagine que o eixo vertical Oy seja o eixo de simetria de uma figura com apenas uma de suas metades desenhada à direita do eixo.

Se completarmos a figura, quais serão as coordenadas dos pontos da metade à esquerda correspondentes aos pontos *A, B, C, D, E, F, G, H* e *I*?

Qual a relação entre as abscissas desses nove pontos e as de seus correspondentes? E entre as ordenadas?

Dizemos que os pontos à esquerda do eixo Oy são **simétricos** aos pontos à direita desse eixo. Por exemplo, D' é o ponto simétrico ao ponto D em relação ao eixo Oy.

3. Função

O objetivo maior dos itens que seguem é o conceito de função apresentado inicialmente de modo informal, antes da terminologia relacionada a esse conteúdo.
Nos exemplos, pela leitura e interpretação dos gráficos, o aluno se familiariza com os conceitos de crescimento ou decrescimento de uma função, valor de uma função em um ponto, sinal de uma função e raízes, antes do estudo específico das funções afim, quadrática e todas as outras.

A **função** é um modo especial de relacionar grandezas. Nesse tipo de relação, duas grandezas, *x* e *y*, se relacionam de tal forma que:

- *x* pode assumir qualquer valor em um conjunto A dado.
  No gráfico ao lado, *x* é o ano que varia no conjunto A = {1800, 1930, 1960, 1974, 1987, 1999, 2011, 2024, 2045, 2100}.
- os valores que *y* assume dependem dos valores assumidos por *x*.
  Para x = 1800, o valor de y é 1, enquanto para x = 2011, temos y = 7.

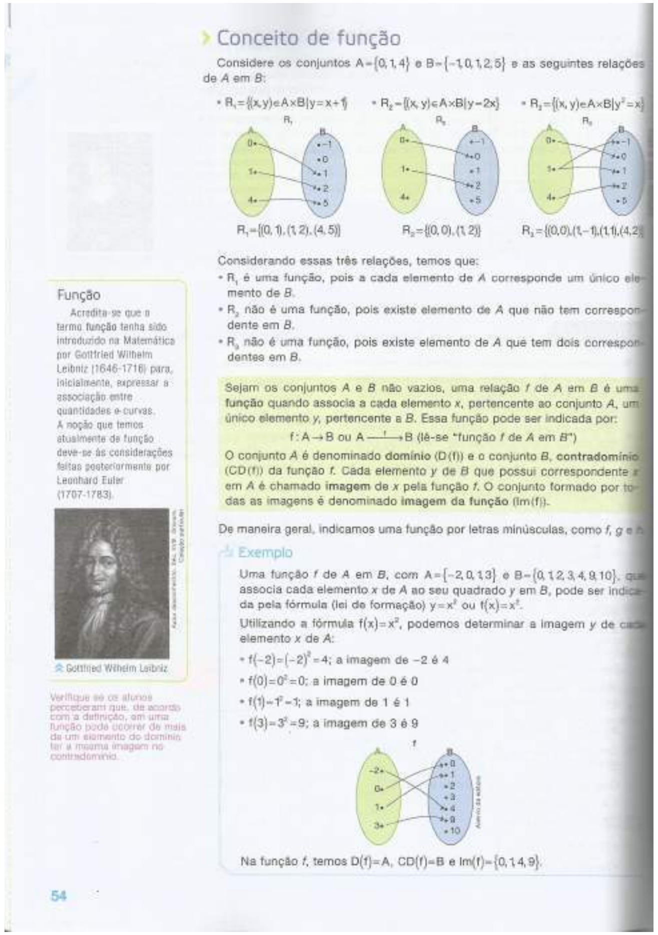
Os valores dos elementos do conjunto A referem-se aos anos correspondentes aos pontos destacados no gráfico.

De Bi em Bi
A humanidade levou milhares de anos para atingir o primeiro bilhão de habitantes.

Projeção para a população mundial até 2100.
Fonte: Divisão de População da ONU.

RELAÇÕES ENTRE GRANDEZAS: FUNÇÕES UNIDADE 3 | 71

Conceito de Função encontrado na Obra: Novo olhar: Matemática, Autor: Joamir Souza



Conceito de função

Considere os conjuntos $A=\{0,1,4\}$ e $B=\{-1,0,1,2,5\}$ e as seguintes relações de *A* em *B*:

- $R_1=\{(x,y)\in A\times B \mid y=x+1\}$
- $R_2=\{(x,y)\in A\times B \mid y=2x\}$
- $R_3=\{(x,y)\in A\times B \mid y^2=x\}$

$R_1=\{(0,1),(1,2),(4,5)\}$ $R_2=\{(0,0),(1,2)\}$ $R_3=\{(0,0),(1,-1),(1,1),(4,2)\}$

Considerando essas três relações, temos que:

- R_1 é uma função, pois a cada elemento de *A* corresponde um único elemento de *B*.
- R_2 não é uma função, pois existe elemento de *A* que não tem correspondente em *B*.
- R_3 não é uma função, pois existe elemento de *A* que tem dois correspondentes em *B*.

Sejam os conjuntos *A* e *B* não vazios, uma relação *f* de *A* em *B* é uma **função** quando associa a cada elemento *x*, pertencente ao conjunto *A*, um único elemento *y*, pertencente a *B*. Essa função pode ser indicada por:

$f: A \to B$ ou $A \xrightarrow{f} B$ (lê-se "função *f* de *A* em *B*")

O conjunto *A* é denominado **domínio** (D(f)) e o conjunto *B*, **contradomínio** (CD(f)) da função *f*. Cada elemento *y* de *B* que possui correspondente *x* em *A* é chamado **imagem** de *x* pela função *f*. O conjunto formado por todas as imagens é denominado **imagem da função** (Im(f)).

De maneira geral, indicamos uma função por letras minúsculas, como *f*, *g* e *h*.

Função

Acredita-se que o termo função tenha sido introduzido na Matemática por Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) para, inicialmente, expressar a associação entre quantidades e curvas. A noção que temos atualmente de função deve-se às considerações feitas posteriormente por Leonhard Euler (1707-1783).

Gottfried Wilhelm Leibniz

Verifique se os alunos perceberam que, de acordo com a definição, em uma função pode ocorrer de mais de um elemento do domínio ter a mesma imagem no contradomínio.

Exemplo

Uma função *f* de *A* em *B*, com $A=\{-2,0,1,3\}$ e $B=\{0,1,2,3,4,9,10\}$, que associa cada elemento *x* de *A* ao seu quadrado *y* em *B*, pode ser indicada pela fórmula (lei de formação) $y=x^2$ ou $f(x)=x^2$.

Utilizando a fórmula $f(x)=x^2$, podemos determinar a imagem *y* de cada elemento *x* de *A*:

- $f(-2)=(-2)^2=4$; a imagem de −2 é 4
- $f(0)=0^2=0$; a imagem de 0 é 0
- $f(1)=1^2=1$; a imagem de 1 é 1
- $f(3)=3^2=9$; a imagem de 3 é 9

Na função *f*, temos $D(f)=A$, $CD(f)=B$ e $Im(f)=\{0,1,4,9\}$.

54

ANEXO 2

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

Pesquisa: Teoria de Van Hiele aplicada ao ensino de funções

Prezado(a)____,

Este termo de assentimento livre e esclarecido tem o objetivo de apresentar todos os procedimentos que serão realizados durante a pesquisa Teoria de Van Hiele aplicada ao ensino de funções**.** A pesquisa foi proposta com os seguintes objetivos:

(1) Contribuir no aprimoramento da formação básica dos alunos em função, que por ser deficiente, acarreta em transtornos de aprendizagem, evasão e repetência;

(2) Descrever níveis do tipo dos criados por Van Hiele para aquisição do conceito de função;

(3) Validar a escala proposta sobre a aquisição do conceito de função;

(4) Desenvolver uma sequência didática que promova a elevação dos níveis de Van Hiele no tópico específico de funções.

Para a consolidação dos objetivos da pesquisa, será necessário visitar as instituições selecionadas, fazer observação participante e realizar uma entrevista com alunos e professores. É necessário esclarecer que:

1) Sua participação é voluntária. Seus pais permitiram que você participasse e você pode interromper sua participação em qualquer momento.

2) Este termo de assentimento livre e esclarecido não tem prazo de validade estabelecido. Ele pode ser revogado por ambas as partes a qualquer momento.

3) A pesquisa não prevê nenhuma compensação financeira para os voluntários.

4) As informações prestadas nunca serão divulgadas em associação ao seu nome ou de sua família. Todas as análises levarão em consideração os dados agregados.

5) Os alunos menores de idade serão entrevistados caso concordem e sejam autorizados por seus pais.

6) Os alunos maiores de idade só serão entrevistados caso concordem.

7) Seu nome ou o nome de sua instituição nunca será apresentado em nenhuma publicação realizada pela equipe de pesquisa.

8) Seu endereço ou o de sua família nunca será apresentado em nenhuma publicação realizada pela equipe de pesquisa.

9)) Seu telefone ou o de sua família nunca será apresentado em nenhuma publicação realizada pela equipe de pesquisa.

10) Você pode, a qualquer momento, solicitar aos coordenadores quaisquer informações sobre o andamento do projeto.

11) O sigilo com relação aos dados é garantido. Nenhum dado pessoal será divulgado.

12) Sua participação não envolve riscos significativos. O único risco seria de divulgação indevida de dados, mas nossa equipe está preparada para armazenar os dados mantendo total sigilo.

Procedimentos de pesquisa:

Caso concorde em participar, uma pesquisadora que realizará atividades com você. As atividades poderão ser gravadas em mídia digital, caso você concorde. A pesquisadora levará, no dia do encontro, todos os documentos que comprovem sua filiação ao projeto de pesquisa.

Formalização:

Eu, ______________________________________, responsável pelo aluno ______________________________________, declaro que fui devidamente informado de todos os procedimentos da pesquisa Teoria de Van Hiele aplicada ao ensino de funções e autorizo o menor ______________________________________ em participar. Também informo que

( ) permito ( ) não permito a utilização do gravador durante o encontro de pesquisa.

Rio de Janeiro_____/________________/_____

____
Assinatura do responsável

____
Assinatura do voluntário

Eu Eduarda de Jesus Cardoso, pesquisadora associada ao projeto Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática - PEMAT**,** declaro que obtive este Termo de Assentimento Livre e Esclarecido sem exercer qualquer forma de coerção sobre o voluntário.

Rio de Janeiro_____/________________/_____.

____
Assinatura do pesquisador

Comitê de Ética - CFCH
Lilian Nasser – Orientadora
liliannasser@uol.com.br
Eduarda de Jesus Cardoso – Aluna pesquisadora
eduardadjc@gmail.com

ANEXO 3

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Pesquisa: Teoria de Van Hiele aplicada ao ensino de funções

Prezado(a)____,

Este termo de consentimento livre e esclarecido tem o objetivo de apresentar todos os procedimentos que serão realizados durante a pesquisa Teoria de Van Hiele aplicada ao ensino de funções

(1) Contribuir no aprimoramento da formação básica dos alunos em função, que por ser deficiente, acarreta em transtornos de aprendizagem, evasão e repetência;

(2) Descrever níveis do tipo dos criados por Van Hiele para aquisição do conceito de função;

(3) Validar a escala proposta sobre a aquisição do conceito de função;

(4) Desenvolver uma sequência didática que promova a elevação dos níveis de Van Hiele no tópico específico de funções.

Para a consolidação dos objetivos da pesquisa, será necessário visitar as instituições selecionadas, fazer observação participante e realizar uma entrevista com alunos e professores. É necessário esclarecer que:

1) Sua participação é voluntária.

2) Este termo de consentimento livre e esclarecido não tem prazo de validade estabelecido. Ele pode ser revogado por ambas as partes a qualquer momento.

3) A pesquisa não prevê nenhuma compensação financeira para os voluntários.

4) As informações prestadas nunca serão divulgadas em associação ao seu nome ou de sua família. Todas as análises levarão em consideração os dados agregados.

5) Os alunos menores de idade serão entrevistados caso concordem e sejam autorizados por seus pais.

6) Os alunos maiores de idade só serão entrevistados caso concordem.

7) Seu nome ou o nome de sua instituição nunca será apresentado em nenhuma publicação realizada pela equipe de pesquisa.

8) Seu endereço ou o de sua família nunca será apresentado em nenhuma publicação realizada pela equipe de pesquisa.

9)) Seu telefone ou o de sua família nunca será apresentado em nenhuma publicação realizada pela equipe de pesquisa.

10) Você pode, a qualquer momento, solicitar aos coordenadores quaisquer informações sobre o andamento do projeto.

11) O sigilo com relação aos dados é garantido. Nenhum dado pessoal será divulgado.

12) Sua participação não envolve riscos significativos. O único risco seria de divulgação indevida de dados, mas nossa equipe está preparada para armazenar os dados mantendo total sigilo.

Procedimentos de pesquisa:

Caso concorde em participar, uma pesquisadora que realizará atividades com você. As atividades poderão ser gravadas em mídia digital, caso você concorde. A pesquisadora levará, no dia do encontro, todos os documentos que comprovem sua filiação ao projeto de pesquisa.

Formalização:

Eu, ______________________________________, declaro que fui devidamente informado de todos os procedimentos da pesquisa ...e concordo em participar. Também informo que

(   ) permito (   ) não permito a utilização do gravador durante o encontro de pesquisa.

Rio de Janeiro___/________________/_____

____
Assinatura do voluntário

Eu Eduarda de Jesus Cardoso, pesquisadora associada ao projetoPrograma de Pós-Graduação em Ensino de Matemática - PEMAT**,** declaro que obtive este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido sem exercer qualquer forma de coerção sobre o voluntário.

Rio de Janeiro_____/________________/_____.

____
Assinatura do pesquisador

Comitê de Ética - CFCH
Lilian Nasser – Orientadora
liliannasser@uol.com.br
Eduarda de Jesus Cardoso – Aluna pesquisadora
eduardadjc@gmail.com

ANEXO 4

Questionário Socioeconômico

Nome: Chris Idade: 17 Sexo: ( ) F (X) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (B) Três (C) Quatro (X) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(X) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função do seu pai? Falecido

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(X) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe? Dona de casa

Quantos carros existem em sua residência?
(X) Nenhum (B) Um (C) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(C) Possuo apenas um com acesso à internet
(D) Possuo mais de um sem acesso à internet
(X) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(B) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(X) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (X) Três(D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (C) Três (D) Quatro (X) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. Sim, dança.

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 11 anos

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior? Particular, 3 anos

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação Recuperação

Caso afirmativo em qual/quais séries? ~~Quatro série~~ 7º a 9º ano

Questionário Socioeconômico

Nome: Deusa Idade: 17 Sexo: (X) F ( ) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (B) Três (C) Quatro (D) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(X) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função do seu pai? Taxista

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe? Assistente de enfermagem

Quantos carros existem em sua residência?
(A) Nenhum (B) Um (C) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(C) Possuo apenas um com acesso à internet
(D) Possuo mais de um sem acesso à internet
(E) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(B) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(X) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(X) Uma (B) Duas (C) Três(D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (C) Três (D) Quatro (E) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. Curso de inglês, Jiu-Jitsu

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 8 anos

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior? Particular 4 anos

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação Não

Caso afirmativo em qual/quais séries? Não

Questionário Socioeconômico

Nome: Luciano Idade: 19 Sexo: ( ) F (X) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (B) Três (C) Quatro (D) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função do seu pai? trabalho

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe? dona de casa

Quantos carros existem em sua residência?
(A) Nenhum (B) Um (C) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(C) Possuo apenas um com acesso à internet
(D) Possuo mais de um sem acesso à internet
(E) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(B) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(C) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (C) Três(D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (C) Três (D) Quatro (E) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. [illegible]

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 12 anos

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior? [illegible] creche

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação não

Caso afirmativo em qual/quais séries? Nenhuma

Questionário Socioeconômico

Nome: Pingo Idade: 18 Sexo: ( ) F (X) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (B) Três (C) Quatro (D) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função do seu pai? Pedreiro

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe? Domestica

Quantos carros existem em sua residência?
(A) Nenhum (B) Um (C) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(C) Possuo apenas um com acesso à internet
(D) Possuo mais de um sem acesso à internet
(E) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(B) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(C) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (C) Três(D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (C) Três (D) Quatro (E) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. Não

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 6 anos

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior? publico estude cerca de um ano

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação Sim. No setimo ano pois tinha acabo de vim do escola publico

Caso afirmativo em qual/quais séries? recuperação

Questionário Socioeconômico

Nome: Ruso Idade: 14 Sexo: ( ) F (X) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (X) Três (C) Quatro (D) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(X) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função do seu pai? Analista de suporte pleno

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(X) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe? Professora

Quantos carros existem em sua residência?
(A) Nenhum (X) Um (C) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(X) Possuo apenas um com acesso à internet
(D) Possuo mais de um sem acesso à internet
(E) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(X) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(C) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(X) Uma (B) Duas (C) Três(D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (X) Três (D) Quatro (E) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. não

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 12 anos

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior? particular 3 anos

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação não

Caso afirmativo em qual/quais séries? ____

Questionário Socioeconômico

Nome: YAMISS22 Idade: 17 Sexo: ( ) F (X) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (X) Três (C) Quatro (D) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(X) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função do seu pai? N/A

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(X) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe? EMPEGADA DOMÉSTICA

Quantos carros existem em sua residência?
(X) Nenhum (B) Um (C) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(X) Possuo apenas um com acesso à internet
(D) Possuo mais de um sem acesso à internet
(E) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(X) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(C) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(X) Uma (B) Duas (C) Três(D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (X) Três (D) Quatro (E) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. SIM, CURSO DE INGLÊS

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 6 Anos

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior? PÚBLICA, 1 ANO

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação NÃO

Caso afirmativo em qual/quais séries? ____

Questionário Socioeconômico

Nome: Aluno 1 Idade: 16 anos Sexo: ( ) F (X) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (X) Três (C) Quatro (D) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(X) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função do seu pai? Assistente Administrativo

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(X) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe? Professora

Quantos carros existem em sua residência?
(A) Nenhum (X) Um (C) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(C) Possuo apenas um com acesso à internet
(D) Possuo mais de um sem acesso à internet
(X) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(B) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(X) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(A) Uma (X) Duas (C) Três(D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (X) Três (D) Quatro (E) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. Curso de idiomas

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 10 anos consecutivos

Você entrou nesta escola através do sorteio para o 1º ano (antiga CA) ou através da prova de ingresso para o 6º ano (antiga 5ª série)? Sorteio para o 1º ano

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior? Particular. 3 anos

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação Não

Caso afirmativo em qual/quais séries? Negativo

Questionário Socioeconômico

Nome: Aluno 2 Idade: 16 Sexo: ( ) F (X) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (B) Três (X) Quatro (D) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(X) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função do seu pai? analista de sistemas

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(X) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe? veterinária

Quantos carros existem em sua residência?
(A) Nenhum (B) Um (X) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(C) Possuo apenas um com acesso à internet
(D) Possuo mais de um sem acesso à internet
(X) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(B) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(X) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(A) Uma (X) Duas (C) Três(D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (C) Três (X) Quatro (E) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. Sim, Curso de Inglês e academia

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 5 anos consecutivos

Você entrou nesta escola através do sorteio para o 1º ano (antiga CA) ou através da prova de ingresso para o 6º ano (antiga 5ª série)? 6º ano por prova

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior? particular. 2anos

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação Não

Caso afirmativo em qual/quais séries? -

Questionário Socioeconômico

Nome: Aluno 3 Idade: ______ Sexo: ( ) F ( ) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (X) Três (C) Quatro (D) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(X) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função do seu pai? não sei

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(X) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe? não sei

Quantos carros existem em sua residência?
(A) Nenhum (B) Um (X) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(C) Possuo apenas um com acesso à internet
(D) Possuo mais de um sem acesso à internet
(X) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(B) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(C) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(A) Uma (X) Duas (C) Três(D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (X) Três (D) Quatro (E) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. curso de idioma

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 10 anos

Você entrou nesta escola através do sorteio para o 1º ano (antiga CA) ou através da prova de ingresso para o 6º ano (antiga 5ª série)? 1º ano

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior? particular, 4 anos

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação ______

Caso afirmativo em qual/quais séries? ______

Questionário Socioeconômico

Nome: Aluno 5 Idade: 17 Sexo: ( ) F (X) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (X) Três (C) Quatro (D) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(X) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função do seu pai? autônomo

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(X) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe? autônoma

Quantos carros existem em sua residência?
(X) Nenhum (B) Um (C) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(X) Possuo apenas um com acesso à internet
(D) Possuo mais de um sem acesso à internet
(E) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(X) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(C) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (X) Três(D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (X) Três (D) Quatro (E) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. Não.

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 5 anos

Você entrou nesta escola através do sorteio para o 1º ano (antiga CA) ou através da prova de ingresso para o 6º ano (antiga 5ª série)? prova.

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior? particular 4 anos

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação já fiquei em recuperação e prova final passando de 3,5.

Caso afirmativo em qual/quais séries? 9º ano

Questionário Socioeconômico

Nome: Aluno 6 Idade: 15 Sexo: (X) F ( ) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (X) Três (C) Quatro (D) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(X) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função do seu pai? Comerciante

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(X) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe? Administradora

Quantos carros existem em sua residência?
(A) Nenhum (X) Um (C) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(C) Possuo apenas um com acesso à internet
(D) Possuo mais de um sem acesso à internet
(X) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(B) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(X) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(A) Uma (X) Duas (C) Três(D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(X) Uma (B) Duas (X) Três (D) Quatro (E) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. Curso de Inglês

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 5anos

Você entrou nesta escola através do sorteio para o 1º ano (antiga CA) ou através da prova de ingresso para o 6º ano (antiga 5ª série)? Prova p/ 6º ano

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior? Particular. 6anos

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação Não

Caso afirmativo em qual/quais séries? -

Questionário Socioeconômico

Nome: BEETHOVEN Idade: 17 Sexo: ( ) F (X) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (B) Três (X) Quatro (D) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(X) Não sei.

Qual a principal função do seu pai?

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(X) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe?

Quantos carros existem em sua residência?
(A) Nenhum (X) Um (C) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(C) Possuo apenas um com acesso à internet
(X) Possuo mais de um sem acesso à internet
(E) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(X) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(C) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(A) Uma (X) Duas (C) Três(D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (C) Três (X) Quatro (E) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. Não

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 7 anos

Você entrou nesta escola através do sorteio para o 1º ano (antiga CA) ou através da prova de ingresso para o 6º ano (antiga 5ª série)? Prova

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior? 4 anos particular

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação Sim, 1º ano

Caso afirmativo em qual/quais séries? 1º ano

Questionário Socioeconômico

Nome: FERRUGEM Idade: 17 Sexo: ( ) F (X) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (B) Três (C) Quatro (X) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(X) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função do seu pai? CONTADOR

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(X) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe? NUTRICIONISTA

Quantos carros existem em sua residência?
(A) Nenhum (X) Um (C) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(C) Possuo apenas um com acesso à internet
(D) Possuo mais de um sem acesso à internet
(X) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(B) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(X) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(A) Uma (X) Duas (C) Três(D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (C) Três (D) Quatro (X) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. INGLÊS

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 6 ANOS

Você entrou nesta escola através do sorteio para o 1º ano (antiga CA) ou através da prova de ingresso para o 6º ano (antiga 5ª série)? PROVA

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior? PARTICULAR 4ANOS

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação NÃO

Caso afirmativo em qual/quais séries?

125

Questionário Socioeconômico

Nome: Pooh Idade: 28 Sexo: ( ) F (X) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (B) Três (C) Quatro (X) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(X) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função do seu pai? Professor

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(X) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe? ficar em casa

Quantos carros existem em sua residência?
(A) Nenhum (B) Um (X) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(C) Possuo apenas um com acesso à internet
(D) Possuo mais de um sem acesso à internet
(X) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(B) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(X) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(X) Uma (B) Duas (C) Três(D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (C) Três (D) Quatro (X) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. Não

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 11anos

Você entrou nesta escola através do sorteio para o 1º ano (antiga CA) ou através da prova de ingresso para o 6º ano (antiga 5ª série)? sorteio (meu pai trabalha no Cap)

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior?

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação Em recuperação em matemática

Caso afirmativo em qual/quais séries? 7º ano, 9º ano

126

Questionário Socioeconômico

Nome: Smilo Idade: 17 Sexo: ( ) F (X) M

Quantas pessoas moram em sua casa? (Contando com seus pais, irmãos ou outras pessoas que moram em uma mesma casa).
(A) Duas (B) Três (X) Quatro (D) Cinco (E) Mais de seis (F) Moro sozinho

Até quando seu pai estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ªsérie do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ªà 8ªsérie do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(X) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(H) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função do seu pai? Funcionario publico

Até quando sua mãe estudou?
(A) Não estudou.
(B) Da 1ª à 4ª série do ensino fundamental (antigo primário).
(C) Da 5ª à 8ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
(D) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
(E) Ensino médio completo.
(F) Ensino superior incompleto.
(G) Ensino superior completo.
(X) Pós-graduação.
(I) Não sei.

Qual a principal função da sua mãe? Professora

Quantos carros existem em sua residência?
(A) Nenhum (B) Um (X) Dois ou mais

Possui computador em sua casa?
(A) Não possuo computador
(B) Possuo apenas um sem acesso à internet
(C) Possuo apenas um com acesso à internet
(D) Possuo mais de um sem acesso à internet
(X) Possuo mais de um com acesso à internet

Assinale a renda familiar mensal de sua casa:
(A) até R$ 780,00
(B) de R$ 781,00 a R$ 3.900,00
(X) mais de R$ 3.900,00

Quantas pessoas contribuem para a obtenção dessa renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (X) Três (D) Quatro (E) Quatro ou mais

Quantas pessoas são sustentadas com a renda familiar?
(A) Uma (B) Duas (C) Três (X) Quatro (E) Quatro ou mais

Você realiza alguma atividade extra classe, como curso de idiomas, informática, esporte? Em caso afirmativo especifique. Inglês

Você estuda há quanto tempo nessa escola? 6 anos

Você entrou nesta escola através do sorteio para o 1º ano (antiga CA) ou através da prova de ingresso para o 6º ano (antiga 5ª série)?

Sua escola anterior era pública ou particular? Quanto tempo você estudou na sua escola anterior? 2 anos

Já ficou reprovado, em recuperação ou em dependência em matemática? Explique sua situação Não

Caso afirmativo em qual/quais séries? ______

ANEXO 5

Pesquisa sobre a aprendizagem de Funções

Nome: (Chris) Turma: ______

Estamos fazendo um estudo sobre o a aprendizagem de funções. Por favor, colabore respondendo às questões a seguir. Obrigada.

1) O que você entende por função?

Lembro que usamos graficos em alguns momentos

2) Dê um exemplo de função.

$f(x) = ax + b$

3) Quais os elementos envolvidos numa função?

4) Ao observar um gráfico, como você decide se este representa ou não uma função?

Pelas informações que o grafico me passa.

5) Considere a função que define o custo de *n* cadernos, se cada caderno custa 3 reais.

a) Represente, de duas maneiras diferentes, essa função.

~~f(x)~~ $0x+3$

b) O que está variando nessa situação? O que é invariável?

O que pode variar é o número de cadernos e o que é invariável é o preço deles.

6) Em uma estante há duas prateleiras com livros, sendo que na segunda prateleira há sempre o dobro de livros da primeira, mais cinco livros. Sabe-se também que cada prateleira suporta no máximo vinte livros. Com base nessas informações, responda:

a) Essa situação representa uma função? Por que?

Sim, porque nós temos variáveis e invariáveis

b) Quais as variáveis envolvidas nessa situação?

O nº de livros das prateleiras

c) Que valores essas variáveis podem assumir?

1º prateleira 7 2º prateleira 19 / Porque a 8º suporta o dobro + 5 o dobro maximo é 7 porque 7x2=14+5=19

d) Represente essa situação por meio de uma expressão algébrica.

e) Esboce um gráfico que represente essa situação.

Pesquisa sobre a aprendizagem de Funções

Nome: (Claura) Turma: 3000

Estamos fazendo um estudo sobre o a aprendizagem de funções. Por favor, colabore respondendo às questões a seguir. Obrigada.

1) O que você entende por função?

gráficos, Bhaskar, zero da função, função afim, função Biquadrada

2) Dê um exemplo de função.

$f(x) = ax+b \quad A \neq 0$

3) Quais os elementos envolvidos numa função?

valores de X e Y

4) Ao observar um gráfico, como você decide se este representa ou não uma função?

5) Considere a função que define o custo de *n* cadernos, se cada caderno custa 3 reais.

a) Represente, de duas maneiras diferentes, essa função.

$f(n) = a \cdot 3 + b$

$f(3) = a \cdot n + b$

b) O que está variando nessa situação? O que é invariável?

O numero de cadernos / o valor de cada caderno

6) Em uma estante há duas prateleiras com livros, sendo que na segunda prateleira há sempre o dobro de livros da primeira, mais cinco livros. Sabe-se também que cada prateleira suporta no máximo vinte livros. Com base nessas informações, responda:

a) Essa situação representa uma função? Por que?

Sim,

A B

2xA+5

b) Quais as variáveis envolvidas nessa situação?

o numero de livros

c) Que valores essas variáveis podem assumir?

$A = x$ 5 livros na primeira e 15 na segunda.

$B = 2x+5$ $2 \cdot 5 = 10+5 = 15$ ← Prateleira 2 5 ← prateleira 1

15 + 5 = $\boxed{20}$

d) Represente essa situação por meio de uma expressão algébrica.

$f(x) = 2x+5 = 20 \quad x = 7,5$

e) Esboce um gráfico que represente essa situação. (2,0) (0,5)

3^2

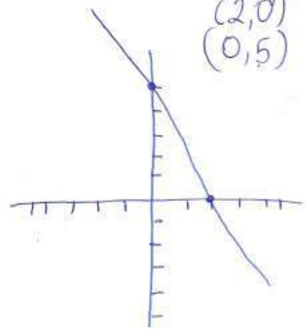
errado

$4 \cdot 4 = 16+5$

$3 = 9+5$

(2,0)

(0,5)



x +2x+5

2	=1
4	2
6	3
8	4
10	5
12	6
14	7
16	8
18	9
20	10

4 + 8+5 =

12+5 = 17

3 + 3.2+5

3+6 5

9+5 = 14

4 + 4.2+5

4+8+5

12+5=17

5+5.2+5

5+10+5=20

$2x+5 = 20$

$2x+5-20=0$

$2x-15=0$

$2x=15$

$x = \frac{15}{2} = 7,5$

Pesquisa sobre a aprendizagem de Funções

Nome: (LUISIM) Turma: ____

Estamos fazendo um estudo sobre o a aprendizagem de funções. Por favor, colabore respondendo às questões a seguir. Obrigada.

1) O que você entende por função?

É utilizado para resolver problemas ~~[illegible]~~ matemático específico.

2) Dê um exemplo de função.

$f(x) = ax + y$

3) Quais os elementos envolvidos numa função?

$-, +, x$ e y

4) Ao observar um gráfico, como você decide se este representa ou não uma função?

5) Considere a função que define o custo de *n* cadernos, se cada caderno custa 3 reais.

a) Represente, de duas maneiras diferentes, essa função.

$f(m) = x + 3$

b) O que está variando nessa situação? O que é invariável?

O numero de cadernos. O preço do caderno

6) Em uma estante há duas prateleiras com livros, sendo que na segunda prateleira há sempre o dobro de livros da primeira, mais cinco livros. Sabe-se também que cada prateleira suporta no máximo vinte livros. Com base nessas informações, responda:

a) Essa situação representa uma função? Por que?

b) Quais as variáveis envolvidas nessa situação?

O numero de livros na primeira e na segunda prateleira

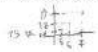
Primeira (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) Segunda (7, 9, 11, 13, 15, 17, 19)

c) Que valores essas variáveis podem assumir?

Na primeira prateleira pode-se obter no maximo 7 livros, porque se for mais de 7, a segunda prateleira que tem o dobro de livros mais 5, não suportaria pois o maximo é 20 livros

d) Represente essa situação por meio de uma expressão algébrica.

e) Esboce um gráfico que represente essa situação.



Pesquisa sobre a aprendizagem de Funções

Nome: Pingão Turma: ____

Estamos fazendo um estudo sobre o a aprendizagem de funções. Por favor, colabore respondendo às questões a seguir. Obrigada.

1) O que você entende por função?

É o que determina o valor de $F(x)$.

2) Dê um exemplo de função.

$F(x) = ax + b$

3) Quais os elementos envolvidos numa função?

Determinadas variantes

4) Ao observar um gráfico, como você decide se este representa ou não uma função?

Se estão dando determinado valor que vão variar de situação para situação.

5) Considere a função que define o custo de *n* cadernos, se cada caderno custa 3 reais.

a) Represente, de duas maneiras diferentes, essa função.

$F(n) = 3$

b) O que está variando nessa situação? O que é invariável?

R: O numero de cadernos pode variar já o preço de cada caderno não.

6) Em uma estante há duas prateleiras com livros, sendo que na segunda prateleira há sempre o dobro de livros da primeira, mais cinco livros. Sabe-se também que cada prateleira suporta no máximo vinte livros. Com base nessas informações, responda:

a) Essa situação representa uma função? Por que?

Sim. Porque elo varia de prateleira pra prateleira.

b) Quais as variáveis envolvidas nessa situação?

Livros da prat. de cima e da prat. de baixo

c) Que valores essas variáveis podem assumir?

Como a primeira prateleira tem 5 livros na segunda tem 10 já que sempre tem o dobro de livros da primeira.

d) Represente essa situação por meio de uma expressão algébrica.

e) Esboce um gráfico que represente essa situação.

Pesquisa sobre a aprendizagem de Funções

Nome: (russo) Turma: ________

Estamos fazendo um estudo sobre o a aprendizagem de funções. Por favor, colabore respondendo às questões a seguir. Obrigada.

1) O que você entende por função?

Função, pode se dizer que é algo que se pode usar em problemas com diversos elementos como por exemplo dado um $f(x) = x^2 + 8 \cdot x + x = 10$, você deverá achar o elemento que representa essa função.

2) Dê um exemplo de função.

$\frac{-\Delta}{4a}$, $f(x) = ax^2 + b + c$, $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta \cdot 4 \cdot a \cdot c}}{2a}$ / $f(x) = ax + b$

3) Quais os elementos envolvidos numa função?

São envolvidos elementos variáveis e elementos invariáveis

4) Ao observar um gráfico, como você decide se este representa ou não uma função?

Eu vou representar pontos ordenados, que deverão estar representados no plano cartesiano.

5) Considere a função que define o custo de *n* cadernos, se cada caderno custa 3 reais.

a) Represente, de duas maneiras diferentes, essa função.

$f(N) = 3$
$f(3) = N$

b) O que está variando nessa situação? O que é invariável?

R: O que está variando nessa situação é o número de cadernos, nesse caso representado por (n). O que é invariável nessa função é o custo de cada caderno que mesmo com 1, 2, 3 cadernos sempre custará 3 reais.

6) Em uma estante há duas prateleiras com livros, sendo que na segunda prateleira há sempre o dobro de livros da primeira, mais cinco livros. Sabe-se também que cada prateleira suporta no máximo vinte livros. Com base nessas informações, responda:

a) Essa situação representa uma função? Por que?

Sim, porque nesse problema há características de uma função, elementos ~~que~~ variáveis e elementos que não ~~variam~~ invariáveis.

b) Quais as variáveis envolvidas nessa situação?

R: O número de livros na estante

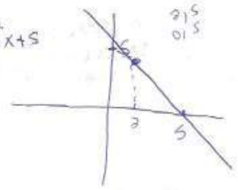
c) Que valores essas variáveis podem assumir?

R: 0 á 20

d) Represente essa situação por meio de uma expressão algébrica.

~~$f(x) = 2x + 5$~~ $f(x) = 2x + 5$

e) Esboce um gráfico que represente essa situação.



Pesquisa sobre a aprendizagem de Funções

Nome: YANI S522 Turma: ________

Estamos fazendo um estudo sobre o a aprendizagem de funções. Por favor, colabore respondendo às questões a seguir. Obrigada.

1) O que você entende por função?

função é dita por F(x) sendo igual a [illegible]

2) Dê um exemplo de função.

$F(x) = ax + b$ | $F(x) = ax^2 + bx + c$ | $\log_{10} 2 \cdot \log_{10} 3 = \log_{10} 2 \cdot 3$ / $3^1 + 9^x + 3^2 = 1$, $3^x + 3^{2x} + 3^2 = 3^0$

3) Quais os elementos envolvidos numa função?

coeficiente angular, coeficiente angular, x do vértice, y do vértice

4) Ao observar um gráfico, como você decide se este representa ou não uma função?

Se o gráfico for uma linha reta será uma função afim, se o gráfico for uma parábola será uma função do 2º grau e se for uma curva = [illegible] será uma função exponencial

5) Considere a função que define o custo de *n* cadernos, se cada caderno custa 3 reais.

a) Represente, de duas maneiras diferentes, essa função.

$f(n)\ 3n$ | $f(n) = (n+1)3 - 3$

b) O que está variando nessa situação? O que é invariável?

o que varia é o Número de cadernos. O invariável é o preço de cada caderno

6) Em uma estante há duas prateleiras com livros, sendo que na segunda prateleira há sempre o dobro de livros da primeira, mais cinco livros. Sabe-se também que cada prateleira suporta no máximo vinte livros. Com base nessas informações, responda:

a) Essa situação representa uma função? Por que?

Sim, pois há termos que estão variando e há termos que não variam

2 [illegible]

b) Quais as variáveis envolvidas nessa situação?

O número de livros da primeira prateleira e o número de livros da segunda

$g(x) = 2x + 5$

c) Que valores essas variáveis podem assumir?

Na primeira prateleira os valores de 7 a 0 e na segunda 19, 17, 15, 13, 11, 9, 7 e 0

$2x + 5 = 20$

d) Represente essa situação por meio de uma expressão algébrica.

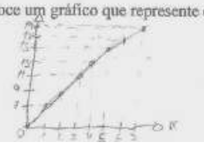
$f(x) = 2x + 5$

$x = \frac{20-5}{2}$

$x = \frac{15}{2}$

$x = 7,5$

e) Esboce um gráfico que represente essa situação.



ANEXO 6

Light, sempre com você, 24 horas!
Informações sobre condições gerais de fornecimento, tarifas, produtos, serviços e tributos?
Agência Virtual: www.light.com.br
Disque-Light Comercial: 0800 282 0120
Deficientes auditivos e de fala: 0800 285 3453
Agências Comerciais

Faltou luz? Envie SMS com o Código da Instalação para o nº 54448.
Disque-Light Emergência: 0800 021 0196
Emergência Grandes Clientes: 0800 282 1300

01 B05 539 11 0538
00001 Z002 000002

Se você ainda não possui sua conta da Light em Débito Automático, faça a adesão na sua agência bancária, na Agência Virtual (www.light.com.br), no Disque-Light (0800 282 0120) ou nas agências da Light e fique despreocupado!

Faltou luz? Light Já!

Envie SMS apenas com o Código da Instalação para o nº 54448.
Pronto. Agora, é só aguardar o retorno da sua luz.

Serviço de atendimento automático, limitado a 2 SMS por dia, por celular.
Disponível para as operadoras Claro, Oi, Vivo, Tim e Nextel.

Classe / Subclasse: RESIDENCIAL / RESIDENCIAL
Medidor: TRIFÁSICO | Nº:
Ref: Mês / Ano: **JUN/2015** | Referência Bancária | Número da Fatura

DATA PREVISTA DA PRÓXIMA LEITURA **08/07/2015**

Reservado ao Fisco
SEGUNDA VIA

0240.465C.E639.F0DF.D749.92E1.C2D9.9AF8
Nota Fiscal - Série 01 no.1012576
Conta de Energia Elétrica
RE PROC. E-04/053.359/09 - IFE 03
SEPD - Autorização n.08-2005/0006384-9

Light
LIGHT SERVIÇOS DE ELETRICIDADE S.A.

TENSÃO NOMINAL EM VOLTS
Disponível: 220/127
Limites mínimo: 202/117 Limites máximo: 231/133

ENERGIA ATIVA						
Medição Atual Data	Leitura	Medição Anterior Data	Leitura	Const. Medidor	Consumo kWh	Nº Dias
09/06/2015	7.060	08/05/2015	6.813	1	247	32

ENERGIA REATIVA EXCEDENTE			
Medição Acumulada Atual	Anterior	Const. Medidor	Consumo kWh

Data da Emissão	Data de Apresentação
09/06/2015	13/06/2015

CÓDIGO DO CLIENTE	CÓDIGO DA INSTALAÇÃO

INDICADORES DE QUALIDADE
Mês de referência: Abril/2015
Conjunto: PORTA DAGUA AEREO

Indicadores	Apurado Mensal	Meta Mensal	Meta Trimestral	Meta Anual
DIC	0,00			
FIC	0,00			
DMIC	0,00			

DIC - Duração de interrupção individual
FIC - Frequência de interrupção individual
DMIC - Duração máxima de interrupção contínua
DICRI - Duração da interrupção individual em dia crítico

VALOR DO ENCARGO DE USO DO SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO:
R$

DESCRIÇÃO	CFOP	UNIDADE	QUANT.	PREÇO UNIT R$	VALOR R$
CONSUMO	5.258	kWh	247	0,61405	
ADICIONAL BANDEIRA VERMELHA	5.258	kWh	247	0,07207	
CONTRIBUIÇÃO DE ILUMIN PÚBLICA	0000				
JUROS POR ATRASO DE PAGAMENTO	0000				
DÉBITO RES414 ART126-VAR IGP-M	0000				
MULTA POR ATRASO DE PAGAMENTO	0000				
Subtotal Faturamento (Veja abaixo)					
Subtotal Outros					

Após o vencimento haverá multa de 2%, juros e atualização de IGP-M, cobrados em conta posterior (Res. ANEEL nº 414 de 09/09/10 e Lei 10.762 de 11/11/2003)

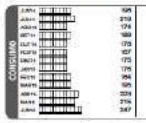
Valor da Energia	Valor da Transmissão	Valor da Distribuição
Encargos Setoriais	**Tributos**	**Total**

ICMS R$	18%	Total da Nota Fiscal R$
Base de Cálculo	169,44	
Alíquota	18%	
Valor (já incluído no preço)	30,51	

VENCIMENTO	TOTAL A PAGAR R$
22/06/2015	

PIS alíquota 1,010% R$
COFINS alíquota 4,880% R$

Tarifas em R$/kWh (sem impostos)	
TUSD + TE	
0,46858	Bandeira Verde
0,49858	Bandeira Amarela
0,52358	Bandeira Vermelha



TE: Tarifa de Energia e TUSD: Tarifa de Uso do Sistema de Distribuição

VENCIMENTO	TOTAL A PAGAR	CÓDIGO DO CLIENTE
22/06/2015		

Autenticação Mecânica

ANEXO 7

Nome: Chris turma: 3000

Parte dos domicílios do Estado do Rio de Janeiro recebe energia elétrica distribuída pela Light. Observe a conta de energia de uma residência, e use uma calculadora para responder:

a) Quantos kWh foram consumidos, nesse mês, por essa família?

R$ 151,67

b) Determine o adicional bandeira vermelha, cobrado nessa conta.

R$ 17,80

c) Escreva a expressão que determina quanto esta família pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh nesse mês, e encontre esse valor arredondando para duas casas decimais.

$f(x) =$ X - 151,70

d) Quanto pagará de energia uma família que consumiu 120 KWh?

R$ 73,68

e) O adicional bandeira vermelha pode ser expresso em forma de função. Determine a função que expressa quanto o consumidor pagará de adicional bandeira vermelha.

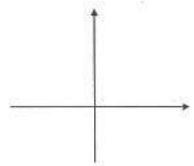
$X = 247 \cdot 0{,}07207$
$X = 17{,}80$

f) Escreva a função que determina quanto um consumidor pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh.

X = Valor final
Y = Kwh menor

$X = Y \cdot 0{,}61405$

g) Represente graficamente as funções que dão o custo da bandeira vermelha em relação ao consumo e o custo total do fornecimento de energia em relação ao consumo.



Nome: (Laura) turma: 3.000

Parte dos domicílios do Estado do Rio de Janeiro recebe energia elétrica distribuída pela Light. Observe a conta de energia de uma residência, e use uma calculadora para responder:

a) Quantos kWh foram consumidos, nesse mês, por essa família?

247

b) Determine o adicional bandeira vermelha, cobrado nessa conta.

$0{,}07 \cdot 247 = 17{,}29$

247
·0,61
150,67
+ 17,29

c) Escreva a expressão que determina quanto esta família pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh nesse mês, e encontre esse valor arredondando para duas casas decimais.

$0{,}07 \cdot 247 + 0{,}61 \cdot 247 = 167{,}96$

d) Quanto pagará de energia uma família que consumiu 120 KWh?

1 kWh — 0,61
120 kWh — x

$1x = 120 \cdot 0{,}61$

$x = 73{,}20$

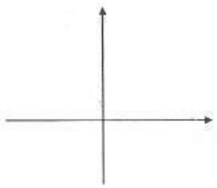
e) O adicional bandeira vermelha pode ser expresso em forma de função. Determine a função que expressa quanto o consumidor pagará de adicional bandeira vermelha.

$f(x) = 0{,}07 \cdot x$

f) Escreva a função que determina quanto um consumidor pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh.

$f(x) = 0{,}61 \cdot x$

g) Represente graficamente as funções que dão o custo da bandeira vermelha em relação ao consumo e o custo total do fornecimento de energia em relação ao consumo.



Nome: (Jackson) turma: 3000

Parte dos domicílios do Estado do Rio de Janeiro recebe energia elétrica distribuída pela Light. Observe a conta de energia de uma residência, e use uma calculadora para responder:

a) Quantos kWh foram consumidos, nesse mês, por essa família?

247 kWh

b) Determine o adicional bandeira vermelha, cobrado nessa conta.

$247 \cdot 0{,}07 = 17{,}29$

c) Escreva a expressão que determina quanto esta família pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh nesse mês, e encontre esse valor arredondando para duas casas decimais.

d) Quanto pagará de energia uma família que consumiu 120 KWh?

$120 \cdot 0{,}61 = 73{,}2$

e) O adicional bandeira vermelha pode ser expresso em forma de função. Determine a função que expressa quanto o consumidor pagará de adicional bandeira vermelha.

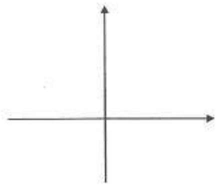
$f(x) = x \cdot 17{,}29$

f) Escreva a função que determina quanto um consumidor pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh.

$P \cdot kWh = V$

P → Preço
kWh → quantidade de kWh gasto
V → valor

g) Represente graficamente as funções que dão o custo da bandeira vermelha em relação ao consumo e o custo total do fornecimento de energia em relação ao consumo.



Nome: Pingo turma: 3000

Parte dos domicílios do Estado do Rio de Janeiro recebe energia elétrica distribuída pela Light. Observe a conta de energia de uma residência, e use uma calculadora para responder:

a) Quantos kWh foram consumidos, nesse mês, por essa família?

247

b) Determine o adicional bandeira vermelha, cobrado nessa conta.

0,07 • 247 = 17,29

c) Escreva a expressão que determina quanto esta família pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh nesse mês, e encontre esse valor arredondando para duas casas decimais.

247 • 0,07 + 247 • 0,61 = (104,91) + 17,29 = 122,20

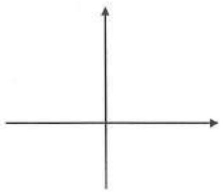
d) Quanto pagará de energia uma família que consumiu 120 KWh?

120 • 0,61 = 73,20

e) O adicional bandeira vermelha pode ser expresso em forma de função. Determine a função que expressa quanto o consumidor pagará de adicional bandeira vermelha.

f) Escreva a função que determina quanto um consumidor pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh.

g) Represente graficamente as funções que dão o custo da bandeira vermelha em relação ao consumo e o custo total do fornecimento de energia em relação ao consumo.



Nome: Russa turma: 3000

Parte dos domicílios do Estado do Rio de Janeiro recebe energia elétrica distribuída pela Light. Observe a conta de energia de uma residência, e use uma calculadora para responder:

a) Quantos kWh foram consumidos, nesse mês, por essa família?

R: 247KWh

b) Determine o adicional bandeira vermelha, cobrado nessa conta.

R$ 0,07207

c) Escreva a expressão que determina quanto esta família pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh nesse mês, e encontre esse valor arredondando para duas casas decimais.

x = KWh consumido no mês

$y = x \cdot y$ y = valor do KWh 247 x 0,61 R$ 150,67

d) Quanto pagará de energia uma família que consumiu 120 KWh?

120 x 0,61405 = R$ = 73,68

e) O adicional bandeira vermelha pode ser expresso em forma de função. Determine a função que expressa quanto o consumidor pagará de adicional bandeira vermelha.

$y = x \cdot y + c$

x = KWh consumido no mês

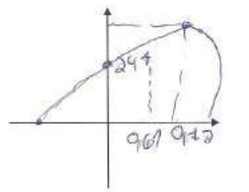
y = valor do KWh

c = adicional da bandeira vermelha

f) Escreva a função que determina quanto um consumidor pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh.

$y = x \cdot y$

g) Represente graficamente as funções que dão o custo da bandeira vermelha em relação ao consumo e o custo total do fornecimento de energia em relação ao consumo.



Nome: YAMIS522 turma:___________

Parte dos domicílios do Estado do Rio de Janeiro recebe energia elétrica distribuída pela Light. Observe a conta de energia de uma residência, e use uma calculadora para responder:

a) Quantos kWh foram consumidos, nesse mês, por essa família?

247 KWh

b) Determine o adicional bandeira vermelha, cobrado nessa conta.

247 · 0,07207 = 17,80 R$

c) Escreva a expressão que determina quanto esta família pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh nesse mês, e encontre esse valor arredondando para duas casas decimais.

f(x) = x · 0,61

onde x = consumo em KWh

d) Quanto pagará de energia uma família que consumiu 120 KWh?

120 · 0,61405 + 120 · 0,07207

73,686 + 8,6484 ≅ 82,33 R$

e) O adicional bandeira vermelha pode ser expresso em forma de função. Determine a função que expressa quanto o consumidor pagará de adicional bandeira vermelha.

g(x) = 0,07207 · y

onde y = consumo KWh

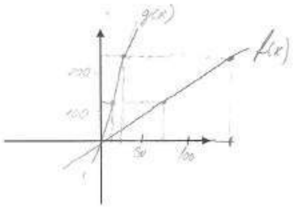
f) Escreva a função que determina quanto um consumidor pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh.

f(x) = (0,61405 + 0,07207) · z

f(x) = 0,68612 · x

onde z = consumo KWh

g) Represente graficamente as funções que dão o custo da bandeira vermelha em relação ao consumo e o custo total do fornecimento de energia em relação ao consumo.



Anexo 8

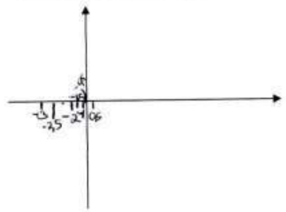
Aluno: Chris Turma: 3001

Parte 1

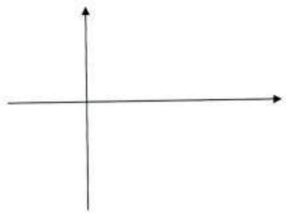
Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$. Esboce o gráfico dessa função, considerando:

a) como domínio o conjunto $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$



b) como domínio o conjunto dos números reais.



Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio.

Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.

Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

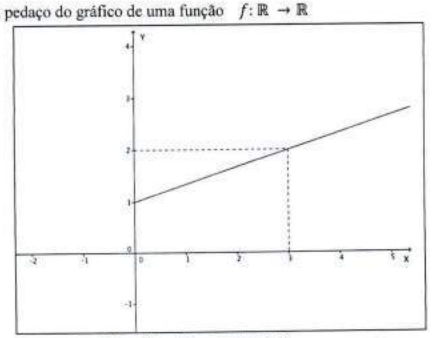


Figura 31: gráfico para questão 3

Para a função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(F) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva.

(F) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4.

(V) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$.

(V) f não pode ser uma função ímpar.

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

(V) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

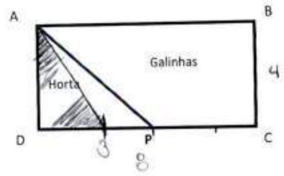
(F) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Aluno: Chain Turma: 3000

Parte 2

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.



O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.

Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, a posiçãodo ponto P varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: $A = \frac{b.h}{2}$, onde b é a base e h a altura.

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões?

6 m²

c) Represente a distância de **D** a**P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela: *Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.*

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$0,5 \cdot 4 \div 2$	1 m²
1,2 m	$1,2 \cdot 4 \div 2$	2,4 m²
5,5 m	$5,5 \cdot 4 \div 2$	11 m²

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo?

d=0,1m; Sim

d=0m; Não, pois não haveria área

d=8m; Sim

d=$\sqrt{2}$ **m** Sim

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

De 1 a 8, Valores a partir de 0,1 até 8

f) A área da horta depende do valor de **d?** Justifique

Sim, pois o d define basicamente a base da horta

g) Qual o valor de **d**correspondente à horta de maior área?

8

h) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?

2,5 e 3,7

$5 = \frac{b.\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}}$

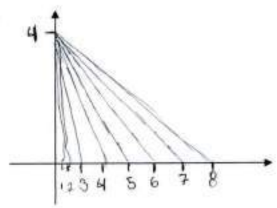
$2b = 5$

$b = \frac{5}{2} = 2,5$

i) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.

$3 = \frac{b.4}{2}$

j) Esboce o gráficoque representa a situação descrita pelo problema.



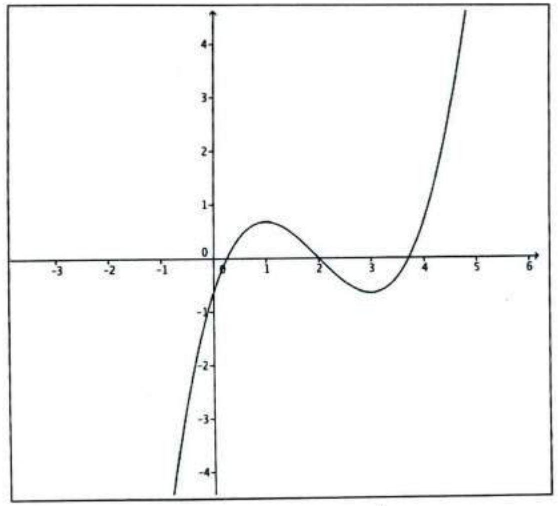
k) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?

O que isso implica no comportamento do gráfico?

Aumenta, implica no sentido que a área dos gráficos não diminuem

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



Crescente: -4 ao 1, 3 ao 4 (ou mais)

Decrescente: 1 ao 3

Aluno: Dleura Turma: ________

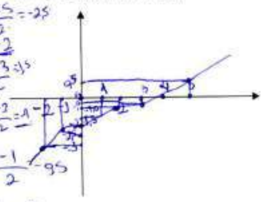
Parte 1

Questão 1

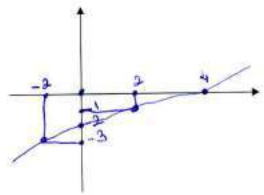
Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$. Esboce o gráfico dessa função, considerando:

x	y
-2	$\frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$
-1	$\frac{-1-4}{2} = \frac{-5}{2} = -2{,}5$
0	$\frac{0-4}{2} = -2$
1	$\frac{1-4}{2} = \frac{-3}{2} = -1{,}5$
2	$\frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$
3	$\frac{3-4}{2} = \frac{-1}{2} = -0{,}5$
4	$\frac{4-4}{2} = \frac{0}{2} = 0$
5	$\frac{5-4}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

a) como domínio o conjunto A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5}



b) como domínio o conjunto dos números reais.



Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$.

$2x - 5 \geq 0 \quad 2x \geq +5 \quad x \geq \frac{5}{2} \quad x \geq 2{,}5$

$D = x \in R / x \geq 2{,}5$

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

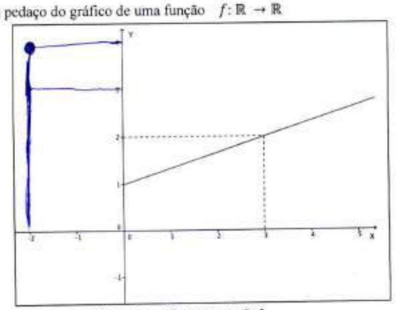


Figura 31: gráfico para questão 3

Para a função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva.

$f(0) = 0 = f(-0) = 0$

( ) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4.

(F) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$.

$f(2) = 2^2 = 4 \;/\; f(-3) = (-3)^2 = 9$

(F) f não pode ser uma função ímpar.

Dependendo do valor de x, f pode sim ser uma função ímpar

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

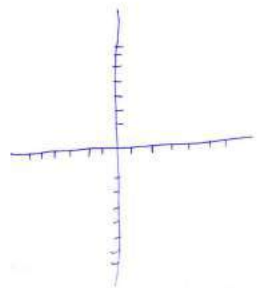
(F) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

$h(x) = f(2) + f(-2) = 0$

(F) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

$h(4) = f(8) + f(-x) \quad 4 = 8 + (-x) \quad 4 = 8 - x \quad \frac{4}{8} = -x \quad 0{,}5 = -x \quad x = -0{,}5$ ou $= -\frac{1}{2}$

( ) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.



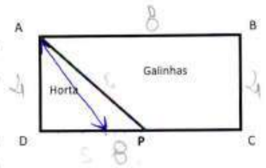
Aluno: Dleura Turma: ________

Parte 2

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, a posiçãodo ponto P varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: $A = \frac{b.h}{2}$, onde b é a base e h a altura.

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões?

$A = \frac{Cato \cdot Cato}{2} = \frac{4 \cdot 5}{2} = \frac{20}{2} = 10.$

c) Represente a distância de **D** a**P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela: *Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.*

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$\frac{4 \cdot 0,5x}{2}$	1 m
1,2 m	$\frac{4 \cdot 1,2x}{2}$	2,4 m
5,5 m	$\frac{4 \cdot 5,5x}{2}$	11 m

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo?

d=0,1m; um valor muito baixo para dividi-los

d=0m; se não houver valor de d, não haverá área

d=8m; se a distância de D é a B, podemos sim construir hortas.

d= $\sqrt{2}$ **m**

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

0

f) A área da horta depende do valor de **d?** Justifique

Sim, pois quando d aumenta, consequentemente a área também aumentará

g) Qual o valor de **d**correspondente à horta de maior área?

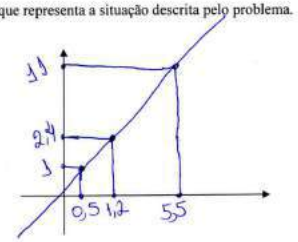
8

h) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?

i) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.

$f(d) = AD \times DP = AP$

j) Esboce o gráficoque representa a situação descrita pelo problema.

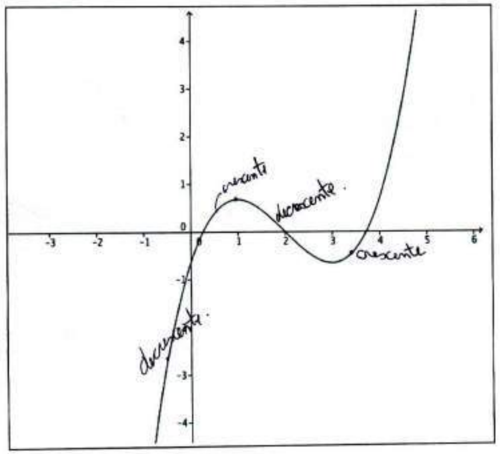


k) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**? O que isso implica no comportamento do gráfico?

aumenta, a mudança da ligação dos ponto.

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



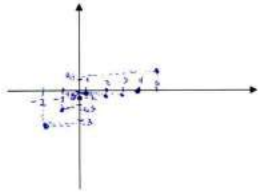
Aluno: Luisim Turma: 3000

Parte 1

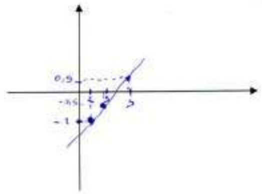
Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$. Esboce o gráfico dessa função, considerando:

a) como domínio o conjunto $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$



b) como domínio o conjunto dos números reais.



Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

$f(7) = \sqrt{2 \cdot 7 - 5}$ $f(7) = 3$

$f(7) = \sqrt{14-5}$

$f(7) = \sqrt{9}$

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio.

Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.

Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Figura 31: gráfico para questão 3

Para a função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(F) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva.
Porque não tem ponto de $x=0$

(F) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4.

(V) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$.

(V) f não pode ser uma função ímpar.

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.
Porque pode ser um número par ou ímpar

(F) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

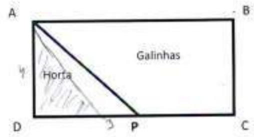
(F) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Aluno: Luisttm Turma: 3000

Parte 2

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.



O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.

Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, a posiçãodo ponto P varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: $A = \frac{b.h}{2}$, onde b é a base e h a altura.

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões?

$A = \frac{4\cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$

c) Represente a distância de **D** a**P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela: *Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.*

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$\frac{4\cdot 0,5}{2} = \frac{2}{2} = 1$	1
1,2 m	$\frac{4\cdot 1,2}{2} = \frac{4,8}{2} = 2,4$	2,4
5,5 m	$\frac{4\cdot 5,5}{2} = \frac{22}{2} = 11$	11

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo?

d=0,1m;

d=0m;

d=8m;

d=$\sqrt{2}$ m

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 0

f) A área da horta depende do valor de **d?** Justifique

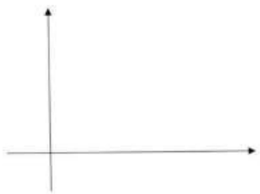
g) Qual o valor de **d**correspondente à horta de maior área?

h) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?

8 m

i) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.

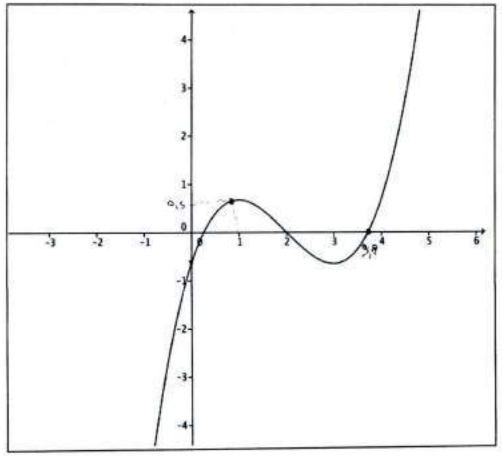
j) Esboce o gráficoque representa a situação descrita pelo problema.



k) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**? O que isso implica no comportamento do gráfico?

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



Aluno: Pingo Turma: 3000

Parte 1

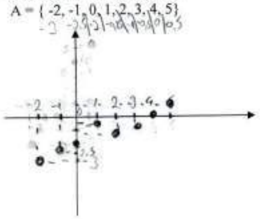
Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$. Esboce o gráfico dessa função, considerando:

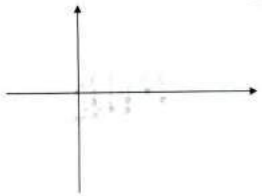
$f(-2) = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

$f(-1) =$

a) como domínio o conjunto
A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5}



b) como domínio o conjunto dos números reais.



Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

$2x - 5 \geq 0$

$2x \geq 5$

$x \geq \frac{5}{2} = 2,5$

$D: x \in D \mid x \geq 2,5$

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

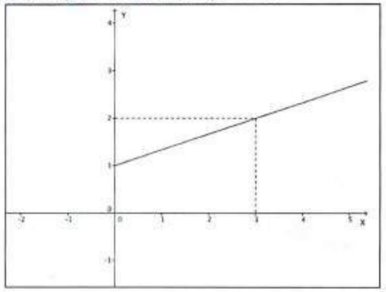


Figura 31: gráfico para questão 3

Para a função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva.

R: Sim pelo 0 Não é negativo

( ) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4.

( ) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$.

(V) f não pode ser uma função ímpar.

Pode ser $f(x) = -f(x)$

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

( ) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

( ) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

( ) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

$f(-1) = \frac{-1-4}{2} = \frac{-5}{2} = -2,5$

$f(3) = \frac{3-4}{2} = \frac{-1}{2} = -0,5$

$f(0) = \frac{0-4}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

$f(4) = \frac{4-4}{2} = \frac{0}{2} = 0$

$f(1) = \frac{1-4}{2} = \frac{-3}{2} = -1,5$

$f(5) = \frac{5-4}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$

$f(2) = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

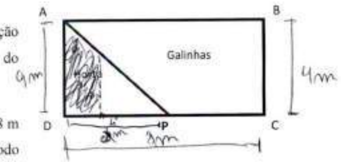
Aluno: Pimgo Turma: 3000

Parte 2

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, a posiçãodo ponto P varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: $A = \frac{b.h}{2}$, onde b é a base e h a altura.

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões?

$A = \frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{12}{2} = 6m^2$

c) Represente a distância de **D** a**P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela: *Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.*

4

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$A = \frac{0,5 \cdot 4}{2}$	$1m^2$
1,2 m	$A = \frac{1,2 \cdot 4}{2}$	$2,4m^2$
5,5 m	$A = \frac{5,5 \cdot 4}{2}$	$11m^2$

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo?

d=0,1m;

d=0m;

d=8m;

d= $\sqrt{2}$ **m**

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

f) A área da horta depende do valor de **d?** Justifique

Sim. Por é ele que determina o largura.

g) Qual o valor de **d**correspondente à horta de maior área?

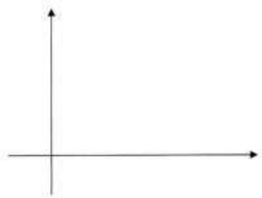
D: 5,5m

h) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?

$A = \frac{b \cdot h}{2}$ $5 = \frac{b \cdot 4}{2}$ $10 = 4b$ $b = \frac{10}{4} = 2,5$ $7,4 = \frac{b \cdot 4}{2} = 14,8 = 4b$ $b = \frac{14,8}{4} = 3,7$

i) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.

j) Esboce o gráficoque representa a situação descrita pelo problema.

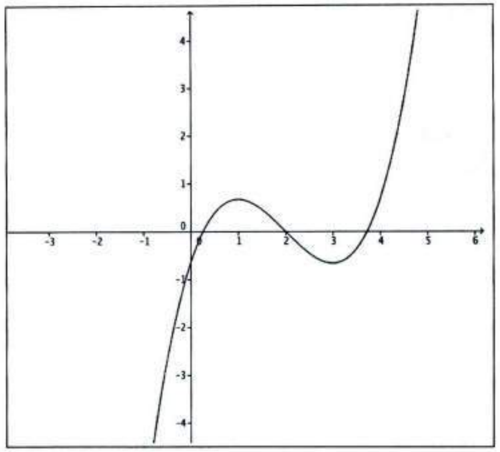


k) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?

O que isso implica no comportamento do gráfico?

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



y = -0,6 ao 0 → crescente

0 ao x = 2 → crescente

x = 2 ao x = 3,7 → decrescente.

Aluno: Rubens Turma: 3000

Parte 1

x	y
-2	-3
-1	-2,5
0	-2
1	-1,5
2	-1
3	-0,5
4	0,5

f(-2) = (-2-4)/2 = -6/2 = -3

f(-1) = (-1-4)/2 = -5/2 = -2,5

f(0) = (0-4)/2 = -4/2 = -2

f(1) = (1-4)/2 = -3/2 = -1,5

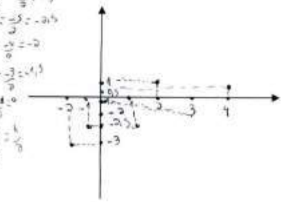
f(4) = (4-4)/2 = 0/2 = 0

f(5) = (5-4)/2 = 1/2

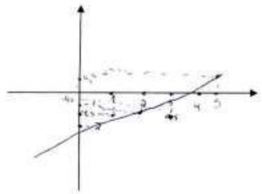
Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$. Esboce o gráfico dessa função, considerando:

a) como domínio o conjunto A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5}



b) como domínio o conjunto dos números reais.



Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$.

D = x ∈ ℝ / x ≥ 5

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio.

Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.

Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

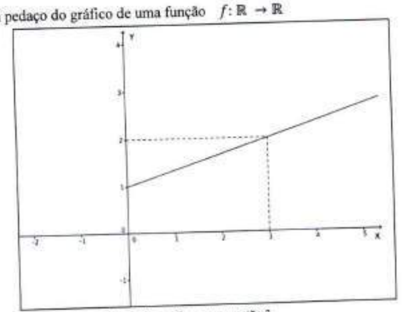


Figura 31: gráfico para questão 3

$f(1) = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

$f(3) = \frac{3-4}{2} = -\frac{1}{2} = -0{,}5$

$f(5) = \frac{5-4}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

B) $\frac{x-4}{2}$

0 $\frac{0-4}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

1 $\frac{1-4}{2} = \frac{-3}{2} = -1{,}5$

2 $\frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

$\frac{3-4}{2} = \frac{-1}{2} = -0{,}5$

$\frac{4-4}{2} = \frac{0}{2} = 0$

$\frac{5-4}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$\sqrt{2x-5}$

$\sqrt{2x-5}$

$\sqrt{2 \cdot 0-5}$

$\sqrt{0-5}$

$\sqrt{2 \cdot 1-5}$

$\sqrt{2-5}$

$\sqrt{\cancel{3}}$

$\sqrt{2 \cdot 2-5}$

$\sqrt{4-5}$

$\sqrt{\cancel{1}}$

$\sqrt{2 \cdot 5-5}$

$\sqrt{10-5}$

$\sqrt{5}$

$\sqrt{2 \cdot 6-5}$

$\sqrt{12-5}$

$\sqrt{7}$

$\sqrt{2 \cdot 8-5}$

$\sqrt{16-5}$

$\sqrt{11}$

Para a função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(√) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva.

(√) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4.

(F) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$. $f(x)^2$ $f(-3)^2 = 9$

(√) f não pode ser uma função ímpar.

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(√) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

(√) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

(F) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

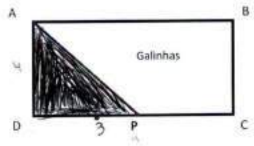
Aluno: Russo Turma: 3000

Parte 2

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, a posiçãodo ponto P varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: $A = \frac{b.h}{2}$, onde b é a base e h a altura.

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões?

$A = \frac{B.h}{2} = \frac{4.3}{2} = \frac{12}{2} = 6\ m^2$

c) Represente a distância de **D** a**P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela: *Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.*

	Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
$\frac{0,5 . 4}{2} = 2$	0,5 m	$\frac{0,5 . 4}{2} = 2$	2
$\frac{1,2 . 4}{2} = 2,4$	1,2 m	$\frac{1,2 . 4}{2} = 2,4$	2,4
$\frac{5,5 . 4}{2} = 11$	5,5 m	$\frac{5,5 . 4}{2} = 11$	11

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo?

d=0,1m; não

d=0m; não

d=8m; sim

d=$\sqrt{2}$ m sim

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

R: Qualquer valor de 1 a 8

f) A área da horta depende do valor de **d?** Justifique

R: sim, pois D é o valor da base

g) Qual o valor de **d**correspondente à horta de maior área?

R: 8m

h) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?

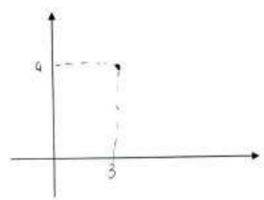
Para 5m², mais próximo do ponto

7,4 o ponto P tem que estar mais longe do ponto C

i) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.

$\frac{B \times h}{2}$

j) Esboce o gráficoque representa a situação descrita pelo problema.

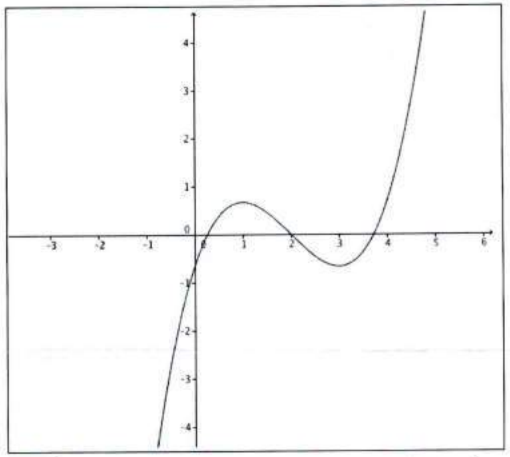


k) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**? O que isso implica no comportamento do gráfico?

R: Aumenta pois a base passa a ter um valor maior.

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



R: A função é crescente no intervalo (0, 2) e decrescente no (2, 3,5)

Aluno: YAMISS22 Turma: ________

Parte 1

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$. Esboce o gráfico dessa função, considerando:

$\frac{x-4}{2}$, $\frac{-2-4}{2} = -3$

$\frac{-1-4}{2} = \frac{-5}{2} = -2,5$

$\frac{0-4}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

$\frac{1-4}{2} = \frac{-3}{2} = -1,5$

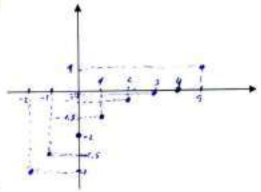
$\frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

$\frac{3-4}{2} = \frac{-1}{2} = -0,5$

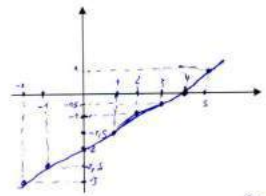
$\frac{4-4}{2} = \frac{0}{2} = 0$

$\frac{5-4}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$

a) como domínio o conjunto
A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5}



b) como domínio o conjunto dos números reais.



Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

Domínio → todos os números maiores ou iguais a $\frac{5}{2}$

Imagem → todos os números maiores ou iguais a 0

$2x - 5 \geq 0$

$2x \geq 5$

$x \geq \frac{5}{2}$

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

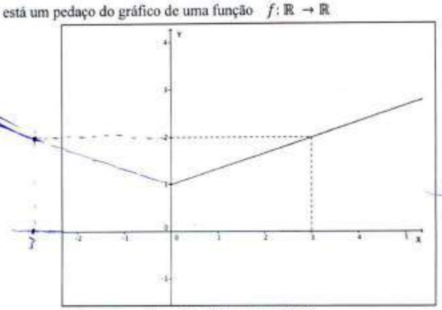
Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x) = \frac{6}{3} + 1$

$f(x) = 2 + 1 = 3$

$f(3) = \frac{3}{3} + 1 = 2$

$f(-3) = \frac{-3}{3} + 1 = 0$



$f(x) = ax + b \to 1$

$a \cdot 3 + 1 = 2$

$a = \frac{1}{3}$

$\boxed{f(x) = \frac{x}{3} + 1}$

Figura 31: gráfico para questão 3

Para a função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva.

Quando $X=0$, $Y=+1$

(V) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4.

Quando $x=6$, $Y=3$

(F) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$.

Pois quando $X=-3$, $Y=0$ — $\begin{cases} f(-3) = \frac{-3}{3} + 1 = -1+1 = 0 \\ f(3) = \frac{3}{3} + 1 = 1+1 = 2 \end{cases}$

(V) f não pode ser uma função impar.

$-f(-3) = -(\frac{-3}{3} + 1) = -(-1+1) = 0$, $f(3) = \frac{3}{3} + 1 = 1+1 = 2$

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

Pois somará números iguais resultando em um número par. Ex: $h(x) = 2+2 = 4$

(V) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

Pois a soma de dois números iguais é um número par.

(V) Se a função f é impar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Sim, pois somará números iguais de sinais opostos. Ex: $h(x) = 2 + (-2) = 0$

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo?

d=0,1m; Sim

d=0m; não, pois não teria uma área considerando $d=0$

d=8m; sim

d=$\sqrt{2}$ m sim

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** não pode assumir?

Pode → 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

não pode → 0

f) A área da horta depende do valor de **d?** Justifique

Sim, quanto maior o valor de "d" maior é a área e vice-versa

g) Qual o valor de **d**correspondente à horta de maior área?

R: 8 m

h) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?

$5 = \frac{b \cdot 4}{2} \to 10 = b \cdot 4 \to b = \frac{10}{4} = 2{,}5$ m

$7{,}4 = \frac{b \cdot 4}{2} \to 14{,}8 = b \cdot 4 \to b = \frac{14{,}8}{4} = 3{,}7$ m

$14{,}8 \div 4 = 3{,}7$; -12; 28; -28; 0

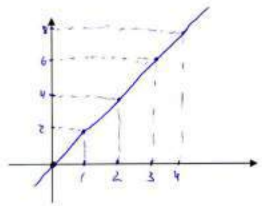
i) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.

$A = f(d)$

$f(d) = \frac{4 \cdot d}{2} = 2d$

$f(d) = 2d$, sendo $f(d)$ = área

j) Esboce o gráficoque representa a situação descrita pelo problema.



$d(x)$		$A(x)$
1	$f(d) = 2 \cdot 1 = 2$	2
2	$f(d) = 2 \cdot 2 = 4$	4
3	$f(d) = 2 \cdot 3 = 6$	6
4	$f(d) = 2 \cdot 4 = 8$	8
0	$f(d) = 2 \cdot 0 = 0$	0

k) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?

O que isso implica no comportamento do gráfico?

A área aumenta quando se aproxima do ponto "C", o gráfico tende a se afastar do eixo (0,0)

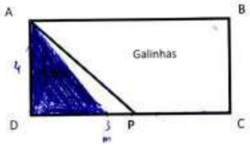
Aluno: YRH15522 Turma: ________

Parte 2

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, a posiçãodo ponto P varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: $A = \frac{b.h}{2}$, onde b é a base e h a altura.

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões?

$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6\ m^2$

c) Represente a distância de **D** a**P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela: *Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.*

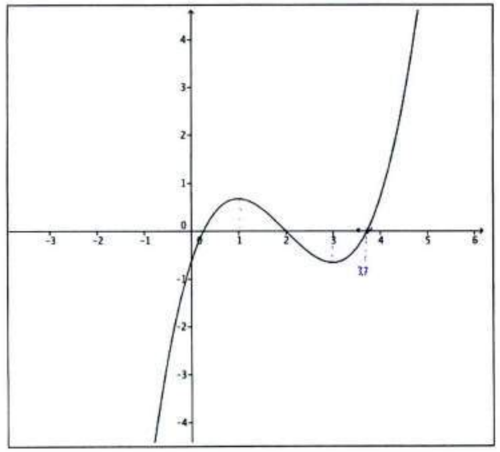
$1{,}2 \cdot 4 = 4{,}8$

$5{,}5 \cdot 4 = 22{,}0$

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m²)
0,5 m	$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 0{,}5}{2} = \frac{2}{2} = 1$	$1\ m^2$
1,2 m	$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 1{,}2}{2} = \frac{4{,}8}{2} = 2{,}4$	$2{,}4\ m^2$
5,5 m	$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 5{,}5}{2} = \frac{22{,}0}{2} = 11$	$11\ m^2$

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



Crescente → nos intervalos onde x vai , 3 em diante e dos números anteriores a 1 até 1.
Decrescente → nos intervalos onde x entre 1 e 3

①

Aluno: Aluno 1 ______ Turma 16 ______ Data 03 / 11 / 15

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto
A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

$2x - 5 > 0$ $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{5}{2}\}$

$2x > 5$

$x > \frac{5}{2}$ $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y = f(x)$ para algum $x \in \mathbb{R}\}$

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é impar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é impar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

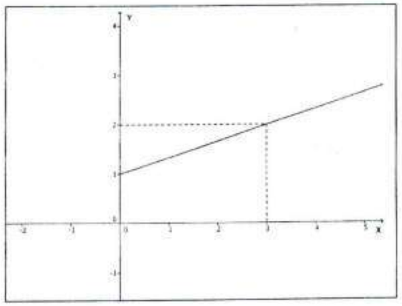


Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

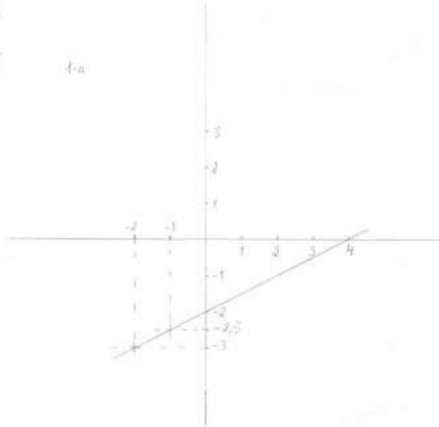
$f(-2) = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

$f(-1) = \frac{-1-4}{2} = \frac{-5}{2} = -2{,}5$

$f(4) = \frac{4-4}{2} = 0$

$f(3) = \frac{3-4}{2} = \frac{-1}{2}$

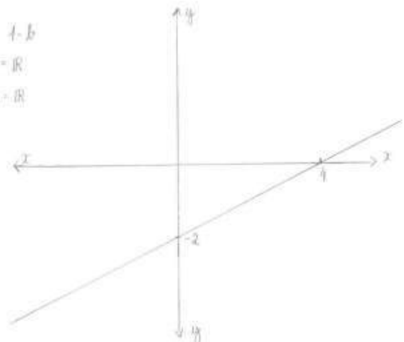
1-a



1-b

D = IR

Im = IR



(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva

(V) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

(F) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$ falsa, pois em uma função par $f(-3)=3$

(V) f não pode ser uma função impar

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par. - No verso.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

(V) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

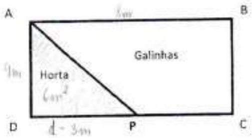
(V) Se a função f é impar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

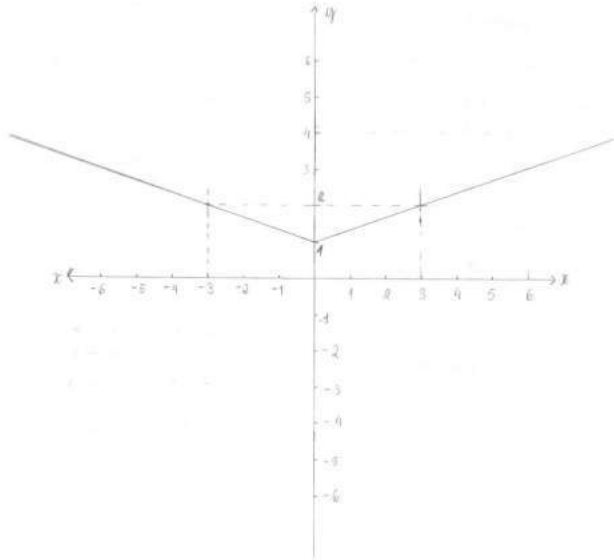
Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.



O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões? $A = \frac{3.4}{2} = \frac{12}{2} = 6\,m^2$

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$A = \frac{0,5.4}{2}$	$1\,m^2$
1,2 m	$A \ \frac{1,2.4}{2}$	$2,4\,m^2$
5,5 m	$A = \frac{5,5.4}{2}$	$11\,m^2$

$1,2 \times 4 = 4,8$

$5,5 \times 2 = 11,0$

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo Todos exceto quando d = 0m

0,2 m² ← **d = 0,1m**; (N) **d = 0m**; → 16 m² **d = 8m**; → $2\sqrt{2}\,m^2$ **d = $\sqrt{2}$ m**

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

f) A área da horta depende do valor de **d?** Justifique

Sim, pois d constitui a base do triângulo

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área? 8 m

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**. $A(d) = \frac{4d}{2}$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema. - No verso

Iguais – j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2? $5 = \frac{4d}{2} \Rightarrow 10 = 4d$, $d = 2,5\,m$

Para 5 m², P deve estar a 2,5 m de D.

– k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2? $7,4 = \frac{4d}{2} \rightarrow \frac{14,8 = 4d}{4}$ $d = 3,7\,m$

Para 7,4 m², P deve estar a 3,7 m de D.

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**? Aumenta.

m) Que função o gráfico representa? - A função da área da horta ou a da questão 5?

Horta - Uma função afim crescente que trabalha a área da horta de acordo com a distância de $\overline{PD}$, base do triângulo, forma desejada para a horta.

Questão 5 - O período de uma função tangente.

5 - i) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 8\}$

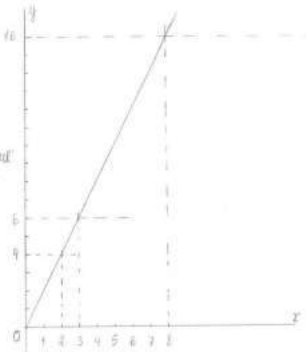
$Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y = f(x) \text{ para } 0 < y \leq 16\}$

x = d

y = A

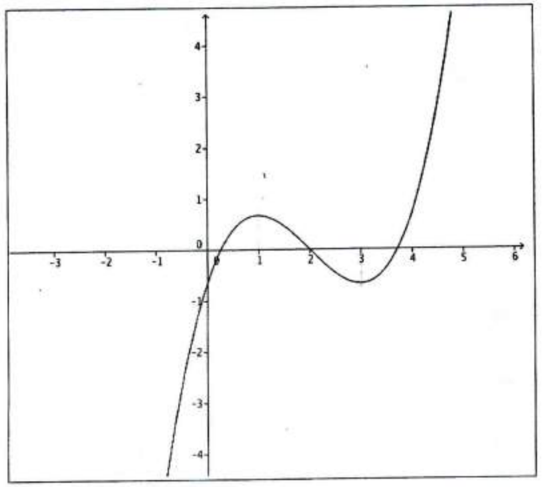
$A(d) = \frac{4d}{2} \rightarrow f(x) = \frac{4x}{2} = y$

→ Como queremos que a horta exista, x (que representa d) não pode ser 0.



Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



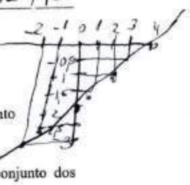
Em $]-\infty, 1]$ a função é crescente

Em $[1, 3]$ a função é decrescente

Em $[3, +\infty[$ a função é crescente

2

Aluno: Aluno 2 Turma 06 Data 3 / 12 / 15



Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}

-3, -2,5, -2, -1,5, -1, -0,5, 1

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x - 5}$.

~~D = R~~ Im = R D ≥ 2,5

$2x = 5$

$x = 2,5$

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \rightarrow R$.

f(-1) =

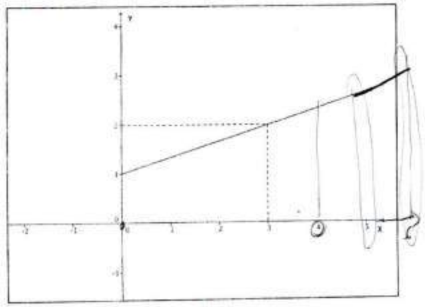


Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva

(V) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

(F) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$

(F) f não pode ser uma função impar

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

( ) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

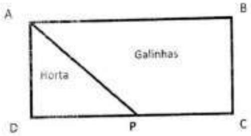
(F) Se a função f é impar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões?

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m		
1,2 m		
5,5 m		

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ **m**

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

f) A área da horta depende do valor de **d?** Justifique

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.

j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?

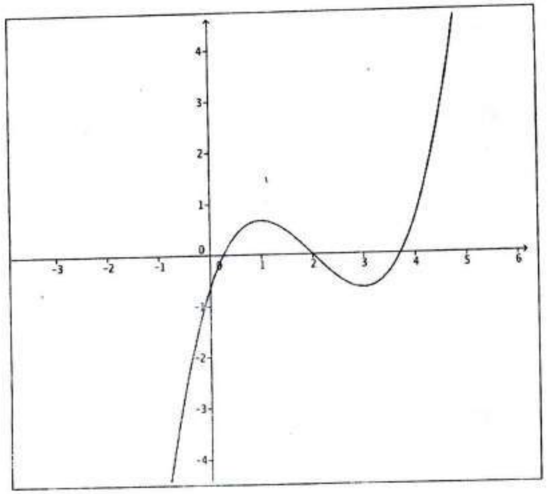
k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2?

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?

m) Que função o gráfico representa?

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



3

Aluno: Aluno 3 ______ Turma 1B Data 05/12/15

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$. $f(x) = \frac{x-4}{2}$

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

$2x-5 \geq 0$ $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \frac{5}{2}\}$

$2x \geq 5$ $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y = f(x)$ para algum $x \in \mathbb{R}\}$

$x \geq \frac{5}{2}$

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.

Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

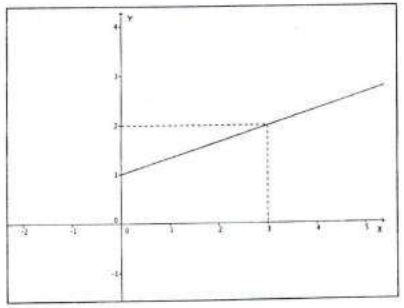


Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

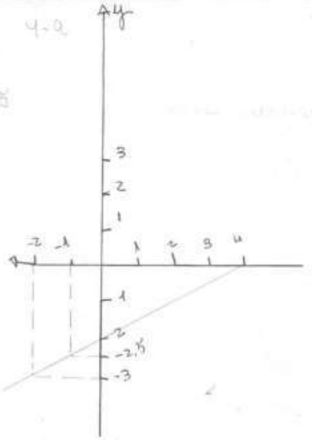
$f(-2) = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

$f(-1) = \frac{-1-4}{2} = \frac{-5}{2} = -2,5$

$f(4) = \frac{4-4}{2} = 0$

$f(3) = \frac{3-4}{2} = \frac{-1}{2}$

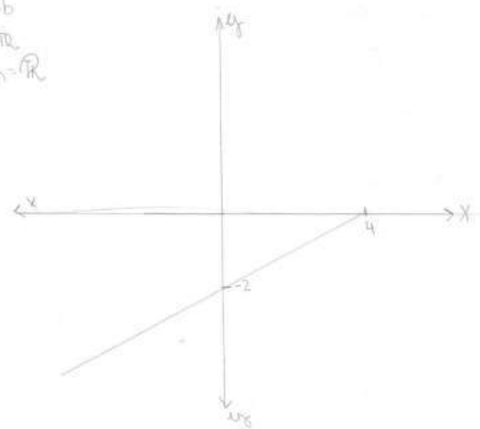
4-a



4-b

D = ℝ

Im = ℝ



(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva

(V) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

(F) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$ Falso porque em uma função par $f(-3)=3$

(V) f não pode ser uma função impar

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

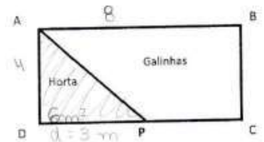
(V) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

(V) Se a função f é impar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

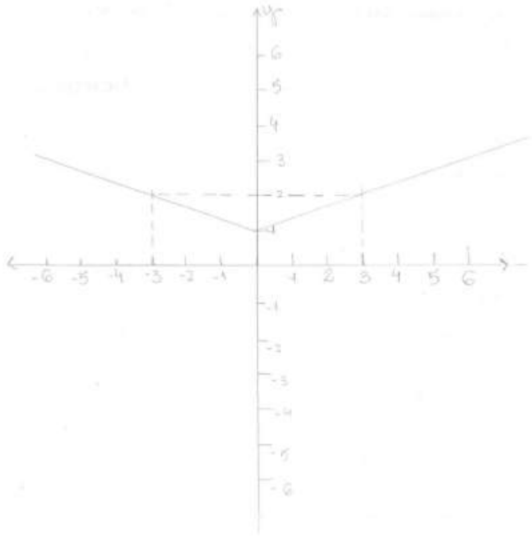
Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.



O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.

Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.



O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões? $A = \frac{3.4}{2} = \frac{12}{2} = 6m^2$

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$A = \frac{0,5.4}{2}$	$1m^2$
1,2 m	$A = \frac{1,2.4}{2}$	$2,4m^2$
5,5 m	$A = \frac{5,5.4}{2}$	$11m^2$

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo Todos exceto quando d = 0m

0,2m² (0) 16m $2\sqrt{2}m^2$

d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ m

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

f) A área da horta depende do valor de **d?** Justifique

Sim, porque D constitui a base do triângulo

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área? 8 m

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**. $A(d) = \frac{4d}{2}$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema. - No verso

j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2? $5 = \frac{4d}{2} \Rightarrow 10 = 4d$ $d = 2,5m$

Iguais

Para 5m², P deve estar a 2,5m D

k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2? $7,4 = \frac{4d}{2} \Rightarrow \frac{14,8}{4} = d$ $d = 3,7m$

Para 7,4m², P deve estar a 3,7 de D

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**? Aumenta

m) Que função o gráfico representa?

Costa - Uma função crescente que trabalha a área da horta de acordo com a distância de PD, base do triângulo forma designada para a horta

Questão 5 - O aspecto de uma função tangente

Questão 5

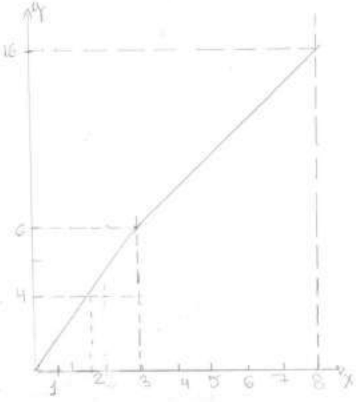
1) $\begin{cases} D = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 8\} \\ Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y = f(x) \text{ para } 0 < y < 16\} \end{cases}$

$x = d$

$y = h$

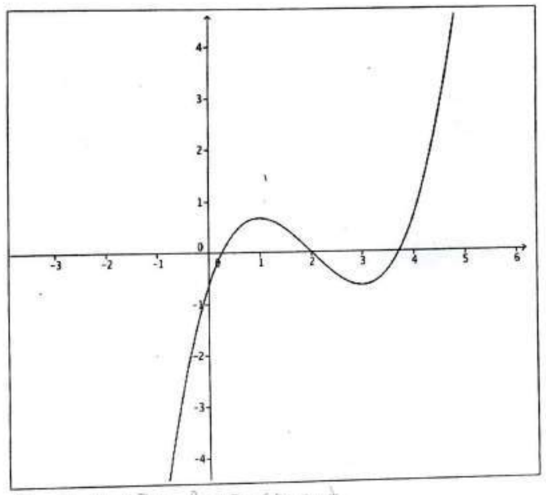
$A(d) = \frac{4d}{2} \rightarrow f(x) = \frac{4x}{2} \cdot y$

Como queremos que a horta exista, x (que representa d) não pode ser 0



Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



Em]-∞,1] a função é crescente

Em [1,3] a função é decrescente

Em [3 +∞[a função é crescente

Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom

01/12/15

4

CAP-UERJ

Rio de Janeiro, 01 de Dezembro de 2015

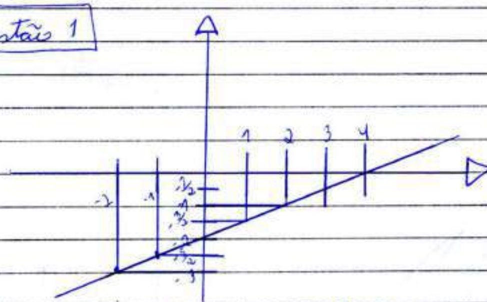
Aluno 4

X: 1B

Respostas na folha separada, porque a folha entregue, infelizmente molhou.

Questão 1

a)



$F(1) = \frac{1-4}{2} = \frac{-3}{2}$

$F(2) = \frac{2-4}{2} = -1$

$F(3) = \frac{3-4}{2} = \frac{-1}{2}$

$F(4) = \frac{4-4}{2} = 0$

$F(0) = \frac{0-4}{2} = -2$

$F(-1) = \frac{-1-4}{2} = \frac{-5}{2}$

$F(-2) = \frac{-2-4}{2} = 3$

b) Gráfico feito acima!

01/12/15

Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom

Questão 2

$2x - 5 \geq 0$

$2x \geq 5$

$x \geq \frac{5}{2}$

$D: \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq \frac{5}{2}\}$

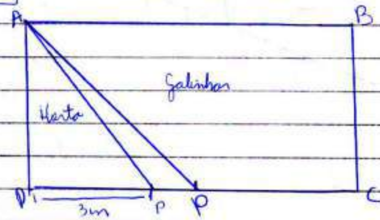
$Im: \mathbb{R}$

Questão 3

(V)
(V)
(F)
(V)
(V)
(V)
(V)

Questão 4

a)



b) $\frac{3 \cdot 4}{2} = 6m^2$

c)

Distância d(m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta
0,5m	$\frac{0,5 \cdot 4}{2}$	$1m^2$
1,2m	$\frac{1,2 \cdot 4}{2}$	$2,4m^2$
5,5m	$\frac{5,5 \cdot 4}{2}$	$11m^2$

d) $d = 0{,}1m \rightarrow 0{,}2m^2$

$d = 0m \rightarrow \tilde{N}$ $d = \sqrt{2}m \rightarrow 2\sqrt{2}m^2$

$d = 8m \rightarrow 16m^2$

e) 10,8

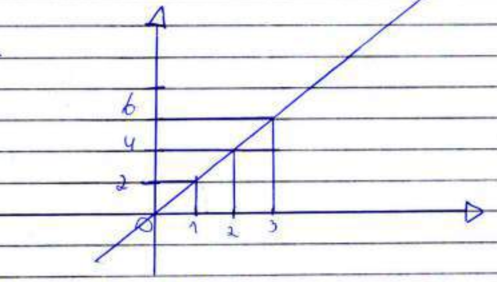
f) Sim, pois depende do valor de d.

g) $d = 8m$

h) $A = \frac{4d}{2} = 2d$

i)

d	A
0	0
1	2
2	4



J) $2d = 5$ $2d = 7{,}4$

$d = 2{,}5m$ $d = 3{,}7m$

R: Para $5m^2$ tem que estar à 2,5m

Para $7{,}4m^2$ tem que estar à 3,7m.

l) Aumenta

m) Afim

Questão 5:

Nos intervalos -4 a 1 é crescente, dos intervalos 1 a 3 é decrescente e do intervalo de 3 em diante é crescente.

(5)

Aluno: Aluno 5 Turma 1B Data 07/12/15

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto
$A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

$2x - 5 \geq 0$ $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \frac{5}{2}\}$

$2x \geq 5$

$x \geq \frac{5}{2}$ $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y = f(x)$ para algum $x \in \mathbb{R}\}$

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \rightarrow R$.

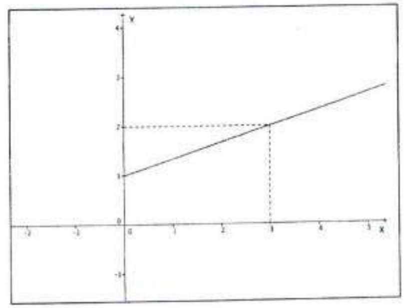


Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

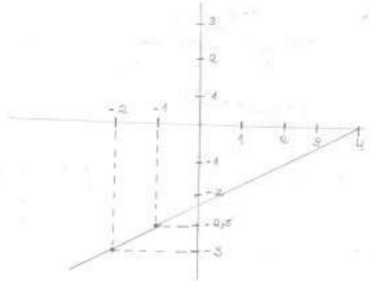
1)

a) $f(-2) = -\frac{2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

$f(-1) = -\frac{1-4}{2} = -\frac{5}{2} = -2{,}5$

$f(4) = \frac{4-4}{2} = 0$

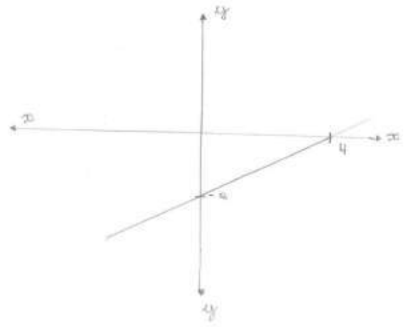
$f(3) = \frac{3-4}{2} = -\frac{1}{2}$



b)

D = ℝ

Im = ℝ



(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva

(V) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

(F) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$ porque em uma função par $f(-3)=3$

(V) f não pode ser uma função ímpar

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par. - No verso

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

(V) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

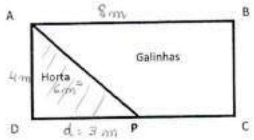
(V) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

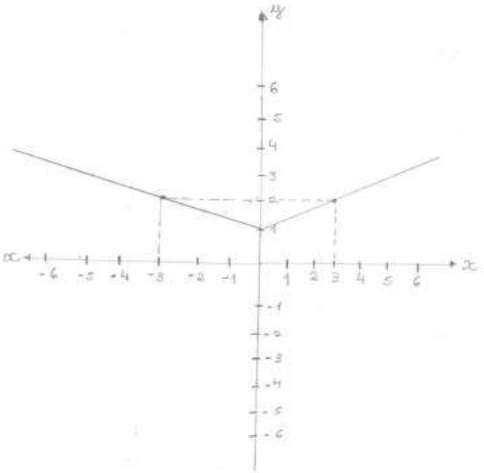
Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.



O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões? $A = \frac{3.4}{2} = \frac{12}{2} = 6 m^2$

c) Represente a distância de **D a P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$A = \frac{0,5.4}{2}$	$4 m^2$
1,2 m	$A = \frac{1,2.4}{2}$	$2,4 m^2$
5,5 m	$A = \frac{5,5.4}{2}$	$11 m^2$

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo Todos, menos quando d=0 m

$0,2 m^2$ $16 m^2$ $2\sqrt{2} m^2$

d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ m

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

f) A área da horta depende do valor de **d?** Justifique

Sim, pois d constitui a base do triângulo

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área? Sim

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**. $A(d) = \frac{4d}{2}$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema. – no verso

j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2? $5 = \frac{4d}{2} \rightarrow 10 = 4d$ $d = 2,5 m$

k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2? $7,4 = \frac{4d}{2} \rightarrow \frac{14,8 = 4d}{4}$ $d = 3,7 m$

Para 7,4 m^2, P deve estar a 3,7 m de D.

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**? Aumenta.

m) Que função o gráfico representa? Trata-se uma função afim crescente que trabalha a área da horta de acordo com a distância de $\overline{PD}$, base do triângulo, forma desejada para a horta.

Questão 5 - O período de uma função tangente.

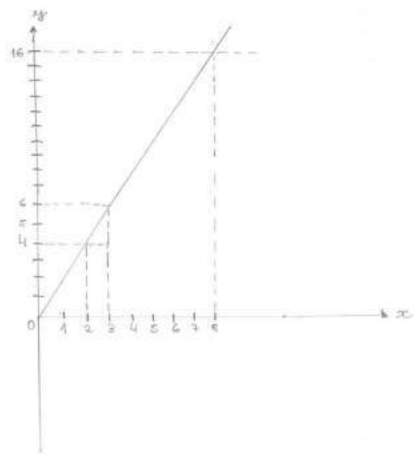
5)

a) $\begin{cases} D = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 8\} \\ D_m = \{y \in \mathbb{R} \mid y = f(x) \text{ para } 0 < y \leq 16\} \end{cases}$

$x = d$
$y = A$

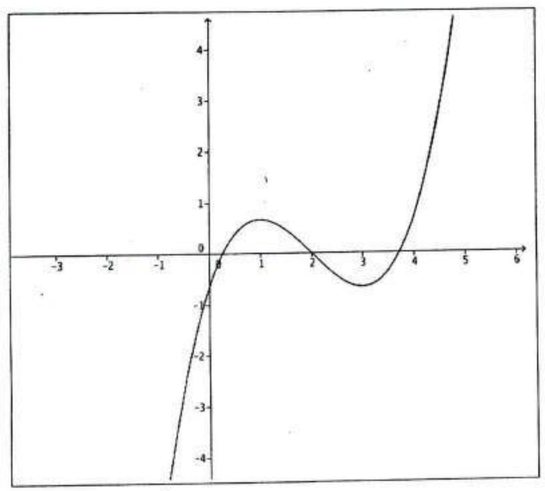
$A(d) = \frac{4d}{2} \rightarrow f(x) \frac{4x}{2} = y$

→ Como queremos que a hasta exista, x (que representa d) não pode ser 0.



Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



Em $]-\infty, 1]$ a função é crescente

Em $[1, 3]$ a função é decrescente.

Em $[3, +\infty[$ a função é crescente.

6

Aluno: Aluno 6 Turma 1B Data 03 / 10 / 18

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto
A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 }

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

$2x - 5 \geq 0$
$2x \geq 5$
$x \geq 5/2$

$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 5/2\}$

$Im = \mathbb{R}$

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é impar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é impar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

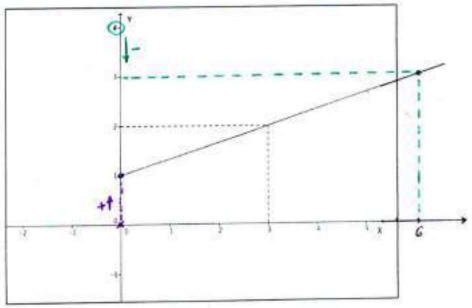
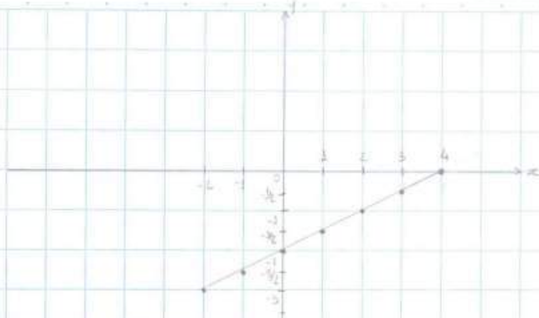


Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

1) a)



$f(1) = \frac{1-4}{2} = \frac{-3}{2}$

$f(0) = \frac{0-4}{2} = -2$

$f(2) = \frac{2-4}{2} = -1$

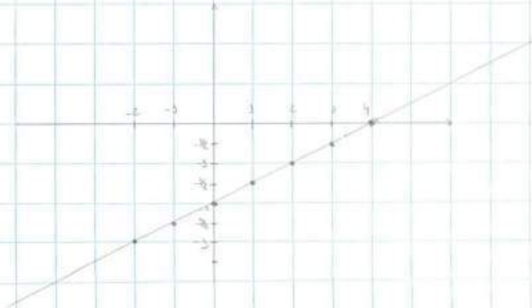
$f(-1) = \frac{-1-4}{2} = \frac{-5}{2}$

$f(3) = \frac{3-4}{2} = -\frac{1}{2}$

$f(-2) = \frac{-2-4}{2} = -3$

$f(4) = \frac{4-4}{2} = 0$

b)



(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva

(√) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

( ) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$

( ) f não pode ser uma função ímpar

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

( ) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

( ) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

( ) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

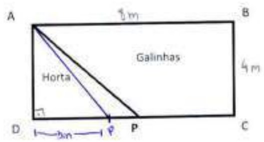
NÃO ENTEDI O QUE É FUNÇÃO PAR E ÍMPAR

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

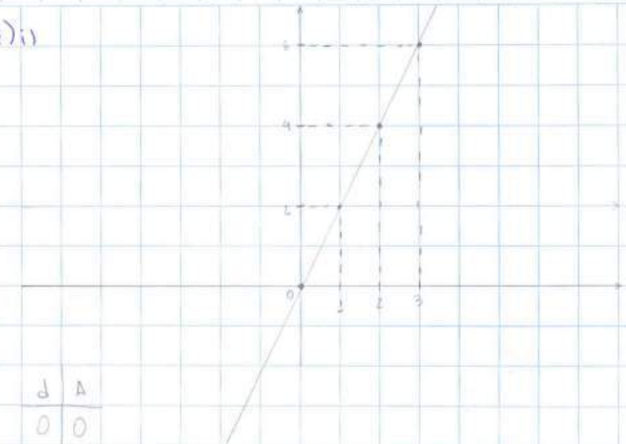
O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

4) i)



d	A
0	0
1	2
2	4

tilibra

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões? $\frac{3.4}{2} = 6m^2$

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$\frac{0,5.4}{2}$	$1m^2$
1,2 m	$\frac{1,2.4}{2}$	$2,4m^2$
5,5 m	$\frac{5,5.4}{2}$	$11\ m^2$

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

$0,2m^2$ $\quad$ N $\quad$ $16m^2$ $\quad$ $2,8m^2$

d = 0,1m; (d = 0m); d = 8m; d = $\sqrt{2}$ m

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

30,8

f) A área da horta depende do valor de **d?** Justifique

Sim, pois ela aumenta ou diminui de acordo com o valor do d.

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?

d = 8m

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.

$A = \frac{4d}{2} = 2d$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.

j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?

2d = 5 $\quad$ 2d = 7,4

$\boxed{d = 2,5m}$ $\quad$ $\boxed{d = 3,7m}$

R: O ponto P tem de estar à 2,5 m do ponto D para 5 m², e à 3,7 m para 7,4 m².

~~k) Qual a posição do ponto P para que a área da horta 5 m²? E 7,4 m²?~~

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?

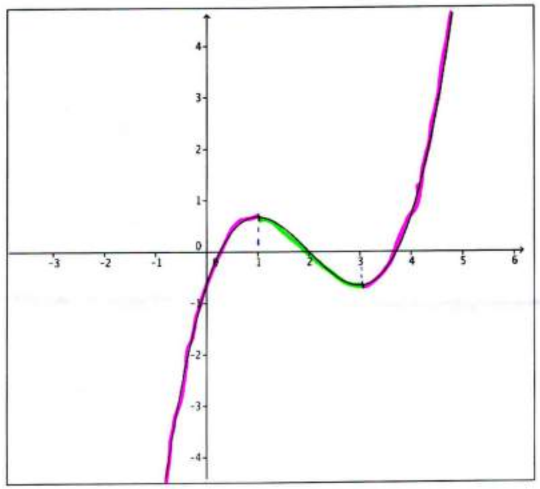
aumenta

m) Que função o gráfico representa?

AFIM

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



CRESCENTE =

DECRESCENTE =

Aluno: BEETHOVEN Turma 2B Data___/___/___

Questão 1 VOU FAZER NO VERSO

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto
A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

$f(x)=\sqrt{2x-5}$

$Dm = ?$ $2x-5 \geq 0$

$2x \geq 5$

$x \geq \frac{5}{2}$ $Dm = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 5/2\}$

$Im(f) = ?$

$f(x) = \sqrt{2x-5} \geq 0$

$Im = [0, +\infty[$

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

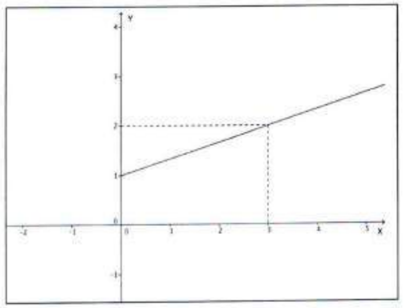


Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

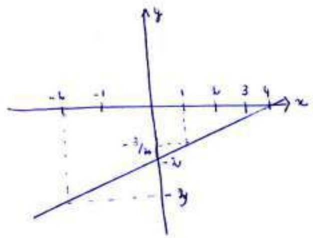
$f(x) = \frac{x-4}{2} \rightarrow f(x) = \frac{x}{2} - \frac{4}{2} = \frac{x}{2} - 2$

$f(x) = y = \frac{x}{2} - 2$

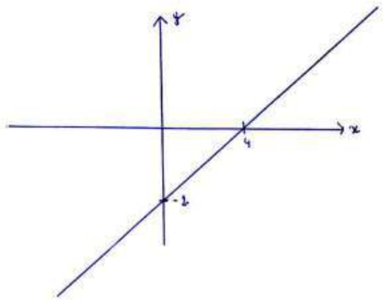
$Dm(f) = \mathbb{R}$

$y = f(x) = \frac{x}{2} - 2$	x
$\frac{(-2)}{2} - 2 = -3$	-2
$-5/2$	-1
-2	0
$-3/2$	1
-1	2
$-1/2$	3
0	4

a) Gráfico para $Dm(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$



b)



(√) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva
No gráfico, quando $x = 0$, $f(x)$ vale 1

$y = ax + b$ $y = ax + 1$ $y = \frac{1}{3}x + 1$
$1 = a \cdot 0 + b$ $2 = a \cdot 3 + 1$ $\frac{1}{3} \cdot 6 + 1$
$\boxed{b = 1}$ $1 = 3a$ $\frac{6}{3} + 1$
$\boxed{a = 1/3}$ $2 + 1$
$\boxed{3 < 4}$

(√) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4
A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4
pontos do gráfico: (0,1) e (3,2)

(√) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$
par → $f(-x) = f(x)$ $x = 3 \to y = 2 \to f(3) = 2$ e $f(-3) = f(3) = 2$

(V) f não pode ser uma função impar
impar → $f(x) = -f(-x)$ $y = f(x) = \frac{x}{3} + 1$ → para f ser função impar, $f(-x) = f(x)$

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(?) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

(?) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

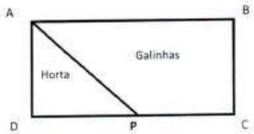
(?) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

$\frac{(-x)}{3} + 1 = -\left(\frac{x}{3} + 1\right)$

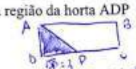
$-\frac{x}{3} + 1 \neq -\frac{x}{3} - 1$

assim $f(-x) \neq -f(x)$

$Dom(f) = \mathbb{R}$
Uma vez que x é definido para todos os reais, reais, vemos que $f(-x) \neq -f(x)$ para os valores de x.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.



b) Qual a área da horta com essas dimensões? A triângulo $= \frac{b.h}{2} = \frac{\overline{DP} \cdot \overline{AD}}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 3 \cdot 2 = 6\ m^2$

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela: $A = \frac{d \cdot \overline{AD}}{2} = \frac{d \cdot 4}{2} = 2d$

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$0{,}5 \cdot 2$	$1\ m^2$
1,2 m	$1{,}2 \cdot 2$	$2{,}4\ m^2$
5,5 m	$5{,}5 \cdot 2$	$11\ m^2$

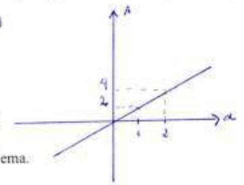
Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo
$0{,}1 \cdot 2 = 0{,}2$ √ $0 \cdot 2 = 0$ X $8 \cdot 2 = 16$ √
d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ m → $2\sqrt{2}$ √

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

f) A área da horta depende do valor de **d?** Justifique

i)



g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?
d = 8

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.
Feito em c $A = 2d$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.

j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?
$A = 2d$ $A = 2d$
$5 = 2d$ $7{,}4 = 2d$
$d = 5/2$ $d = 3{,}7$

k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2?
Idem j

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?
Aumenta

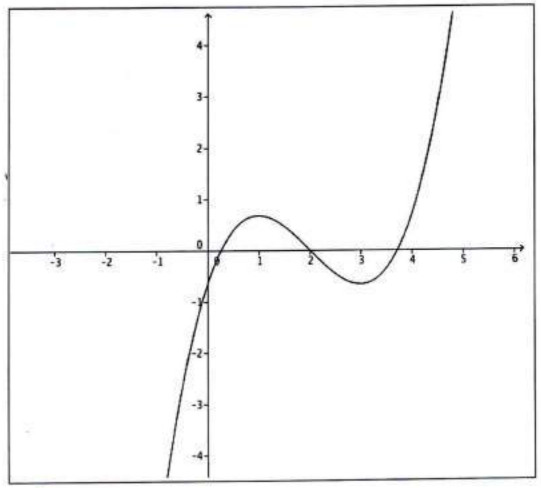
m) Que função o gráfico representa?
representa uma função do 1º grau (reta)

e) Uma vez que a distância d é variável sobre todo o lado $\overline{CD}$ e $\overline{CD} = 8$ m, então d pode assumir os valores inteiros $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Uma vez que a distância d é variável sobre todo o lado $\overline{CD}$, e $\overline{CD} = 8$ m, então d pode assumir todos os valores entre 1 e 8.

f) A área da horta (triângulo retângulo) depende dos valores de seu lado $\overline{AD}$ (altura) e do valor de d (base), uma vez que $A_\Delta = \frac{b\,h}{2} = A_\Delta = d \cdot \overline{AD}/2$
Porém, seu lado $\overline{AD}$ não varia em momento algum, valendo $\overline{AD} = 4$ m a todo momento, enquanto que d varia com a posição P sobre o lado $\overline{CD}$, então a área depende de d

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



É crescente para $]-\infty, 1]$ e $[3, +\infty[$
decrescente para $[1, 3]$

Aluno: FERRUGEM Turma 2B Data ___/___/___

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}

VERSO

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

VERSO

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$.

$2x - 5 \geq 0 \therefore 2x \geq 5$ Domínio: $\{x \in R / x \geq 5/2\}$

$x \geq \frac{5}{2}$

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

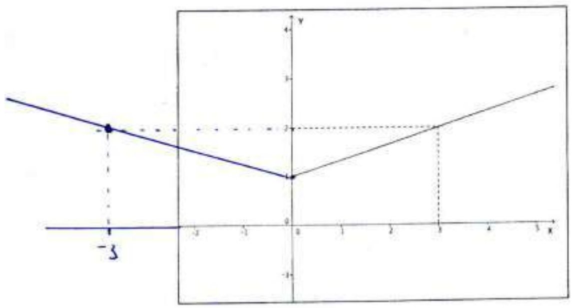


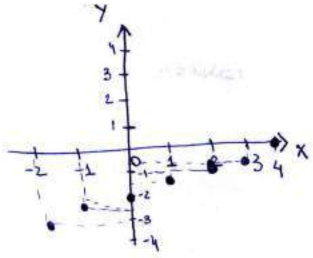
Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

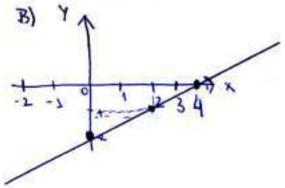
Q1

A)

x	$y = \left(\frac{x-4}{2}\right)$
-2	$-2-4/2 = -6/2 = -3$
-1	$-1-4/2 = -5/2$
0	$0-4/2 = -4/2 = -2$
1	$1-4/2 = -3/2$
2	$2-4/2 = -2/2 = -1$
3	$3-4/2 = -1/2$
4	$4-4/2 = 0$



B)



(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva   X=0 Y=1

( ) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

(V) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$

(F) f não pode ser uma função ímpar   OS VALORES DE X<0 NÃO SÃO CONHECIDOS

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.
Y+Y=2Y PAR

(F) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?   O É PAR E PODE SER ÍMPAR

(V) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.
Y+(-Y)=Y-Y=0

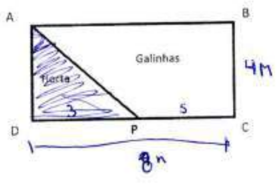
Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.

Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.



O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões? $\frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{12}{2} = 6\,M^2$

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$A = 0{,}5 \cdot 4/2$	1
1,2 m	$A = 1{,}2 \cdot 4/2$	2,4
5,5 m	$A = 5{,}5 \cdot 4/2$	11

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ m VERSO

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir? VERSO

f) A área da horta depende do valor de **d**? Justifique
SIM d É A BASE DA HORTA

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?
d=7

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**. $A = \frac{d \cdot 4}{2}$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema. VERSO

j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?
VERSO

k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2?
J

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?
AUMENTA

m) Que função o gráfico representa? I

d) d= 0,1 M → SIM

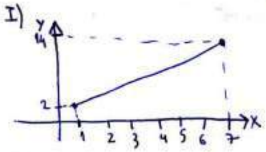
d= 0 M → NÃO (NÃO FORMA UM TRIÂNGULO)

d= 8M → NÃO (" " " ")

d= $\sqrt{2}$ M → NÃO (NÃO É RACIONAL)

E) d pode ASSUMIR VALORES DE 1 ATÉ 7.

I)



J) $5 = \frac{d \cdot 4}{2}$

$2d = 5$

$d = \frac{5}{2} = 2{,}5$

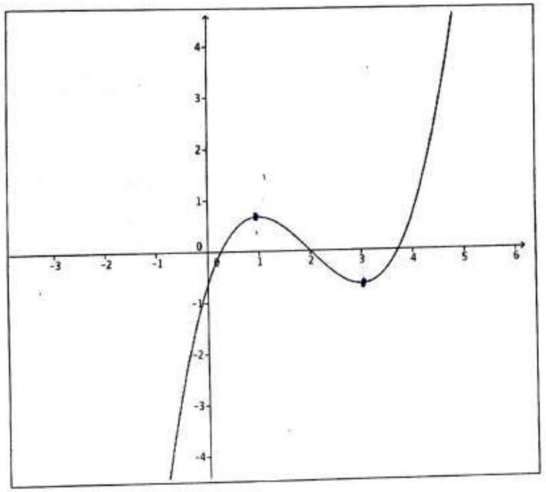
$\frac{74}{10} \times \frac{2d}{1}$

$20d = 74$

$d = \frac{74}{20} = \frac{37}{10} = 3{,}7$

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



CRESCENTE : X<1 X>3
DECRESCENTE: 1<X<3

Aluno: Laury Turma 2B Data ___/___/___

Questão 1

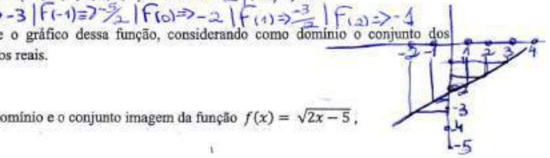
Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto

A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4} $F(3) \Rightarrow -\frac{1}{2}$ | $F(4) \Rightarrow 0$

$F(-2) \Rightarrow -3$ | $F(-1) \Rightarrow -\frac{5}{2}$ | $F(0) \Rightarrow -2$ | $F(1) \Rightarrow \frac{-3}{2}$ | $F(2) \Rightarrow -1$

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.



Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

Questão 3

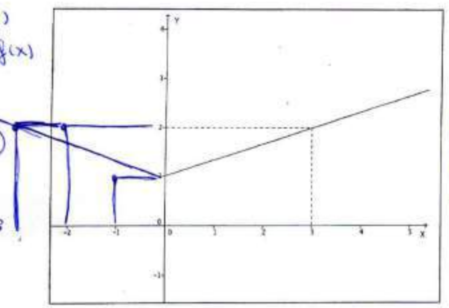
Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.

Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

Par $f(x) = f(-x)$
Ímpar $f(x) = -f(x)$

$f(-3) = f(-(-3))$
$f(-3) = 3$
$y = 3 \therefore x = -3$



X	Y
0	1
3	2
6	3
-3	2

Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva

(V) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

(F) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$

V (V) f não pode ser uma função impar A reta que representa a função não temos pontos simétricos

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

V (V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.
Ímpar + Ímpar => Par / Par + Par => Par.

(V) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

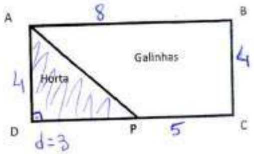
(V) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.
Os valores se anulam por serem iguais com sinais contrários

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

V a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que P esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

V b) Qual a área da horta com essas dimensões? 6 => 6m²

V c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m²)
0,5 m	4.0,5/2	1
1,2 m	4.1,2/2	2,4
5,5 m	4.5,5/2	11

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ **m**
Sim Não Sim Sim

e) Quais os valores inteiros que d pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?
{d ∈ R / 0 < d ≤ 8}

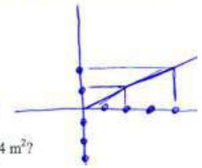
f) A área da horta depende do valor de **d**? Justifique
Sim, porque $\boxed{d}$ é um valor determinante na função da área do triângulo.

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?

d=8

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.
$A_{ADP} = d.2$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.



j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m²? E 7,4 m²?
5=d.2 7,4=d.2
d=5/2 d=3,7

k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m²? E 7,4 m²?
P está a 2,5m do ponto D e P está a 3,7m do ponto d.

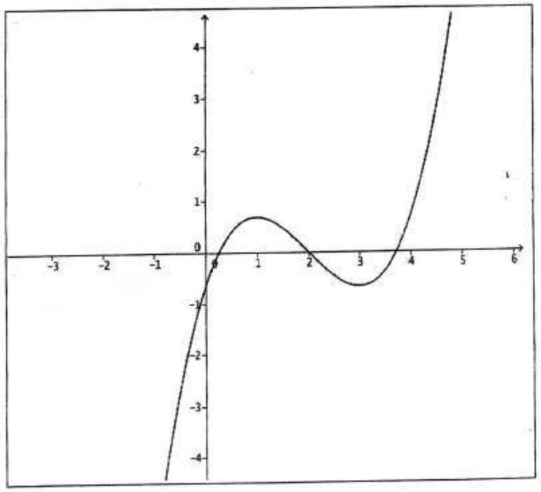
l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?
A medida que se aproxima de C, a área aumenta.

m) Que função o gráfico representa?

Função crescente.

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



Crescente para

$\{x \in \mathbb{R} / x < 1 \text{ ou } x > 3\}$

Decrescente para

$\{x \in \mathbb{R} / 1 < x < 3\}$

Aluno: Penélope Turma 2B Data ___/___/___

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto
A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4} $f(3) \Rightarrow -\frac{1}{2}$ | $f(4) \Rightarrow 0$ | $f(-2) \Rightarrow -3$
$f(-1) \Rightarrow -\frac{5}{2}$ | $f(0) \Rightarrow -2$ | $f(1) \Rightarrow -\frac{3}{2}$ | $f(2) \Rightarrow -1$.

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

$2x - 5 \geq 0$ $x \geq \frac{5}{2}$ Imagem $\Rightarrow \boxed{y \geq 0}$

$2x \geq 5$ Domínio $\Rightarrow \boxed{x \geq \frac{5}{2}}$

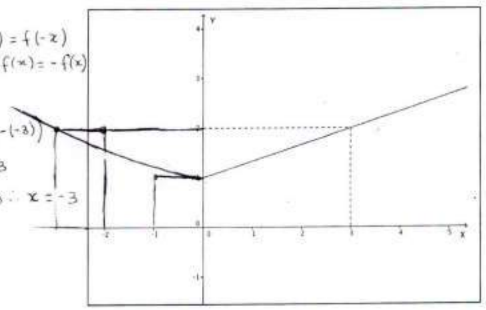
Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

Par $f(x) = f(-x)$
Impar $f(x) = -f(x)$

$f(-3) = f(-(-3))$
$f(-3) = 3$
$y = 3 \therefore x = -3$



X	Y
0	4
3	2
6	3
-3	2

Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva

(V) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

(F) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$

V ( ) f não pode ser uma função ímpar A reta que representa a função não temos pontos simétricos.

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

V ( ) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.
Ímpar + Ímpar ⇒ par / Par + Par ⇒ par

(V) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

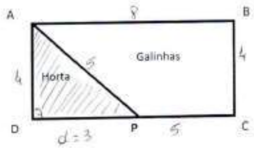
(V) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.
Os valores se anulam por serem iguais com sinais contrários.

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões? 6 ⇒ 6 m²

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m²)
0,5 m	4.0,5/2	1
1,2 m	4.1,2/2	2,4
5,5 m	4.5,5/2	11

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ m
sim não sim sim

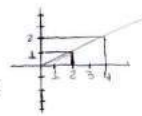
e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?
$\{d \in \mathbb{R} \mid 0 < d \leq 8\}$

f) A área da horta depende do valor de **d**? Justifique
Sim, porque "d" é um valor determinante na função da área do triângulo.

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?
$d = 8$

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.
$A_{ADP} = d \cdot 2$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.



j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m²? E 7,4 m²?
$5 = d \cdot 2$ $7{,}4 = d \cdot 2$
$d = 5/2$ $d = 3{,}7$

k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m²? E 7,4 m²?
P está a 2,5 m do ponto D e
P está a 3,7 do ponto D.

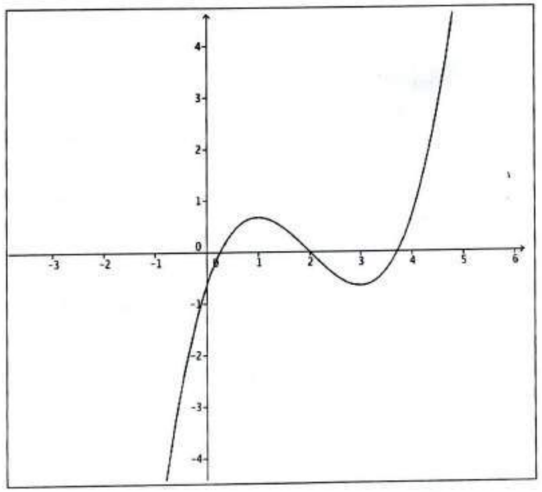
l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?
A medida que se aproxima de C a área aumenta.

m) Que função o gráfico representa?

Função crescente

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



Crescente para:
$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ ou } x > 3\}$

Decrescente para:
$\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 3\}$

Aluno: Pooh Turma 2B Data___/___/___

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto
A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$.

$2x \geq 5$
$x \geq \frac{5}{2}$
$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \frac{5}{2}\}$ $I = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$

Questão 3 2

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

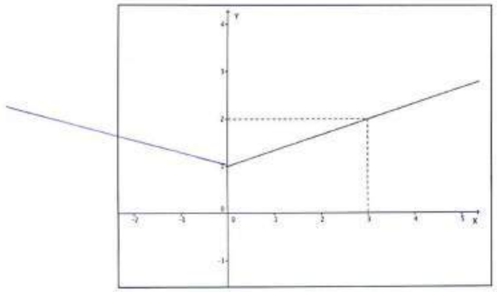
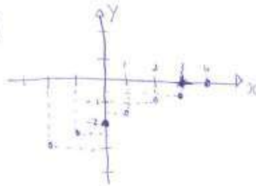


Figura 31: Gráfico para a questão 1

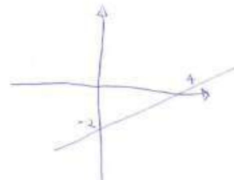
Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

1) $f(x) = \frac{x-4}{2}$ $A = \{-2,-1,0,1,2,3,4\}$

a)



b)



$x=0$ $y=1$
$x=3$ $y=2$
$y=ax+b$
$b=1$
$2=a\cdot 3+1$
$3a=1$
$a=\frac{1}{3}$
$y=\frac{1}{3}x+1$

(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva
De acordo com o gráfico se $x=0$ então $y=1$

(V) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4
$y=\frac{1}{3}\cdot 6+1$ $y=2+1$ $y=3<4$

(V) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$
pela definição de função par dada, $f(3)=2$

(F) f não pode ser uma função ímpar
$f(x)$ pode ser uma função ímpar se estiver definida para $x<0$

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.
A soma de 2 números inteiros iguais é sempre par

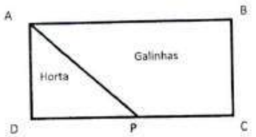
(F) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

(V) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.



O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.

Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões? $\frac{3\cdot 4}{2}=\boxed{6\,m^2}$

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$\frac{0{,}5\cdot 4}{2}=2d$	$1\,m^2$
1,2 m	$\frac{1{,}2\cdot 4}{2}=2d$	$2{,}4\,m^2$
5,5 m	$\frac{5{,}5\cdot 4}{2}=2d$	$11\,m^2$

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ m Somente para $d=0\,m$ não pode, pois a área da horta seria de $0\,m^2$

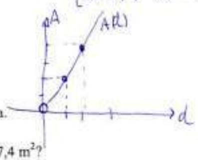
e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

f) A área da horta depende do valor de **d**? Justifique $I\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ Geral: $\{d\in\mathbb{R} \mid 0<d\leq 8\}$
Sim, depende

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?
$d=8$

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.
$A=2d$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.



j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?
$5=2d$ $d=2{,}5\,m$ $7{,}4=2d$ $d=3{,}7$

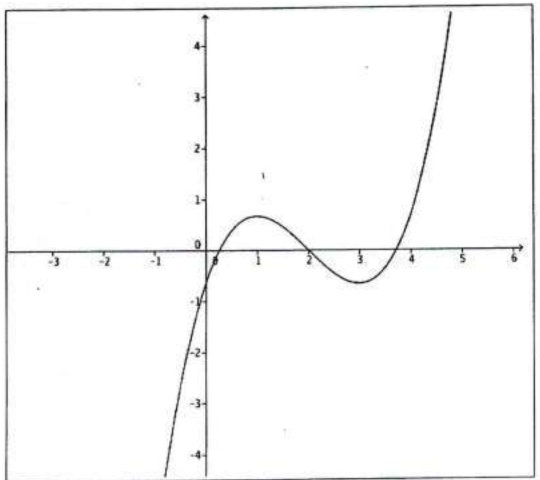
k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2?

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?
Aumenta

m) Que função o gráfico representa?
função $A=2d$

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



Crescente: até 1 e depois de 3

decrescente: de 1 até 3.

Aluno: Emilo Turma 2B Data__/__/__

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto
$A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

Questão 3

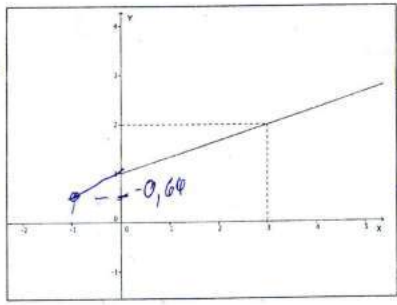
Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

$f(-1) = -\frac{1}{3} + 1$

$f(-1) = \frac{-1+3}{3}$

$\frac{2}{3} = 0{,}666$



$f(x) = ax + b$

$f(0) = b$

$b = 1$

$f(3) = 3a + 1$

$2 = 3a + 1$

$a = \frac{1}{3}$

Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

$f(-2) = \frac{-2-4}{2}$

$f(-2) = \frac{-6}{2} = -3$

$(-2,-3)$

$f(-1) = \frac{-1-4}{2}$

$f(-1) = \frac{-5}{2} = -2{,}5$

$(-1, -2{,}5)$

$f(0) = \frac{0-4}{2}$

$f(0) = \frac{-4}{2} = -2$

$(0,-2)$

$f(1) = \frac{1-4}{2}$

$f(1) = \frac{-3}{2} = -1{,}5$

$(1,-1{,}5)$

$f(2) = \frac{2-4}{2}$

$f(2) = \frac{-2}{2} = -1$

$(2,-1)$

$f(3) = \frac{3-4}{2}$

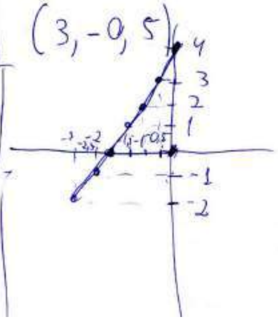
$f(3) = \frac{-1}{2} = -0{,}5$

$(3,-0{,}5)$

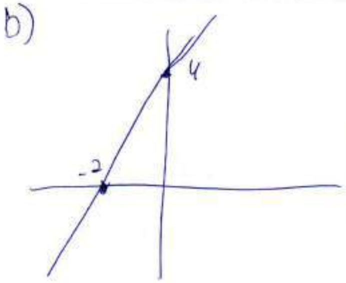
$f(4) = \frac{4-4}{2}$

$f(4) = \frac{0}{2} = 0$

$(4,0)$



b)



2) $Im = \mathbb{R}$

$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2{,}5\}$

$2x - 5 \geq 0$

$2x \geq 5$

$x \geq \frac{5}{2}$

$x \geq 2{,}5$

4) i) $d \in \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

$A(1) = 2 \quad (1,2)$

$A(2) = 4 \quad (2,4)$

$A(3) = 6 \quad (3,6)$

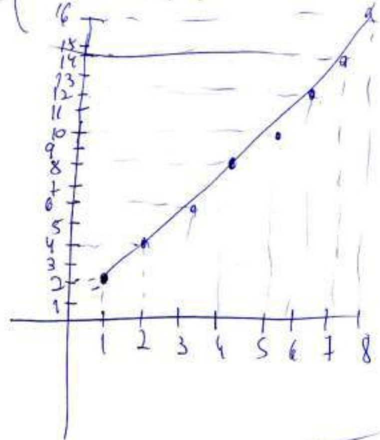
$A(4) = 8 \quad (4,8)$

$A(5) = 10 \quad (5,10)$

$A(6) = 12 \quad (6,12)$

$A(7) = 14 \quad (7,14)$

$A(8) = 16 \quad (8,16)$



j) $5 = 2d$ e $7{,}4 = 2d$

$d = 2{,}5m$ $\quad d = \frac{7{,}4}{2} = 3{,}7m$

k)

(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva

(V) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

(F) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$

(V) f não pode ser uma função ímpar

$f(-3) = \frac{1}{3} \cdot -3 + 1$
$-1+1 = 0$

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f, é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

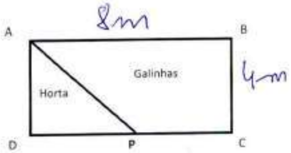
(V) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

(F) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

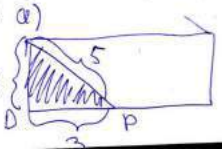
O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.



O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.

Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

a)



b) $A = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6m^2$

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões?

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$A(d) = \frac{4 d}{2} = 2d = 2 \cdot 0,5 = 1m^2$	$1 m^2$
1,2 m	$A(1,2) = 2 \cdot 1,2 = 2,4m^2$	$2,4m^2$
5,5 m	$2 \cdot 5,5 = 11 m^2$	$11 m^2$

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

Sim Não Sim Sim
d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ m

$0 < d \leq 8$

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

$d = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

f) A área da horta depende do valor de **d**? Justifique

Sim, pois d é a medida da base do Δ

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?

$d = 8m$

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**. $A(d) = 2d$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.

j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?

k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2?

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?

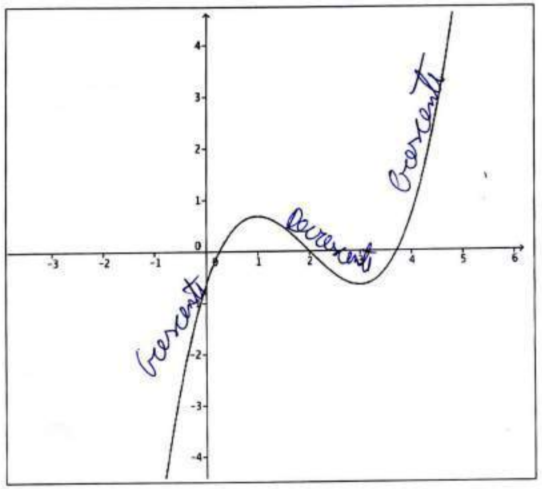
aumenta

m) Que função o gráfico representa?

$A(d) = 2d$

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



Aluno: Bonica Turma 3AELT Data ___/___/___

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto A = {-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$.

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

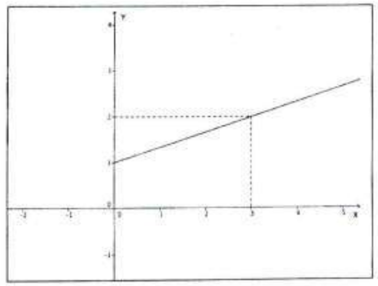
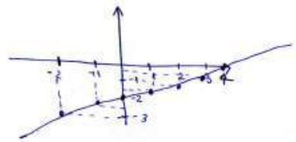


Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

1) $f(x) = \frac{x-4}{2} \Rightarrow f(-2) = -3 \quad f(-1) = -2,5 \quad f(0) = -2$
$f(1) = -1,5 \quad f(2) = -1$
$f(3) = -0,5 \quad f(4) = 0$



2) $2x - 5 \geq 0$
$x \geq \frac{5}{2}$ } Portanto $D(f) \{x \in \mathbb{R} \to x \geq \frac{5}{2}\}$

(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva

(F) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

(V) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$

(V) f não pode ser uma função ímpar

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

(F) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

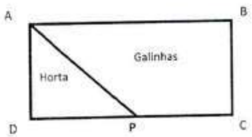
(V) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões? $A = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$\frac{0.5 \times 4}{2} = 2$	2
1,2 m	$\frac{1,2 \cdot 4}{2} = 2,4$	2,4
5,5 m	$\frac{5,5 \cdot 4}{2} = 11$	11

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; $\mathbf{d} = \sqrt{2}$ **m**

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir? $d \leq 8$

f) A área da horta depende do valor de **d**? Justifique

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.

$f(x): y = \frac{d \cdot h}{2}$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.

j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?

P(5, 10), P = (7,4, 14)

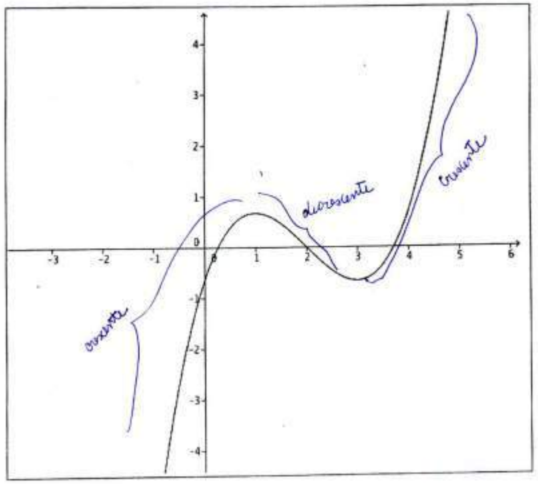
k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2?

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?

m) Que função o gráfico representa?

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



Aluno: DARTHVADER Turma 3AELT Data ___/___/___

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

D: NÚMEROS REAIS ≥ 2,5

C.I.: REAIS POSITIVOS

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

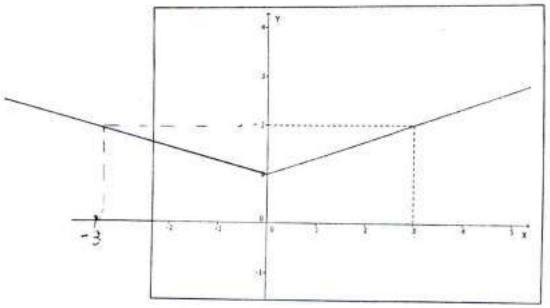
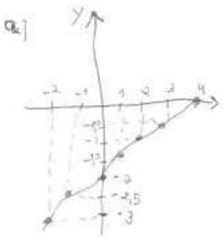


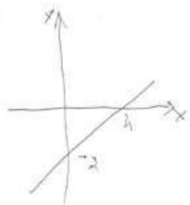
Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

a)



B)



F(X) = AX + B
F(0) = A.0 + B = 1
B = 1
F(3) = A.3 + 1 = 2
A = 1/3
F(X) = 1/3 X + 1

(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva
F(0) = 1 → SIM, POSITIVA!

(F) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4
FAZENDO... F(6) = 1/3 • 6 + 1 = 3 / F(4) = 7/3   3 > 7/3 FALSO!

(V) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$
F(3) = 2 = F(-3) = -2   VERDADEIRO

(F) f não pode ser uma função ímpar
PARA X<0 PODE SER ÍMPAR

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.
H(X) = 2F(X)   PAR

(F) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

(V) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.
H(X) = F(X) + F(-X) = 0

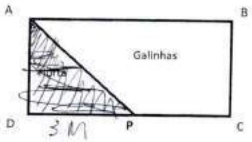
Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

?

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões? B.H/2 = 6 m²

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	4 . 0,5/2	1
1,2 m	4 . 1,2/2	2,4
5,5 m	4 . 5,5/2	11

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo
d = 0,1m; V **d = 0m;** ~~V~~ **d = 8m;** V **d = $\sqrt{2}$ m** V

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?
1 até 8

f) A área da horta depende do valor de **d**? Justifique.
SIM, PERCEBEMOS NA LETRA "C" QUE COM A VARIAÇÃO DE D A ÁREA MUDA

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?
8

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.

j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m²? E 7,4 m²?
2d = 5   2d = 7,4
D = 2,5   D = 3,7

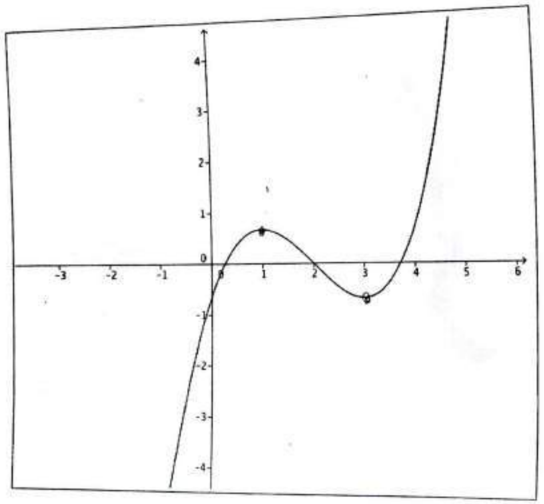
k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m²? E 7,4 m²?

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto C?

m) Que função o gráfico representa?
FUNÇÃO ÁREA = 2D PARA D ENTRE 0 E 8.

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



$]-\infty, 1[\to$ CRESCENTE
$]1, 3[\to$ DECRESCENTE
$]3, +\infty[\to$ CRESCENTE

1-?
3-?

Aluno: FALSH Turma 3AELT Data ___/___/___

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4} ATRÁS

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais. ATRÁS

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$.

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

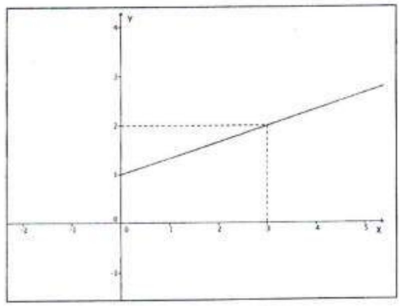


Figura 31: Gráfico para a questão 1

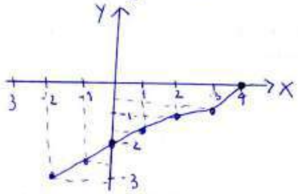
Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

① A $F(-2) = \frac{-2-4}{2} = -3$ $\quad F(2) = \frac{2-4}{2} = -1$

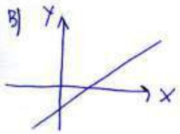
$F(-1) = \frac{-1-4}{2} = \frac{-5}{2}$ $\quad F(3) = \frac{3-4}{2} = -\frac{1}{2}$

$F(0) = \frac{0-4}{2} = -2$ $\quad F(4) = \frac{4-4}{2} = \emptyset$

$F(1) = \frac{1-4}{2} = \frac{-3}{2}$



B)



(√) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva $F(X) = 1$ QUANDO $X = 0$

(√) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4 $\cong 3,5$

(F) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$ NÃO SATISFAZ SER PAR

(F) f não pode ser uma função ímpar NÃO SATISFAZ A CONDIÇÃO DE SER ÍMPAR

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

( ) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

( ) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

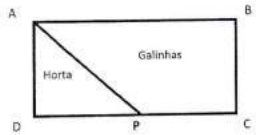
( ) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões? $\frac{3 \cdot 4}{2} = 6m^2$

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$0,5 \cdot 4/2$	1
1,2 m	$1,2 \cdot 4/2$	2,4
5,5 m	$5,5 \cdot 4/2$	11

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ **m** SIM, EXCETO PARA D=∅

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

VALORES INTEIROS DE 1 A 8

f) A área da horta depende do valor de **d**? Justifique

SIM, SE D POR ∅ A FÓRMULA QUE EXPRESSA A ÁREA DO TRIÂNGULO TAMBÉM ASSUMIRÁ VALOR ∅, NÃO PODE

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?

D=8

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.

$A = D \cdot 4/2$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.

ATRÁS

j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?

$A = D \cdot 4/2 \} D = \frac{A}{4/2} \} D = \frac{A}{2}$ ∴ $D = \frac{5}{2} = 2,5$ E $D = \frac{7,4}{2} = 3,7$

k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2?

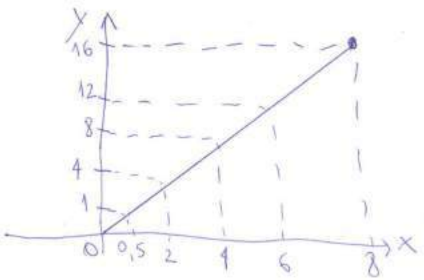
IGUAL J

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?

AUMENTA

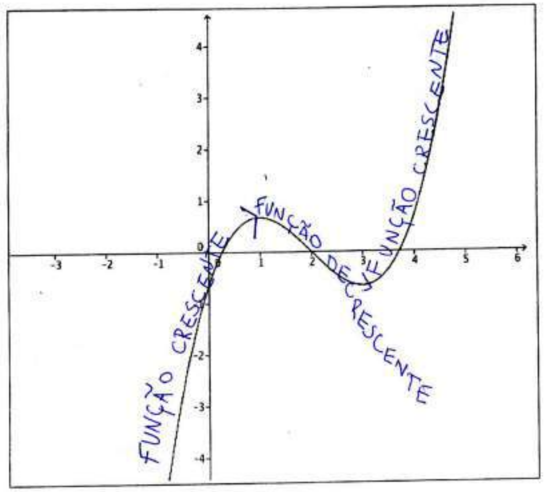
m) Que função o gráfico representa?

FUNÇÃO AFIM



Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



Aluno: Rosimene Granger Turma 3AELT Data ___/___/___

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto
A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4} vire →

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais. vire →

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

vire →

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

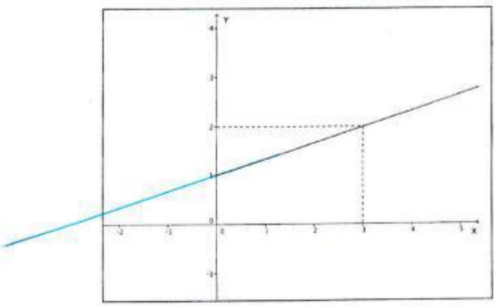
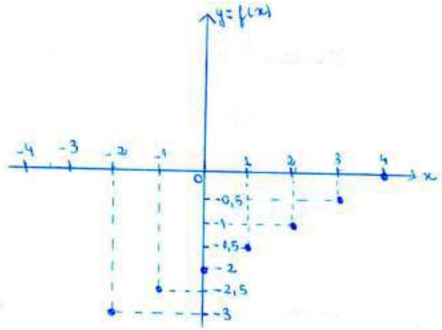


Figura 31: Gráfico para a questão 1

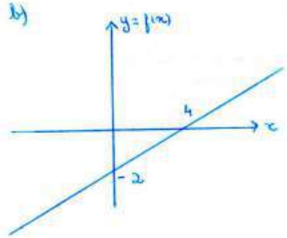
Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

1) a)

x	$f(x) = \frac{x-4}{2}$
-2	$\frac{-2-4}{2} = -3$
-1	$\frac{-1-4}{2} = -2,5$
0	$\frac{0-4}{2} = -2$
1	$\frac{1-4}{2} = -1,5$
2	$\frac{2-4}{2} = -1$
3	$\frac{3-4}{2} = -0,5$
4	$\frac{4-4}{2} = 0$



b)



2) $2x - 5 \geq 0$

$x \geq \frac{5}{2}$

domínio: $\frac{5}{2}$

Imagem: $\mathbb{R}$

(√) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva
$f(0) = 1$

(F) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

(V) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$

(F) f não pode ser uma função impar

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

(F) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

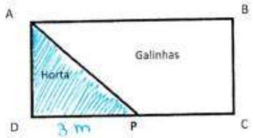
(√) Se a função f é impar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões? $\frac{4\,3}{2} = 6m^2$

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$\frac{4 \cdot 0,5}{2}$	1
1,2 m	$\frac{4 \cdot 1,2}{2}$	2,5
5,5 m	$\frac{4 \cdot 5,5}{2}$	11

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ m

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?
0,1 m 8 m $\sqrt{2}$ m

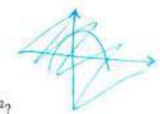
f) A área da horta depende do valor de **d?** Justifique
Sim $\frac{\overline{AD} \cdot \overline{DP}}{2} \to \overline{DP} = d$

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?

8 m

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.
$A(d) = \frac{AD \cdot DP}{2} = \frac{4d}{2} = 2d$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.



j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?
$2d = 5m^2$ $\quad 2d = 7,4\ m^2$
$d = 2,6m$ $\quad d = 7,4/2 = 3,7m$

k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2?

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?

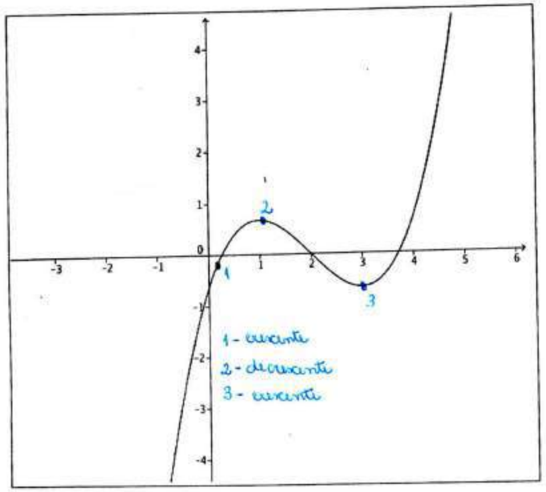
Aumenta

m) Que função o gráfico representa?

$S(d) = 2d$ para $0 \leq d \leq 8$

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



Aluno: Lelcio Turma 3AELT Data___/___/___

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \rightarrow R$.

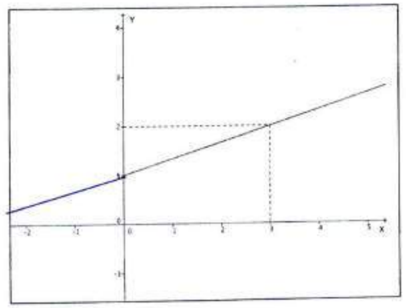


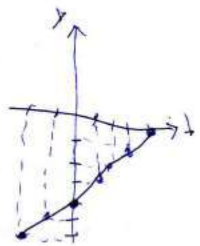
Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

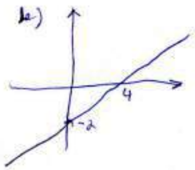
Questão 1

a)

$x = -2$	$y = -3$
$x = -1$	$y = -2,5$
$x = 0$	$y = -2$
$x = 1$	$y = -1,5$
$x = 2$	$y = -1$
$x = 3$	$y = -0,5$
$x = 4$	$y = 0$



b)



Questão 2

$f(x) = \sqrt{2x-5}$

Domínio: $2x - 5 \geq 0$

$2x \geq 5$

$x \geq 2,5$

Domínio: $x \geq 2,5$

Imagem: $y > 0$

( ) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva

( ) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

( ) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$

( ) f não pode ser uma função ímpar

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

( ) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

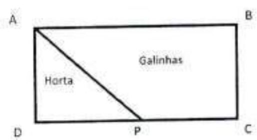
( ) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

( ) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.



O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.

Considere as medidas dos lados $CD = 8$ m e $BC = 4$ m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões?

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$\frac{0{,}5 \cdot 4}{2}$	$1\ m^2$
1,2 m	$\frac{1{,}2 \cdot 4}{2}$	$2{,}4\ m^2$
5,5 m	$\frac{5{,}5 \cdot 4}{2}$	$11\ m^2$

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

d = 0,1m; ~~d = 0m~~; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ m

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?

$d > 0$ e $d < 8$

f) A área da horta depende do valor de **d**? Justifique

sim a d seria o equidistante a P na fórmula b.h/2

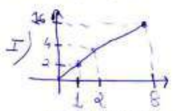
g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?

$d = 8$

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.

$2d$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.



OBS: caminha como uma reta

2,5 m e 3,7 m

j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?

k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2?

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?

Aumenta

m) Que função o gráfico representa?

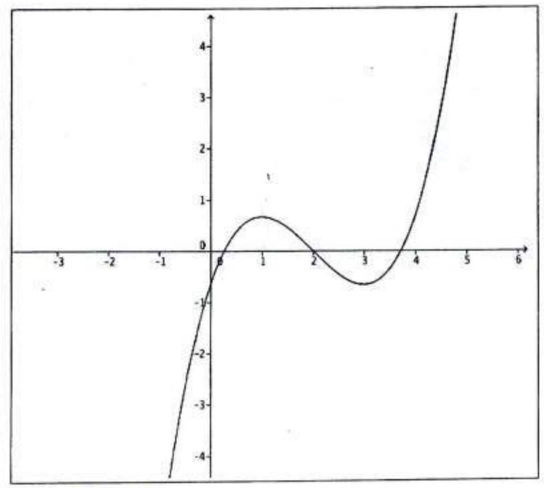
uma função do primeiro grau do tipo

$f(d) = 2d$

sendo $d \in \mathbb{R}$ e $d > 0$ e $d < 8$

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



de -1 a 1 → crescente

de 1 a 3 → decrescente

de 3 a 5 → crescente

Aluno: MESSI Turma 3AELT Data___/___/___

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto A = {-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.

Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

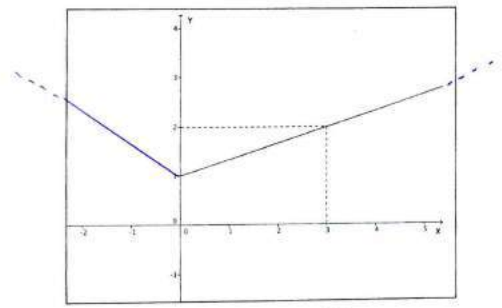
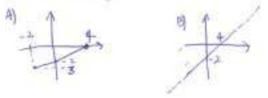


Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

1) DOM [-2, 4]



2) $f(x) = \sqrt{2x-5} \Rightarrow 2x-5 \geq 0$

$x \geq \frac{5}{2}$

DOM $[\frac{5}{2}, +\infty[$

IMG $[0, +\infty[$

(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva

POIS $F(0) = 1 > 0$

(V) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

$F(6) = 3 < 4$ $F(x) = \frac{1}{3}x + 1$

(V) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$

POIS NA FUNÇÃO PAR $F(x) = F(-x)$

(V) f não pode ser uma função ímpar

POIS F SENDO ÍMPAR $F(x) = -F(-x)$, ASSIM F(3) DEVERIA SER IGUAL A $-F(-3)$, MAS, $F(3) = 2$ E $-F(-3) = 0$ ENTÃO $F(3) \neq -F(-3)$

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(F) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par. F É PAR, MAS F(X) PODE SER UM INTEIRO NEGATIVO, ASSIM $F(x) = F(-x) = \mathbb{Z}^-$ E PORTANTO $F(x) + F(-x) = F(x) + F(x) = 2\mathbb{Z}^-$ LOGO $H(x) < 0$

(F) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par? MESMO CASO ANTERIOR

(V) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

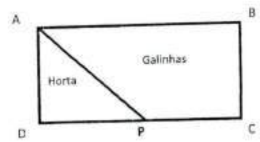
Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

$H(x) = F(x) + F(-x)$
$= F(x) - [-F(-x)]$
$= F(x) - F(x)$
$= 0$

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

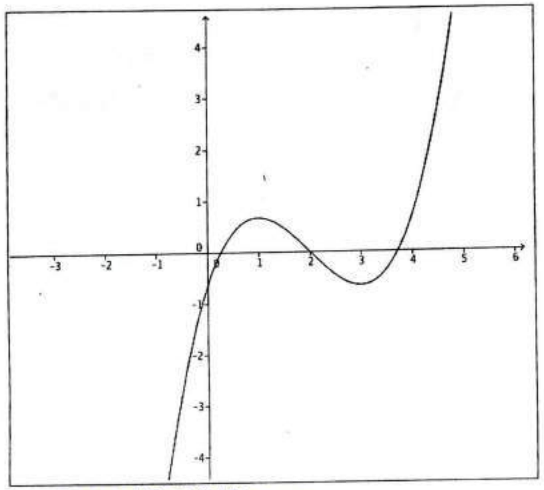
O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



CRESCENTE]-∞,1[U]3,+∞[

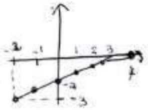
DECRESCENTE]1,3[

Aluno: Minie Turma 3AEL[Data___/___/___

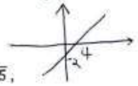
Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}



b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.



Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

$x = 0$

$y = \sqrt{-5}$ $x > 2,5$

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é impar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.

Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é impar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \rightarrow R$.

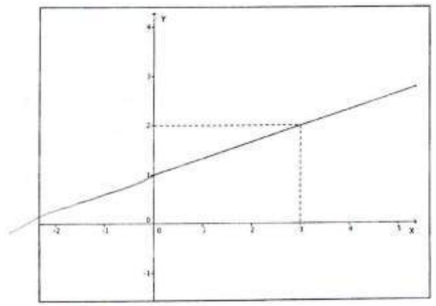


Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(√) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva $y = 1$

(√) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

(√) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$

(F) f não pode ser uma função ímpar

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.

(V) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

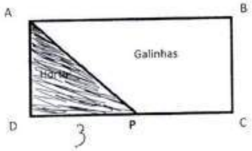
(V) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir? Talvez

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões? $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$\frac{0{,}5 \cdot 4}{2}$	1
1,2 m	$\frac{1{,}2 \cdot 4}{2}$	2,4
5,5 m	$5{,}5 \cdot 5/2$	11

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

Pode Não Pode ~~Não~~
d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ **m** Pode ← essa é a resposta

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 $0 < d \leq 8$

f) A área da horta depende do valor de **d**? Justifique

sim, o valor de d muda a área

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?

$d = 8$

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.

$A = \frac{d \cdot \overline{DA}}{2}$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema. $\frac{d \cdot 4}{2} = 7{,}4 \to 4d = 14{,}8$ $d = 3{,}7$

j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?

$\frac{d \cdot 4}{2} = 5 \to 4d = 10$ $d = 2{,}5$

k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2?

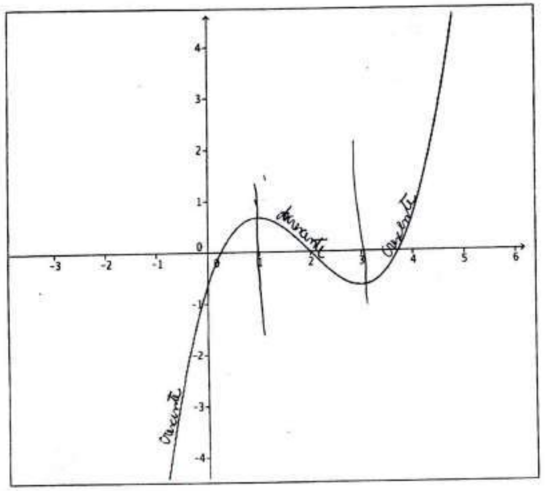
l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?

Aumenta

m) Que função o gráfico representa?

Questão 5

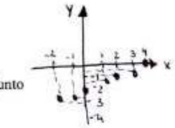
Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



Aluno: Pikachu Turma 3 AELT Data ___/___/___

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.



a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais.

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

$D(f) = \{x \in R / x \geq 2,5\}$ $I(f) = R_+$

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é impar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é impar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

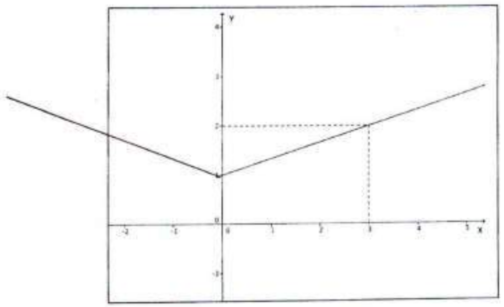


Figura 31: Gráfico para a questão 1

Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva $f(0)=1$

(V) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4 Pelo gráfico afirmamos que $f(6)<4$

(V) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$ Como $f(3)=2$, para que f seja par: $f(-3)=2$

(V) f não pode ser uma função impar Para que fosse ímpar: $f(0)=0$

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.
se f é par, $f(x)=f(-x)$, e como a soma de nºs pares ou dois números ímpares é um nº par, $h(x)$ é par

(V) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par? sim, pela mesma afirmação da anterior

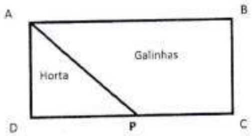
(V) Se a função f é impar, então $h(x) = 0$ para todo x.
Sim, pois $h(x)$ representa uma soma de simétricos

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

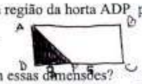
O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.



b) Qual a área da horta com essas dimensões? $\frac{3.4}{2} = 6 m^2$

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$\frac{4.0,5}{2}$	$1 m^2$
1,2 m	$\frac{4.1,2}{2}$	$2,4 m^2$
5,5 m	$\frac{4.5,5}{2}$	$11 m^2$

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ m

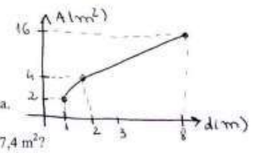
e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir? 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8
Qualquer valor maior que 0 e menor ou igual a 8

f) A área da horta depende do valor de **d**? Justifique
Sim, pela fórmula $\frac{b.h}{2}$ quanto maior for "d", maior será a área

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?
d = 8 m

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.
Área ADP = 2d

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.



j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?
2,5 m e 3,7 m

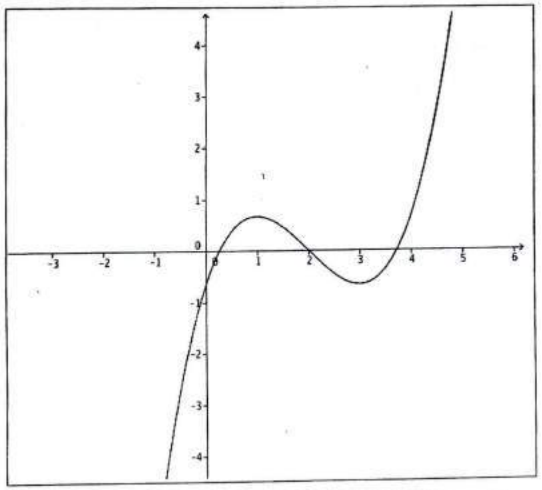
~~k) Qual a posição do ponto P para que a área da horta 5 m²? E 7,4 m²?~~

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?
Aumenta

m) Que função o gráfico representa?
Um segmento de reta

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



Apenas o intervalo onde x assume valores de 1 à 3 é decrescente, os outros intervalos são crescentes.

Aluno: Rosinha ou Pink Turma 3AEL1 Data ___/___/___

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4} Verso

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais. Verso

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$,

Verso

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

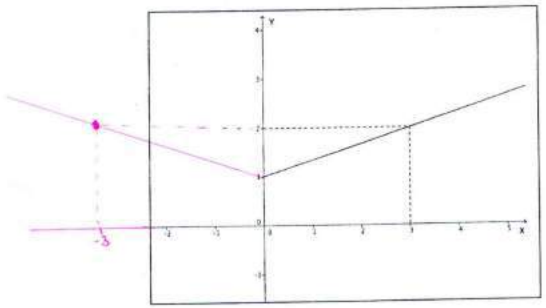
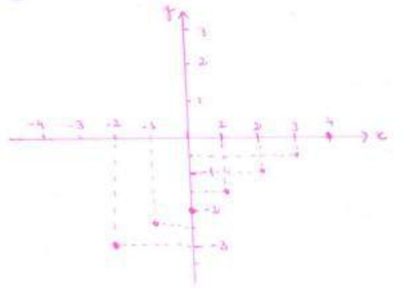


Figura 31: Gráfico para a questão 1

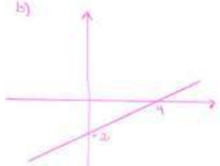
Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

1- a) $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$

x	y
-2	-3
-1	-2,5
0	-2
1	-1,5
2	-1
3	-0,5
4	0



b)



2- $2x - 5 \geq 0$
$2x \geq 5$
$x \geq \frac{5}{2}$
$x \geq 2,5$

Domínio → reais maiores ou iguais a 2,5
Imagem → reais positivos

(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva
$f(0) = 1$, $1 > 0$

(F) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4

$f(0) = a.0 + b = 1 \Rightarrow b = 1$
$f(3) = a.3 + 1 = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$
$f(6) = \frac{1}{3}.6 + 1 = 3$
$f(4) = \frac{1}{3}.4 + 1 = \frac{7}{3}$
$3 > \frac{7}{3}$

V ( ) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$
Como $f(3) = 2$, se f é par $f(3) = f(-3) = 2$

(F) f não pode ser uma função ímpar
Se $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$ para $x < 0$, f será ímpar

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.
$h(x) = f(x) + f(-x) = 2f(x)$, Logo $h(x)$ é par para qualquer x.

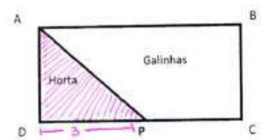
(F) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?
f é ímpar e não par, pois $h(x) = f(x) + f(-x) = 0$

(V) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.
$h(x) = f(x) + f(-x)$, como $f(x) = -f(-x)$, $h(x) = -f(-x) + f(-x) = 0$

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.



O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.

Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região. no desenho

b) Qual a área da horta com essas dimensões? $\frac{4.3}{2} = \frac{12}{2} = 6\,m^2$

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$\frac{4 \cdot 0,5}{2}$	1
1,2 m	$\frac{4 \cdot 1,2}{2}$	2,4
5,5 m	$\frac{4 \cdot 5,5}{2}$	11

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

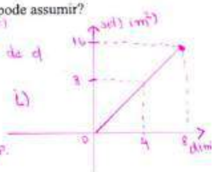
d = 0,1m;   d = 0m;   d = 8m; d = $\sqrt{2}$ **m**

e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?
O e 8m (0,1 se considerar 10cm como inteiro)

f) A área da horta depende do valor de **d**? Justifique
Sim, $A = \frac{b.h}{2}$, b = DP, h = AD. Como DP = d a área depende de d

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?
8m

i)



h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.
S(d) = 2d m^2, onde S(d) é a área do triângulo ADP.

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.

j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?
2d = 5 → d = 2,5m   2d = 7,4 → d = 3,7m

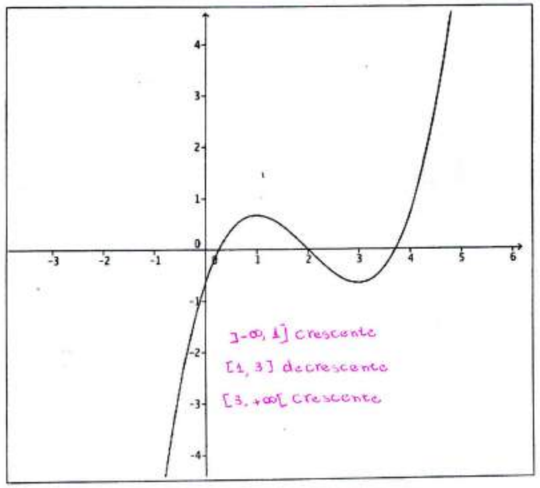
k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2?
Feito em j

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?
Aumenta

m) Que função o gráfico representa?
S(d) = 2d Para $0 \le d \le 8$.

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



]-∞, 1] crescente
[1, 3] decrescente
[3, +∞[crescente

Aluno: Pitágoras Turma 3AELT Data ___/___/___

Questão 1

Considere a função $f(x) = \frac{x-4}{2}$.

a) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ atrás

b) Esboce o gráfico dessa função, considerando como domínio o conjunto dos números reais. atrás

Questão 2

Determine o domínio e o conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{2x-5}$.

Questão 3

Uma função f é par se e somente se $f(x) = f(-x)$ para todo x de seu domínio. Uma função f é ímpar se e somente se $f(x) = -f(-x)$ para todo x de seu domínio.
Por exemplo, a função $f(x) = x^2$ é par e a função $g(x) = x^3$ é ímpar.

Abaixo está um pedaço do gráfico de uma função $f: R \to R$.

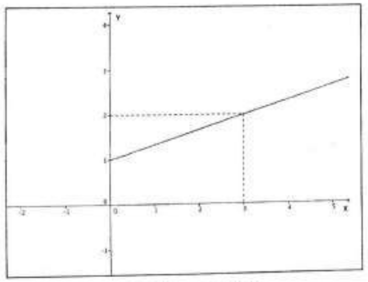


Figura 31: Gráfico para a questão 1

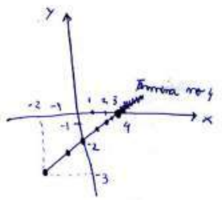
Para a uma função f representada nesse gráfico, diga se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

1) a) $f(-2) = \frac{-2-4}{2} = -3$ $f(2) = \frac{2-4}{2} = -1$

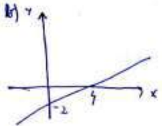
$f(-1) = \frac{-1-4}{2} = \frac{-5}{2}$ $f(3) = \frac{3-4}{2} = -\frac{1}{2}$

$f(0) = \frac{0-4}{2} = -2$ $f(4) = \frac{+4-4}{2} = 0$

$f(1) = \frac{1-4}{2} = -\frac{3}{2}$



b)



O terreno da horta tem o formato de um triângulo retângulo. Lembre-se que a área de um triângulo é expressa por: A = b.h/2

a) Desenhe, no retângulo, a região da horta ADP para o caso em que **P** esteja a 3 m do ponto D. Pinte esta região.

b) Qual a área da horta com essas dimensões? $\frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{12}{2} = 6\ m^2$

c) Represente a distância de **D** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para os valores escritos na tabela:

Distância d (m)	Escreva a expressão da área da horta	Área da horta (m^2)
0,5 m	$0,5 \cdot 4/2$	1
1,2 m	$1,2 \cdot 4/2$	2,4
5,5 m	$5,5 \cdot 4/2$	11

Sugestão: Represente a horta para cada valor de d no retângulo desenhado no item a.

d) Pode-se construir hortas no formado indicado para valores de **d** abaixo

d = 0,1m; d = 0m; d = 8m; d = $\sqrt{2}$ m exceto para $d = 0$. Sim

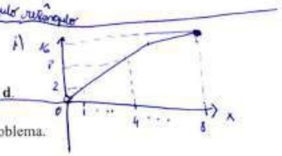
e) Quais os valores inteiros que **d** pode assumir? Quais os valores que **d** pode assumir?
Pode assumir valores de 1 a 8. Basta que seja um número positivo inteiro menor ou igual a 8.

f) A área da horta depende do valor de **d**? Justifique
Sim, o tamanho da base influencia na área do triângulo retângulo

g) Qual o valor de **d** correspondente a horta de maior área?
$d = 8$

h) Dê uma expressão para a área da horta ADP em função de **d**.
$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{d \cdot 4}{2} = 2d$

i) Esboce o gráfico que representa a situação descrita pelo problema.



j) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5 m^2? E 7,4 m^2?
$A = 2d$ $A = 2d$
$5 = 2d$ $7,4 = 2d$
$d = 2,5$ $d = 3,7$

k) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta 5 m^2? E 7,4 m^2?

l) A área da horta **ADP** aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do ponto **C**?
Aumenta

m) Que função o gráfico representa?
A função afim $A = 2d$ para d inteiro até 8

(V) A função f no ponto de abscissa $x = 0$ é positiva
pois conforme o gráfico $f(x)=1$ quando $x=0$

(V) A ordenada no ponto de abscissa 6 é menor que 4
aprox. 3,5

(f) Se f é uma função par, então $f(-3) = 2$
não satisfaz a condição de ser par

(f) f não pode ser uma função ímpar
não satisfaz ser ímpar

Esboce, agora, um complemento para o gráfico de f, à esquerda do eixo vertical supondo que f seja par.

Considere, agora, a função h definida por $h(x) = f(x) + f(-x)$. Descida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo, justificando sua resposta.

(V) Se f é uma função par e $f(x)$ é um número inteiro, então $h(x)$ é um número par.
a soma de dois inteiros iguais é um inteiro par

(V) Se $h(x)$ é um número par sempre que $f(x)$ for um número inteiro, então f é uma função par?

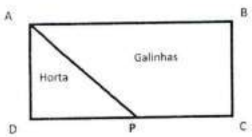
(f) Se a função f é ímpar, então $h(x) = 0$ para todo x.
pois completar a parte negativa para ser ímpar

Você acha que eles conseguem responder pelo menos alguns itens da questão a seguir?

Questão 4

O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 m por 8 m, divide seu terreno de modo a poder criar galinhas e cultivar hortaliças durante o ano todo. Para isso, ele fixou uma estaca num dos cantos do terreno (A) e ali prendeu uma das pontas de um rolo de tela, fixando a outra ponta numa estaca que fica num ponto qualquer (P) do lado oposto (CD). Conforme a sua necessidade, durante o ano, ele varia a localização desta ponta da tela que é móvel, ou seja, a do ponto P, sempre sobre CD.

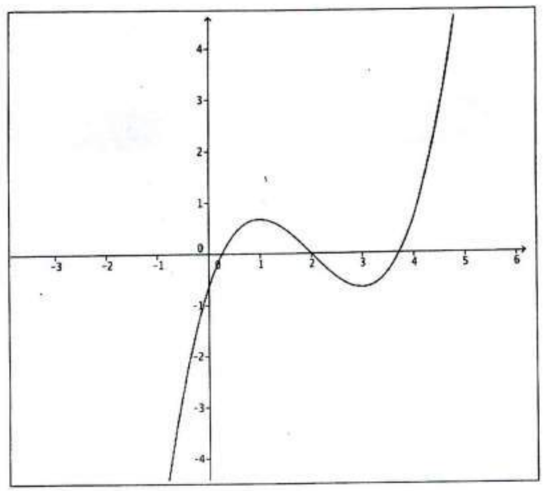
O retângulo, ao lado, representa a situação da divisão das regiões de utilização do sítio.



Considere as medidas dos lados CD = 8 m e BC = 4 m. Lembre-se, o ponto P, sua posição varia do ponto D até o ponto C.

Questão 5

Observe o gráfico abaixo e determine os intervalos onde a função é crescente/decrescente.



até o 1 → crescente
1 até 3 → decrescente
a partir de 3 → crescente