Carlos Augusto Santos Carvalho

Aspectos relevantes para uma história da evolução do currículo de Matemática na segunda metade do século XX - o caso do Colégio de Aplicação da UFRJ

Rio de Janeiro

2012

Carlos Augusto Santos Carvalho

Aspectos relevantes para uma história da evolução do currículo de Matemática na segunda metade do século XX - o caso do Colégio de Aplicação da UFRJ

Dissertação apresentada à coordenação de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Matemática

Orientador:
Prof. Dr. Gérard Émile Grimberg

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DA NATUREZA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

Rio de Janeiro

2012

Aspectos relevantes para uma história da evolução do currículo de Matemática na segunda metade do século XX - o caso do colégio de aplicação da UFRJ

por

Carlos Augusto Santos Carvalho

Orientador: Gérard Émile Grimberg

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Aprovada por

____

Prof. Dr. Gérard Émile Grimberg
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Orinetador

____

Prof.Dr. Flávio Dickstein
Universidade Federal do Rio de Janeiro

____

Prof.Dr. Prof. Dr. João Bosco Pitombeira de Carvalho
Universidade Federal do Rio de Janeiro

____

Prof. Dr. Victor Giraldo
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Agradecimentos

Ao meu orientador Gérard, pela paciência, boa vontade e por compartilhar seu conhecimento comigo.

À professora Daniela Assemany, coordenadora de Matemática do Colégio de Aplicação da UFRJ, pela disponibilidade em dirimir minhas dúvidas e por possibilitar meu acesso aos arquivos do Colégio e aos Professores Eduardo Wagner, Oswaldo de Assis Gomes, Flávio Dickstein e Walter Villa pelas entrevistas ou depoimentos concedidos

À Taissa, minha companheira, pelo incentivo ao recomeço e por compartilhar dos bons e maus momentos do período de elaboração desta dissertação.

Ao Arthur, meu sobrinho e artista plástico, pela contribuição nas fotografias dos documentos

Ao Álvaro, meu amigo de longa data, que me despertou para a história do Colégio de Aplicação

À Lilian Krakowski, por seu zelo em manter seus cadernos e pela gentileza em disponibilizá-los.

Ao Marcos Paulo, amigo mais recente e incentivador inestimável.

Aos membros da banca examinadora - Prof. Dr. Flávio Dickstein, Prof. Dr. João Bosco Pitombeira de Carvalho e Prof. Dr. Victor Giraldo - pelos comentários, críticas e sugestões pertinentes e valiosos

Aos meus filhos
Vicente, Miguel e à minha filha,
novo sol do meu entardecer,
Manuela.

Resumo

Este trabalho levanta alguns aspectos significativos na evolução dos currículos de Matemática adotados nos colégios do Rio de Janeiro, na segunda metade do século XX, tendo como referencia principal o Colégio de Aplicação da UFRJ. O trabalho faz uma breve análise sobre as leis federais que regeram o assunto, sobre a relação entre os exames vestibulares e os currículos de Matemática, sobre os livros didáticos adotados, além de analisar brevemente como estes fatores interferiram na constituição dos currículos do colégio analisado.
Palavras-Chave: Currículo de Matemática do Ensino Médio no século XX - Matemática no Colégio de Aplicação da UFRJ- História do Ensino de Matemática

Abstract

Having as main reference the Application School of UFRJ, this work raises some significant aspects in the evolution of mathematics curriculum adopted in schools of Rio de Janeiro in the second half of the twentieth century. The work is a brief analysis of federal laws that governed the issue on the relationship between the admission examinations and mathematics curriculum. The work also includes the textbooks adopted, and briefly examines how these factors interfere in the constitution of the college curriculum review.
Keywords: Curriculum Mathematics High School in the twentieth century - Mathematics in the College Application UFRJ-History of Mathematics Teaching

Sumário

1 *Introdução*

Nesta dissertação, estudamos a evolução dos conteúdos de Matemática no Ensino Médio. Mais precisamente, nos concentramos em aspectos que nos pareceram mais significativos na evolução desse currículo, entre 1942 e 2000.

A análise do tema com abrangência nacional seria tarefa demasiadamente ambiciosa; as desigualdades e especificidades com que essa evolução se deu nas diversas regiões do País, e mesmo dentro de uma unidade da Federação, nos impedem de realizar uma investigação global. Com efeito, as variações que o ensino da matemática de nível médio sofreu são inúmeras, e é relativamente recente a mais expressiva tentativa, no âmbito federal, através dos novos parâmetros curriculares nacionais de 1996, de discutir mais amplamente habilidades e competências que devam ser desenvolvidas no ensino. Para contornar tais dificuldades, a dissertação concentra seu foco na análise da evolução do currículo de um único Colégio, o Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio de Janeiro, antigo Colégio de Aplicação da Faculdade de Filosofia da UFRJ. Nossa escolha baseia-se nos seguintes fatos: o CAp-UFRJ possui um padrão de ensino reconhecido como excelente pela comunidade acadêmica; conta com um quadro de professores que também é reconhecido como um dos melhores do Rio de Janeiro; apresenta experiências exitosas em todas as áreas do conhecimento escolar; é um estabelecimento onde a aplicação dos programas escolares oficiais de Matemática sempre se deu de maneira efetiva.

O decreto 9053, de 2 de março de 1946, criou os ginásios de aplicação nas faculdades de Filosofia do País. Aproximadamente dois anos depois, em 20 de maio de 1948, sob a direção do professor Luiz Narciso Alves de Mattos, catedrático da cadeira de Didática Geral e Especial, era criado o Colégio de Aplicação da Universidade do Brasil, atual Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). O CAp foi fundado com a finalidade de ser um laboratório ou, como era denominado na época, um colégio de demonstração, em que fossem experimentadas novas metodologias e que funcionasse como centro de referência na formação de novos professores. Assim, a instituição surge como campo de estágio obrigatório para os licenciandos das antigas Faculdades de Filosofia[1] , além de possibilitar ao seu corpo docente o exercício de novas práticas

[1]A Faculdade Nacional de Filosofia foi fundada em 1939 e extinta em 1968. Até a data de sua extinção reunia

pedagógicas.

Seus professores foram responsáveis pela introdução de um novo método de ensino: o estudo dirigido[2] e participaram ativamente nas discussões nacionais sobre a pedagogia do ensino-aprendizagem, apresentando trabalhos relevantes nos congressos nacionais de ensino de matemática de 1955, 1957, 1959 e 1966. A divisão deste trabalho em duas partes se torna natural.

A primeira parte contempla o contexto que circunscreveu as decisões da instituição e sua relação com a evolução dos conteúdos de Matemática no estabelecimento, comportando: o quadro legislativo Federal, a influência dos diversos vestibulares na reorganização dos conteúdos matemáticos e a orientação geral da Direção do Cap-UFRJ, ao longo do período analisado.

A segunda parte diz respeito às decisões da coordenação pedagógica, na evolução dos currículos e no conteúdo dos livros didáticos que foram referência nas aulas de Matemática no estabelecimento.

Para a realização deste trabalho, utilizamos a documentação recuperada e arquivada pelo Programa de Estudos, Documentação, Educação e Sociedade, da UFRJ - Proedes, diários de classe e programas arquivados no colégio, além de uma bibliografia complementar. A documentação foi enriquecida pela memória viva do CAP-UFRJ: antigos professores e alunos que não se furtaram a dar depoimentos sobre o tema.

A leitura sobre as leis do ensino, a evolução dos vestibulares e o estudo dos livros didáticos permitiram a definição de uma periodização na evolução global.

(1) Entre 1951 e 1971, período situado entre duas leis federais sobre o assunto. Ele se caracterizou por uma forte expansão do ensino médio brasileiro, particularmente na década de 1960, e pela forte influência dos livros didáticos de Manuel Jairo Bezerra, Thales Mello de Carvalho, dentre outros;

(2) entre 1971 e 1985, período em que a Matemática Moderna se estabelece, sendo marcado no CAp pela escolha dos livros de Gelson Iezzi, Cid A.Guelli e Osvaldo Dolce. Mais tarde, em 1977-1978, estes livros dariam origem à série de dez volumes da coleção Fundamentos da Matemática Elementar, adotada pelo CAp-UFRJ.

(3) entre 1985 e 1996, anos caracterizados por um recuo no ensino da Matemática Moderna,

dez institutos da atual UFRJ: Matemática, Física, Química, Biologia, Letras, Geociências, Filosofia e Ciências Humanas, Psicologia, Comunicação e Educação.

[2]As turmas eram divididas em quatro grupos; cada grupo ficava sob responsabilidade de um licenciando do curso de matemática para a realização de um estudo dirigido por semana. Desta forma, a carga horária da disciplina matemática no ginasial era composta por “3 aulas regulamentares e um estudo dirigido por semana.”(RIBEIRO, 1957)

pelo reconhecimento do seu excesso de formalismo e pela realização dos primeiros vestibulares isolados e discursivos, pondo fim ao predomínio das provas de múltipla escolha. Estes fatos vieram acompanhados do lançamento de uma série de coleções de livros de Matemática para o ensino médio, dentre as quais a coleção Temas e Metas, de Antônio dos Santos Machado, adotada no CAp-UFRJ.

(4) A partir de 1996, quando o Congresso Nacional aprovou a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Em 1997, foram produzidos os Parâmetros Curriculares Nacionais +, PCNs+, que davam referências para a construção de um currículo de Matemática.

Essa periodização nos levou a definir três capítulos. Neste trabalho, procuraremos mostrar que tanto a evolução das leis federais quanto os vestibulares confirmam a escolha por essa divisão de períodos. No entanto e para isso, é necessário considerar o contexto histórico e o desenvolvimento das leis federais para depois estudar os conteúdos matemáticos. Assim, os três capítulos são: (I) O contexto histórico, (II) A evolução dos programas de Matemática no CAP-UFRJ e (III) A análise dos livros didáticos adotados em cada um dos períodos.

1.1 Procedimentos metodológicos e fontes

Como já dissemos anteriormente, em nosso trabalho, utilizamos o arquivo CAp, organizado pelo Proedes (Programa de Estudos e Documentação, Educação e Sociedade) vinculado à Faculdade de Educação da UFRJ. Tal arquivo conta com algum material sobre o ensino da Matemática no CAp desde a sua fundação até 1999: atas de reuniões, recortes de jornais, circulares internas e etc.

Após a análise e reflexão sobre o material obtido no Proedes, verificamos sua insuficiência no que tange aos currículos de Matemática que o CAp seguiu. Buscamos encontrar documentos que efetivamente nos mostrassem os currículos de Matemática no período abordado. Do próprio CAp, obtivemos diários de classe originais, que serviram como fonte documental de nosso trabalho para a o período entre 1985 e 2000. Ali estavam lançados os conteúdos que foram ministrados aos alunos, resultados de avaliações e comentários dos professores. Para as décadas de 1950 e 1960, contamos com a contribuição do professor Oswaldo de Assis Gomes, ex professor do CAp- UFRJ entre 1957 e 1968, que nos atendeu por diversas vezes, dirimindo dúvidas através de correio eletrônico, com o depoimento do Professor Flávio Dickstein e ex-aluno do colégio, além das anotações das aulas de Matemática e do depoimento oral da ex- aluna Lilian Krakowski.

Para as décadas de 1970 e 1980, contamos com os depoimentos dos professores Walter Villa Filho, ex- professor do CAp entre 1971 e 1996 e do professor Eduardo Wagner que, apesar de não ter sido professor do colégio, reconhecidamente teve e tem atuação destacada no ensino de matemática de nível médio, desde 1967. Contamos também com depoimento oral e a colaboração da professora Daniella Assamany, atual coordenadora de Matemática do CAp.

Na análise dos livros didáticos contamos com uma entrevista, via correio eletrônico, do professor Gelson Iezzi, autor de um dos livros que foram adotados no CAp-UFRJ, no período .

O estudo de uma bibliografia sobre a história da educação e a leitura de documentos oficiais e leis que abrangem a evolução do ensino no Brasil, particularmente após 1948, data de fundação do CAp, foram fundamentais para entendermos de que forma o ensino de Matemática evoluiu no Colégio. Tipologia das fontes:

Fontes primárias:

- Arquivo CAp (Proedes)
- Arquivo CAp (diários de classes)
- Arquivo pessoal de ex-professores
- Arquivo pessoal de ex-alunos
- Entrevistas e depoimentos de ex- alunos e ex-professores do CAp e de cursos pré-vestibulares ;
- Entrevista com autores de livros didáticos

Fontes secundárias:

- Educação e política no Brasil
- Manuais didáticos
- Sobre as Leis que regeram o ensino no período

2 O Contexto Histórico

As mudanças curriculares ocorridas no CAp-UFRJ, foram determinadas principalmente pelas leis federais que regeram o ensino nos diferentes períodos. No entanto, nem sempre o Estado se manifestou concretamente em relação aos currículos disciplinares, permitindo que, em alguns períodos, os exames vestibulares acabassem por ter forte influência nas matérias que deveriam ser lecionadas nos colégios. Além disso, o próprio CAp-UFRJ exerceu certa autonomia na condução de suas práticas docentes. Assim, para facilidade e melhor sistematização de nossa análise, dividiremos cada um dos capítulos em três partes (1) A evolução do quadro legislativo, (2) A evolução dos vestibulares e a sua possível interferência nas modificações dos currículos de Matemática e (3) As orientações gerais do CAp-UFRJ.

2.1 A evolução do quadro legislativo

O Colégio de Aplicação da Faculdade de Filosofia da Universidade do Brasil foi fundado em 1948, sob a égide da chamada lei Capanema ou Reforma Capanema de 1942. Do ponto de vista do estudo da evolução do currículo de Matemática a partir da fundação do Colégio, há determinações do estado federal em 1951, por meio de duas portarias ministeriais[1] ; em 1961, quando foi promulgada a primeira lei de diretrizes e bases da educação nacional, que não alterou ou pretendeu alterar o currículo preconizado pelas portarias de 1951; em 1971, através da lei 5692/71 que, apesar de delegar o poder de legislar sobre currículos ao conselho federal de educação e às secretarias estaduais de educação, é uma referência para as mudanças ocorridas nos currículos que, alguns anos antes, incorporaram elementos da Matemática Moderna; em 1982, quando nova lei federal foi promulgada e, mais uma vez, o Estado Federal não se manifestou de maneira concreta em relação ao currículo de matemática do ensino médio, mas que se destaca por dois aspectos: reconheceu o fracasso da implementação da lei 5692/71 naquilo que se refere à profissionalização e, sob o aspecto temporal, marcou o fim do ensino dos elementos de cálculo no segundo grau; e, em 1997, com a edição dos Parâmetros curriculares nacionais +,

[1]Portarias ministeriais 966 de 2/10/1951 e 1045 de 14/12/1951(ANEXO 2)

PCNs+, que sugerem uma programação para o ensino de matemática de nível médio.

Desta forma, estudarermos as leis dividindo-as em períodos que percebemos como significativos, isto é, períodos em que houve alterações nos currículos de matemática de nível médio:

1. Entre 1942, ano da promulgação da Lei Capanema que organizava e instituía um currículo para o curso secundário e 1971, ano que detectamos como aquele que marca o fim do ensino da Geometria Descritiva e institui formalmente a Matemática Moderna no currículo do CAp-UFRJ;

2. Entre 1971 e 1997, período no qual houve uma autocrítica em relação ao excesso de formalismo do ensino da Matemática Moderna e que também deu fim ao ensino dos elementos de cálculo, e

3. a partir de 1997, já com o ensino sob orientação dos novos parâmetros curriculares nacionais.

2.1.1 O período 1942 - 1951

A primeira das leis educacionais que marcam o período por nós estudado ficou conhecida por Reforma Capanema de 1942. Por iniciativa do Ministro da Educação de Getúlio Vargas, Gustavo Capanema, em pleno Estado Novo, são reformados alguns ramos do ensino. Estas Reformas receberam o nome de Leis Orgânicas do Ensino, e foram compostas por alguns Decretos-lei, em particular o de número 4244 de 9/4/1942, que regulamentava o ensino secundário. O ensino ficou composto por cinco anos de curso primário e sete de ensino secundário; quatro de curso ginasial e três de colegial, nas modalidades de clássico ou científico. Um dos propósitos da nova lei era revitalizar a formação humanista, estabelecendo como finalidade do ensino secundário: "formar nos adolescentes uma sólida cultura geral, marcada pelo cultivo a um tempo das humanidades antigas e das humanidades modernas, e bem assim, de neles acentuar e elevar a consciência patriótica e a consciência humanística" (BRASIL, 1952, p. 21).

A reforma Capanema veio para corrigir os rumos e reorganizar o ensino, até então regido por outra lei, promulgada em 1931, conhecida como Reforma Francisco Campos. Para entendermos melhor o que ocorreu na Reforma Capanema, faremos uma breve digressão sobre a lei anterior a ela. A reforma Francisco Campos de 1931 instituía o ensino secundário, ministrado então no Colégio Pedro II e em outros colégios sob inspeção oficial, dividindo-o em dois cursos seriados: fundamental e complementar. O ensino fundamental era realizado em cinco anos e o complementar em dois anos. O curso complementar, obrigatório para aqueles que pretendessem ingressar no ensino superior, era dividido em três grandes áreas: Pré- Médico, Pré-Politécnico e Pré- Jurídico Ao longo de dois anos de estudo intensivo, com exercícios e trabalhos práticos individuais, como atesta o parágrafo 4 da lei, o curso complementar compreendia as seguintes matérias: Alemão ou Inglês, Latim, Literatura, Geografia, Geofísica ou Cosmografia, História da Civilização, Matemática, Física, Química, História natural, Biologia geral, Higiene, Psicologia e Lógica, Sociologia, Noções de Economia e Estatística, História da Filosofia e Desenho.

O programa de Matemática dos cursos complementares da Reforma de 1931, fortemente calcado naquilo que se fazia no Colégio Pedro II, cobria desde as noções de números irracionais até equações de derivadas parciais, passando por noções de cálculo vetorial e transformações de coordenadas no plano. O anexo 1, traz um quadro com os programas completos dos cursos pré-médico e pré-politécnico, cursos em que a Matemática era efetivamente ministrada. A reforma Francisco Campos representou a modernização do ensino secundário, tutelada pelo estado. Pela primeira vez no país, houve uma centralização e homogeneização do ensino secundário (ROMANELLI, 1993, p. 131)

A reforma educacional implementada por Francisco Campos é creditado o mérito de, pela primeira vez, ser colocada em prática no sistema educacional brasileiro uma estrutura orgânica, que foi imposta a todo o sistema educacional do país, dando início à ação objetiva do Estado na Educação Se, por um lado, Francisco Campos acolheu, em sua reforma, ideias modernas e liberais que sopravam da Europa e Estados Unidos, tais como a utilização de métodos ativos e individualizantes no processo de aprendizagem e um programa de Matemática construído a partir de concepções modernas, por outro lado, de 1937, como ministro da Justiça de Getúlio Vargas, foi o principal elaborador da Constituição, sustentáculo jurídico do Estado Novo (DALLABRIDA, 2009, p. 190).

A reforma Francisco Campos representou a concretização da modernização do ensino secundário desejada por alguns grupos sociais desde o final do século XIX e, particularmente, na década de 1920, quando emergiu um instigante debate político e educacional. Ela teve a marca de seu idealizador na medida em que realizou uma centralização e homogeneização do ensino secundário inédita em nível nacional, tonificando o Estado educador.

As posições de Gustavo Capanema nasceram do debate que se estabeleceu no país em 1935 sobre o sentido e a orientação do sistema educacional brasileiro. De um lado, os chamados Escolanovistas, como Anísio Teixeira, Manuel Bergström, Lourenço Filho e Fernando de Azevedo, defendiam uma educação igualitária sob a responsabilidade do Estado. Do outro, situava-se o movimento católico, liderado por Alceu Amoroso Lima, propugnando o ensino religioso e livre da tutela do Estado. Segundo Schwartzman (1983):

> Capanema jamais se decide de maneira totalmente explícita, mas o peso da influência de Alceu é, sem dúvida, o predominante

Capanema foi contrário à criação da Universidade do Distrito Federal (UDF), concebida por Anísio Teixeira durante a gestão de Pedro Ernesto na prefeitura da capital da República, então Rio de Janeiro.

A reforma do ensino secundário dá ênfase ao ensino humanístico de tipo clássico, em detrimento da formação mais técnica. Na conferência de 1937, realizada no Colégio Pedro II, o ministro chamava a atenção para a necessidade de "acentuar o caráter cultural do ensino secundário de modo que ele se torne verdadeiramente o ensino preparador da elite intelectual do país. Para isso, força é excluir toda a preocupação de enciclopedismo, que é de natureza estéril, para que tomem o primeiro lugar, no programa secundário, sólidos estudos das clássicas humanidades."

Um fato importante era a distinção que se fazia na época entre o ensino secundário e outras formas de ensino, tais como o ensino comercial, agrícola e industrial. O ensino secundário deveria ter um conteúdo essencialmente humanístico, estaria sujeito a procedimentos bastante rígidos de controle de qualidade, e era o único que dava acesso à universidade.

Aos alunos que não conseguissem passar pelos exames de admissão para o ensino secundário, restaria a possibilidade de ingressar no ensino industrial, agrícola ou comercial, que deveria prepará-los para a vida do trabalho. Na realidade, só o ensino comercial, dentre estes, adquiriu maior extensão. Era um ensino obviamente de segunda classe, sobre o qual o ministério colocava poucas exigências, e nem sequer previa uma qualificação universitária e sistema de concursos públicos para seus professores, como deveria ocorrer com o ensino secundário. A Lei Orgânica do Ensino Secundário de 1942 manteria este entendimento restritivo do que era o ensino secundário, e proibia o uso das denominações "ginásio"e "colégio"aos demais estabelecimentos de nível médio (SCHWARTZMAN, op. cit.).

Ainda segundo Schwartzman et al. (2000, p. 204-2019), para a redação da Lei Orgânica do Ensino Secundário, Capanema elaborou algumas diretrizes para aqueles que iriam formular os programas específicos das diversas disciplinas didáticas. Uma delas dizia que deveriam servir à orientação política do Estado, especificando que a disciplina visava a dar ao aluno de um modo geral, e de modo especial, uma educação para a pátria. Os formuladores dos programas de algumas disciplinas tiveram muita dificuldade em atender ao pedido do Ministro. Mesmo assim, a título de curiosidade, podemos encontrar numa proposta de programa para o ensino de Matemática no ginásio, uma tentativa na redação de seus objetivos: visar o espírito patriótico pela associação nos exercícios da disciplina, das realizações de grandes brasileiros no domínio

da técnica, da economia e dos estudos matemáticos.
(Fonte: Arquivo Gustavo Capanema, dossiê Reforma do Ensino Secundário)

A Lei Orgânica do Ensino Secundário, de 9 de abril de 1942, Reforma Capanema, rearranjou a estrutura do ensino secundário estabelecida pela Reforma Francisco Campos. Houve uma revalorização do ensino humanístico e ênfase nos conteúdos nacionalistas - condicionada pela atmosfera do Estado Novo, mas o ensino secundário não alterou substancialmente os seus propósitos e a sua estrutura (SCHWARTZMAN et al., op. cit., p. 204-2019)

A grade curricular dos cursos Clássico e Científico, estampadas na lei, demonstrava a manifestação preferencial do estado pelas disciplinas de humanidades:

Curso Clássico			Curso Científico		
1ª Série	2ª Série	3ª Série	1ª Série	2ª Série	3ª Série
Português	Português	Português	Português	Português	Português
Latim	Latim	Latim	Francês	Francês	
Grego	Grego	Grego	Inglês	Inglês	Filosofia
Francês/Inglês	Francês/Inglês	Filosofia	Espanhol	Desenho	Desenho
Espanhol	Espanhol	Geog. do Brasil	Biologia	Biologia	
Matemática	Matemática	Matemática	Matemática	Matemática	Matemática
Física	Física	Física	Física	Física	Física
Química	Química	Química	Química	Química	Química
Hist. Geral	Hist. Geral	Hist. Geral	Hist. Geral	Hist. Geral	Hist. do Brasil
Geog. Geral	Geog. Geral	Geog. Geral	Geog. Geral	Geog. Geral	Geog. do Brasil

Tabela 2.1: Lei Orgânica do Ensino Secundário 1942

Após a exposição da grade horária para os dois cursos de nível médio, a lei em seu artigo 17 ainda advertia que:

> As disciplinas comuns aos cursos clássico e científico serão ensinadas de acordo com um mesmo programa, salvo a matemática, a física, a química e a biologia, cujos programas terão maior amplitude no curso científico do que no curso clássico, e a filosofia, que terá neste mais amplo programa do que naquele.

Outro aspecto da lei que deve ser mencionado é o seu caráter propedêutico, ressaltado quando diz que outro objetivo seu, era: “Dar preparação intelectual geral que possa servir de base a estudos mais elevados de formação especial”. (BRASIL, 1952, p.21)

A lei, desde a sua redação, conciliava um ensino humanístico, voltado para a formação do espírito dos jovens, com um caráter de preparação para um curso superior.

Após sua promulgação, as aulas para o Ensino Secundário passaram a ser ministradas em locais específicos denominados Colégios e, a partir daí, o curso secundário passou a ser conhecido também como curso colegial. As finalidades e a organização do ensino das matérias científicas (Ciências Naturais e Matemática), segundo a lei, seriam voltadas para a formação do espírito científico, definido com as seguintes atribuições: curiosidade, desejo da verdade, compreensão da utilidade dos conhecimentos científicos e capacidade de aquisição destes conhecimentos.

Em março de 1943, os programas de Matemática para os cursos Clássico e Científico foram expedidos. Na primeira série, de ambos os cursos, eram abordados: Aritmética Teórica, Álgebra e Geometria. Na segunda série, Álgebra, Geometria e Trigonometria e na terceira série, Álgebra, Geometria e Geometria Analítica. Os conceitos eram apresentados da mesma maneira para as duas opções de curso, na forma de matérias agrupadas e interdependentes.

A Reforma Capanema, ao reorganizar o ensino médio, transformando o antigo curso fundamental de cinco anos no curso ginasial de quatro anos e o antigo curso complementar de dois anos no curso colegial de três anos, simplificou os conteúdos vistos até então.

Com a divisão proposta pela Reforma de 1942, a predominância recaiu sobre o curso científico, reunindo cerca de 90% dos alunos do colegial (PILETTI, 1996, p. 90)

A Reforma Capanema estruturou um currículo de Matemática de nível médio que deveria ser adotado em todos os colégios Brasileiros. Participou na elaboração deste currículo o Professor Euclides Roxo, homem com trânsito fácil entre os ministros de Getúlio Vargas. Sua importância deve-se a publicação em 1937 do livro de sua autoria: “A Matemática da Educação Secundária”, um verdadeiro libelo contra a tradição e o dogmatismo, e que se enraizou de tal forma que algumas práticas e idéias da matemática escolar adotadas na atualidade são legadas de sua obra. Segundo Carvalho et al. (2000, p. 417),

> Seu livro A Matemática na educação secundária não envelheceu, parece escrito hoje, e os problemas que levanta são problemas da educação matemática de nossos dias. Roxo foi um homem de visão, moderno, que lutou contra as limitações do meio; foi coerente e determinado em suas convicções e conseguiu fazer com que suas idéias fossem em parte adotadas. Embora não conseguindo implementá-las integralmente, sua atuação e sua influência marcaram fortemente o ensino de Matemática no Brasil.

2.1.2 Euclides Roxo e a Reforma Capanema

Impossível compreender o marco legal do ensino da Matemática de nível médio sem levar em conta a contribuição do professor Euclides de Medeiros Guimarães Roxo. Sergipano de Aracaju viveu entre 1890 e 1950, reconhecido como estudante e professor de especial brilho.

Em 1919, aos 29 anos já era catedrático do Colégio Pedro II e, em 1925, seu Diretor. Em 1937 foi nomeado Diretor do Ensino Secundário no Ministério da Educação e Saúde. Foi membro do Conselho Nacional de Educação e Presidente da Comissão Nacional do Livro Didático.

Do ponto de vista da legislação, a importância de Euclides Roxo para a história da Educação Matemática tem início em 15 de janeiro de 1929, quando uma proposta sua ganha contorno legal através do decreto 18564, que faz com que as antigas três áreas de ensino da Matemática, no Colégio Pedro II, Aritmética, Álgebra e Geometria, unifiquem-se numa só: Matemática.

> Considerando que um dos pontos capitais da nova orientação está em acabar com a divisão da ciência Matemática em partes distintas e separadas (Aritmética, Álgebra, Geometria); Considerando que, à luz das modernas idéias pedagógicas, “a ciência Matemática sob as suas três faces, numérica, simbólica e gráfica - é uma só e não é conveniente, sob o ponto de vista didático, separá-la por divisões estanques ou dogmáticas, em Aritmética, Álgebra e Geometria, mas antes convém, tanto quanto possível, expor os mesmos princípios sob os três pontos de vista, dando forma concreta ao ensino, procurando, em uma palavra, fazer entrar a Matemática ’pelos olhos’ até que o aluno se ache bastante exercitado para tratar as questões de um modo abstrato” Trecho de uma ata de reunião de professores do colégio Pedro II, presidida por Euclides Roxo em 1927. (SOUZA, 2009)

O programa da nova disciplina escolar introduz o estudo das noções de funções, principalmente na sua forma gráfica, noções de coordenadas e de geometria analítica e de cálculo diferencial e integral. Este último, nas séries finais do ensino secundário de então, anterior à Reforma Francisco Campos, que era formado por seis séries, no qual os cinco primeiros anos preparavam para o vestibular de admissão às escolas superiores e o sexto ano era reservado aos que desejavam o título de bacharel.

Como já dissemos, em 1937, Roxo publicou o seu principal livro denominado A Matemática na Educação Secundária (ROXO, 1937), que expunha suas idéias sobre Educação Matemática, referindo-se à unidade da Ciência Matemática, baseado no princípio unificador do Matemático alemão Félix Klein. Entre as mudanças metodológicas propostas por Euclides Roxo, a mais importante foi a articulação entre os conceitos de Aritmética, Álgebra e Geometria a partir da fusão desses diferentes ramos. Além disso, Euclides Roxo considera o conceito de função como um dos fundamentais no ensino secundário e capaz de ser o unificador da Matemática na escola. Para reforçar a visão da necessidade de tratar o conceito de função de um ponto de vista das transformações geométricas, e não só do ponto de vista da análise, Roxo (1937), cita Klein:

> Sim, meus senhores, estou plenamente convencido de que o conceito de função, sob forma geométrica, deve ser a alma do ensino da matemática na escola secundária! Em torno dessa noção, agrupam-se facilmente todos os assuntos a

> ensinar em matemática e esta se vem, muitas vezes, ressentindo, até aqui, da falta de uma conexão devidamente planejada (ROXO, 1937, p.178)

Segundo Carvalho et al. (2000), o verdadeiro objetivo de Klein, quanto ao movimento de reforma, era melhorar o ensino de Matemática nas Universidades . Para isso, seria necessário que desde o ensino secundário, os alunos começassem a lidar com as noções básicas do Cálculo, integrando o ensino secundário ao ensino universitário pondo em prática uma efetiva progressão didática do ensino de Matemática

Em uma manobra sagaz, Klein não defendeu diretamente a inclusão do cálculo no ensino secundário. Em vez disso, concentrou sua pressão na introdução do conceito de função e seu uso no ensino secundário, certo de que então os próprios professores deste nível de ensino, entusiasmados com a exploração do conceito de função se mobilizariam e apoiariam a introdução de noções de cálculo no ensino secundário.

Ao contrário dos autores de então - e os de hoje também - Roxo se negava a ver a Trigonometria como um ramo independente da matemática, uma quarta área que viria a se juntar à Aritmética, à Álgebra e à Geometria. Admitia que a Trigonometria devesse ser ensinada no curso secundário apenas sob o ponto de vista utilitário, à medida que os conceitos básicos da trigonometria surgissem no desenvolvimento teórico da Álgebra ou Geometria. Para ele, o único aspecto que poderia ser considerado como Trigonometria dizia respeito à resolução de triângulos, pois todo o restante poderia se enquadrar na Álgebra ou na Geometria, justificando, assim a sua inclusão como um capítulo da Geometria.

> Muitas das idéias que Roxo defendia, desde a reforma implantada por ele, em 1929, no Colégio Pedro II, foram mantidas nas Reformas Campos e Capanema e sobreviveram até hoje, notadamente o ensino de Matemática em todas as séries do currículo e a apresentação dos grandes blocos da Matemática escolar - aritmética, álgebra, geometria e medidas, em cada série, sem a divisão rígida anterior, de anos de escolaridade reservados para cada um desses blocos. (CARVALHO et al., 2000)

As posições kleinianas de Euclides Roxo, como veremos na seção abaixo, sofreram restrições e algumas delas não resistiram às vontades dos mandatários do poder na época da formulação da lei Capanema. Euclides Roxo abriu mão de muitas de suas convicções face às opiniões do Ministério da Educação.

2.1.3 A Reforma Capanema: o novo currículo de Matemática

As modificações curriculares no ensino da Matemática de nível médio e a opção pelo conjunto de temas que são desenvolvidos hoje em quase todos os colégios são marcadas por eventos curiosos, mas, nem por isso, pouco relevantes.

A lei Capanema de 9 de abril de 1942 previa a criação de uma comissão para a elaboração dos programas dos cursos ginasial e colegial, que foi criada em 27 de abril do mesmo ano, tendo entre seus membros o Professor Euclides Roxo e um representante dos militares, o Coronel Pedro Serra. Antes da formalização dessa comissão, as discussões sobre o novo programa já corriam à solta. Segundo Dassie e Rocha (2003), em 1^o de abril de 1942, o Inspetor de Ensino do Exército, Isauro Reguera, enviou ofício ao então Ministro da Guerra, Eurico Gaspar Dutra, relatando uma reunião de professores de matemática. De acordo com o documento, a reunião tratou da nova lei do ensino secundário, mais especificamente, da elaboração dos programas de Matemática. Segundo Isauro Reguera,

> "Nas instruções que a ele foram dadas ficou patente que deveria escutar atentamente os fundamentos, razões, motivos e argumentos que justificassem o agrupamento em uma só aula das partes da matemática elementar que se ministram no ciclo em apreço; sem discutir pontos de vista"

. A reunião foi presidida por Gustavo Capanema, que, de início, justificou a presença do representante ministerial, e declarou que o General Eurico Gaspar Dutra, então ministro da guerra de Getúlio Vargas e depois o primeiro presidente eleito após o estado novo (1946-1951), achava indispensável o desdobramento da aula de Matemática em Aritmética, Álgebra e Geometria com o complemento Trigonométrico, consoante os fundamentos científico, histórico e estatístico. Tais fundamentos foram apresentados nessa reunião, que contou com a presença de Euclides Roxo. Segundo Dassie e Rocha (2003), a posição de Euclides Roxo não agradou aos militares.

Infelizmente o professor Roxo fechou a questão, limitando-se a dizer que era matéria vencida; e assim procediam alemães e americanos que lecionavam partes simultaneamente, sem seriação. Em 24 de abril de 1942, Isauro Reguera, a pedido do Ministro da Guerra, em ofício agora endereçado a Gustavo Capanema, reafirma o posicionamento dos militares em relação à seriação do ensino de matemática.

O que nos mostra que Euclides Roxo, até então defensor aguerrido de um ensino da matemática mais integrado e das idéias de Félix Klein, em relação à fusão das partes da Matemática em uma única disciplina, se viu obrigado a recuar diante da posição dos militares, que não cogitavam discutir suas convicções a cerca da divisão do ensino de Matemática.

O Livro Matemática para o segundo ciclo (ROXO et al., 1945), amplamente adotado pelos colégios públicos do Brasil, traz uma advertência, logo em sua introdução, cujo ultimo parágrafo reproduzimos abaixo:

> Finalmente, deverá ser frizado (sic) que os atuais programas do 2^o Ciclo são compostos de partes nitidamente distintas que compreendem: Aritmética teórica, Álgebra elementar e complementar (incluída a teoria das equações), Geometria elementar, Trigonometria, Álgebra vetorial e Geometria analítica. Por isso, com o fim de manter, na exposição de cada um desses ramos, a indispensável unidade didática, julgaram os autores, do melhor alvitre, dividir a tarefa tal como é indicado em cada uma das partes.

Ao expedir os programas de Matemática dos cursos clássico e científico, a Reforma Capanema faz com que temas matemáticos outrora presentes sofram uma grande alteração. Ocorre um processo de agrupamento, seriação e criação de "unidades didáticas" interligadas, dentro dos ramos matemáticos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria. Temas como o Cálculo Vetorial, anteriormente presente no programa do curso pré- politécnico, sob a forma de operações com vetores e aplicações, são deixados para serem ensinados como matéria do ensino superior, apenas permanecendo a idéia de vetor no início do tema Trigonometria.

Para entendermos melhor as diferenças entre os programas de Matemática apresentados pela reforma Capanema e os programas anteriormente praticados nos cursos Pré-Médico , Pré-Politécnico e Pré- Jurídico, devemos observar que estes cursos tinham um caráter de preparação do aluno para a vida universitária. Tais cursos eram ministrados em prédios anexos às universidades. A Reforma Capanema transformou uma listagem de temas, que eram ministrados anteriormente à sua promulgação, em disciplinas organizadas didaticamente, fundando o ensino de segundo grau no Brasil sob bases razoáveis e não sujeitas exclusivamente às vontades das universidades. Um exemplo ilustrativo dessa situação era o Curso de Cálculo a uma Variável e Análise na Reta, que eram ministrados, quase que na íntegra, no curso pré-politécnico. No anexo 2 são apresentados quadros comparativos dos tópicos abordados antes e depois da Reforma Capanema.

Devemos ressaltar mais uma vez a importância do trabalho e da atuação de Euclides Roxo tanto na Reforma Campos quanto na Reforma Capanema, pois segundo Carvalho J.B.P. F (2004, p. 141)

> Malgrado as resistências levantadas na época, duas idéias defendidas por Euclides Roxo perduram até hoje: o estudo simultâneo - e preferencialmente integrado- das várias áreas da matemática elementar, e a presença da matemática em todas as séries do currículo. A existência de um currículo nacional obrigatório, definido pela congregação do Colégio Pedro II (contra o qual se insurgiu mais tarde a congregação da Faculdade Nacional de Filosofia), obrigou todos os estabelecimentos de ensino secundário do país a seguirem os novos programas, e determinou a todos os autores de livros para o ensino secundário a adaptarem-se a estes programas.

O que Carvalho ressalva é que, a partir da promulgação da Lei, os textos só poderiam ser adotados pelos colégios se estivessem de acordo com o programa oficial, o que acarretou que, dentro de poucos anos, a aceitação dos novos programas fosse quase uma unanimidade.

Euclides Roxo, segundo ainda Carvalho, provavelmente não teria tido sucesso em suas reformas fora do ambiente autoritário em que o país vivia. As reformas Campos e Capanema foram realizadas de cima para baixo, sob a proteção e aval do Estado Novo.

Os programas expedidos em 16 de março de 1943 estiveram em vigor durante muito tempo, sofrendo apenas algumas adaptações em 1951, com a assinatura de das duas portarias ministeriais já citadas. Uma mudança, na prática, só ocorreria a partir de 1967, quando a matemática moderna, num fenômeno internacional, se insinuava nos currículos escolares e, independentemente da vontade do estado, se estabelecia. Mas, antes disso, a lei de diretrizes e bases da educação foi promulgada.

2.1.4 A Lei de Diretrizes e Bases de 1961

A aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional se deu após treze anos de discussões (1948 a 1961) no Congresso Nacional. Neste período, a sociedade brasileira experimentou, com o governo de Juscelino Kubitschek (1956-1961), um período de notável desenvolvimento econômico e relativa estabilidade política. Com um estilo de governo inovador, Juscelino, segundo Stormovsky (2011), no seu primeiro dia de mandato, JK criou o Conselho de Desenvolvimento Nacional responsável por formular o Programa de Metas, implementado entre 1956 e 1961, considerado o primeiro plano de governo a integrar diferentes áreas (energia, educação, alimentos, industria de base e transporte). JK construiu em torno de si uma aura de simpatia e confiança entre os brasileiros. A construção de Brasília, a abertura da economia e das fronteiras produtivas, permitindo a entrada de recursos em forma de empréstimos e também em investimentos, com a instalação de empresas multinacionais, foram alguns dos feitos de seu governo. Com um crescimento médio de 7,8% ao ano, JK apostou na instalação da indústria automobilística, abriu 20 mil quilômetros de rodovias, três mil de ferrovias, aumentou 15 vezes a produção de petróleo e ergueu as hidrelétricas de Furnas e Três Marias. Uma empresa nacional que ganhou grande destaque foi a Fábrica Nacional de Motores (FNM), instalada em 1942 e dinamizada durante o seu governo.

O vertiginoso crescimento das cidades expressava a meta de Juscelino, notabilizada no seu lema de governo: 50 anos em 5. A sociedade brasileira começava sua trajetória efetiva de urbanização, com todas as conseqüências daí advindas, dentre as quais uma forte demanda por educação e emprego. O gráfico abaixo ajuda a entender melhor esse processo

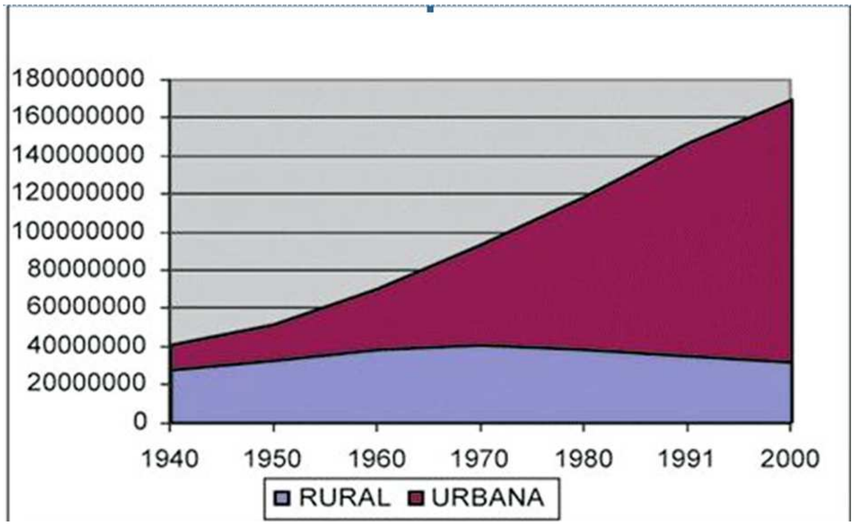


Figura 2.1: Fonte: Brasil, Evolução da População Urbana 1940 - 2000. revistaescola.abril.com.br

A pressão demográfica sobre as cidades e o crescimento populacional evidentemente fizeram com que o ensino médio sofresse uma forte expansão. Não por acaso, as três leis educacionais mais significativas do período, foram assinadas em 1961, 1971 e 1996.

Politicamente, o País experimentava momentos de democracia que permitiam o debate livre. O Ministério da Educação delegou à sociedade a discussão sobre a nova Lei de Diretrizes e Bases. No final da década de 1950 a radicalização de posições sobre os destinos da educação eram evidentes no Congresso Nacional. De um lado, havia os que defendiam um ensino público e gratuito para todos e a não ingerência do estado no ensino particular, posição de uma coligação de partidos politicos progressistas, legalmente reconhecidos ou não, dentre os quais o Partido Trabalhista Brasileiro (PTB) e o Partido Comunista Brasileiro (PCB). De outro, os que defendiam uma linha liberal de financiamento público do ensino particular. Esta era a posição da União Democrática Nacional (UDN), que tinha como porta voz o Deputado Carlos Lacerda, mais tarde governador do Estado da Guanabara.

Segundo Lira (2010, p. 2):

> “A grande reviravolta nas discussões ocorreu na proposição de um novo substitutivo pelo Deputado Carlos Lacerda em 26 de novembro de 1958, deslocando o eixo dos debates para o ponto da ‘liberdade de ensino’. O substitutivo apresentado propôs o direito da família na escolha da educação para a prole e a liberdade dos particulares em transmitir seu conhecimento. Neste sentido, caberia ao Estado a função de financiar a iniciativa privada no ensino de diferentes graus com verbas públicas, em igualdade de condições com a rede oficial. A prioridade à escola privada se colocou na reivindicação do caráter supletivo da ação do Estado, estritamente onde houvesse deficiências que a iniciativa privada não se propusesse a resolver”.

Em 20 de dezembro de 1961, já com um novo Presidente da República, João Goulart, a LDB é promulgada, quase trinta anos após ser prevista pela Constituição de 1934 e treze anos após o inicio dos debates para sua constituição. A partir da aprovação da lei, o Estado restringiu os recursos para ampliar sua rede pública e gratuita, marginalizando grande parte da população, e passou a conceder recursos financeiros à escola particular, sob o argumento de que à família caberia escolher a educação para seus filhos e ao Estado, prover recursos para que tal escolha pudesse ser feita.

Uma das novidades da lei foi a permissão dada pelo art. 104 de se constituírem escolas experimentais públicas ou privadas com currículos próprios, o que faz jus ao seu art. 12, onde se reconhece a correlação 'sistemas de ensino' e 'flexibilidade dos currículos'. A LDB de 1961 deixa que as possíveis adaptações dos programas se façam de acordo com as necessidades regionais, de modo que o currículo de 1951 passasse a ter formas distintas, dependendo do local onde era aplicado.

Em 1962, o Conselho Federal de Educação indicou as matérias obrigatórias do ensino médio (Ginasial e Colegial): Português (sete séries), História (seis séries), Geografia (cinco séries), Matemática (seis séries) e Ciências (sob a forma de Iniciação à Ciência, 2 séries, sob a forma de Ciências Físicas e Biológicas, 4 séries).

Para completar o número das disciplinas obrigatórias do sistema federal de ensino, foram indicadas as seguintes possibilidades: 'desenho e organização social e política brasileira, ou desenho e uma língua clássica e uma língua estrangeira moderna, ou duas línguas estrangeiras modernas, em ambos os ciclos, ou uma língua estrangeira moderna e filosofia, esta apenas no 2^o ciclo.'(BRASIL, 1961, p16)

Entre as disciplinas optativas foram relacionadas no ciclo colegial, línguas estrangeiras modernas, grego, desenho, mineralogia e geologia, estudos sociais, psicologia, lógica, literatura, introdução às artes, direito visual, elementos de economia, noções de contabilidade, noções de biblioteconomia, puericultura, higiene e dietética. Algumas disciplinas de humanidades antes presentes na grade curricular passaram a ser encaradas como optativas, um golpe definitivo na supremacia dos estudos clássicos na educação secundária.

A democratização do secundário no país efetuar-se-ia com base em outros pressupostos que ganhariam cada vez mais legitimidade nas décadas seguintes: a especialização, a educação para o trabalho e o caráter instrumental e utilitário da seleção cultural para a escola média (SOUZA, 2009, p. 87 88).

Antes da edição,em 1996, dos parâmetros curriculares nacionais, as portarias de 1943 e

1951 eram as últimas manifestações do Estado, através do Ministério de Educação e Cultura (MEC), acerca de um detalhado programa nacional de Matemática para o ensino médio. Com a aprovação da primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), em 1961, os órgãos estaduais e municipais ganharam mais autonomia, diminuindo o poder centralizador do MEC. Mas, ao que parece, por um movimento quase inercial, os programas adotados após a aprovação da LDB, sofreram poucas alterações nos colégios.

Cristalizava-se ali, uma visão de um currículo de Matemática enciclopédico e dividido em quatro campos distintos: Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria, pondo por terra o sonho de juventude de Euclides Roxo de aproximar o ensino das idéias de Félix Klein.

Se, em 1950, o número de alunos de nível médio era 477.434, em 1960 ele passou a 1.177.427, para chegar a 4.989.776 em 1970. Isto é, em 20 anos, o número de alunos de nível médio cresceu exatos 945,12%, forçando a uma modernização nas leis do ensino que já não eram capazes de responder aos anseios da sociedade. (C.F. Anexo de estatísticas)

Em 1950, o número de matrículas, do curso secundário (Clássico ou Científico) representava 48,4% do total, em 1960 passou a 42,6% e em 1970 representava 46,0%. Ainda que o curso secundário continuasse a ser o curso mais procurado pela clientela escolar, não deixam de ser significativos os percentuais isolados de crescimento de alguns cursos técnicos como, por exemplo, o industrial, que cresceu de 1960 a 1970 cerca de 732,0% (Dados do IBGE).

O programa de Matemática da Reforma Capanema, depois ratificado pelas portarias de 1951, passou incólume pela lei de diretrizes e bases da educação de 1961, mas sofreu significativas alterações com o movimento internacional pela adoção da chamada Matemática moderna nos colégios, inclusive no CAp-UFRJ, a partir de 1966, quando houve o IV Congresso de Ensino da Matemática, com participação expressiva de professores do CAp-UFRJ. Segundo Soares (2001, p. 12):

No Brasil, o Movimento da Matemática Moderna chegou com a intenção de ser uma alternativa para superar as dificuldades existentes no ensino tradicional e fazer com que a maioria dos alunos tivessem um bom aproveitamento em Matemática, "democratizando" o saber matemático, até então privilégio de uma minoria. Em vista da chegada de notícias sobre mudanças que estavam começando a acontecer no ensino de Matemática de países como França e Estados Unidos, o Brasil também começou a fazer uma avaliação do estado do ensino secundário no país. A primeira dessas manifestações foi a realização dos Congressos Nacionais de Ensino de Matemática. Nesses congressos começaram a ser discutidas novas direções para o ensino da Matemática no que diz respeito à metodologia, treinamento e formação de professores, currículos, material didático, etc. Embora as idéias da Matemática Moderna estivessem presentes nesses congressos, ainda que timidamente nos primeiros, e mais fortemente nos últimos, o Movimento da Matemática Moderna não foi desencadeado como conseqüência destes. Sobretudo, a realização desses congressos mostra que a comunidade matemática brasileira não estava inerte ou alheia aos problemas no ensino.

As iniciativas mais significantes em direção a reais mudanças no ensino ocorrem a partir da fundação do Grupo de Estudos de Ensino da Matemática de São Paulo - GEEM , sob a liderança de Osvaldo Sangiorgi. Foi com as atividades do GEEM que o Movimento alcançou os quatro cantos do país. Divulgando as idéias da Matemática Moderna na mídia e por meio de livros e cursos para professores, o GEEM tornou-se o representante oficial do Movimento no Brasil.

No Rio de Janeiro, Manoel Jairo Bezerra participou ativamente do Movimento da Matemática Moderna. A linguagem dos conjuntos começava a invadir os cadernos escolares do CAp-UFRJ, já a partir de 1964, sem que fosse possível um treinamento adequado de seus professores nem tampouco uma reflexão aprofundada de como a Matemática Moderna apresentar-se-ia no ensino médio. Fato é que, ao contrário da França, onde o ensino da Matemática Moderna teve início a partir do curso colegial, no Brasil e particularmente no CAp- UFRJ, este ensino iniciou-se a partir do ginásio, com a linguagem dos conjuntos chegando muitas vezes a confundir-se com ela.

A falta de manifestação federal para uma atualização do currículo de Matemática e a autonomia dada às secretarias regionais e aos colégios na adaptação dos programas provocou uma onda pela adoção de uma Matemática mais "atual" nas escolas.

> Nas décadas de 60/70, o ensino de Matemática, em diferentes países, foi influenciado por um movimento que ficou conhecido como Matemática Moderna. A Matemática Moderna nasceu como um movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica e foi posta na linha de frente por se considerar que, juntamente com a área de Ciências Naturais, ela se constituía via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico.(BRASIL, 1998, p.19)

O Documento prossegue, reconhecendo que a sua difusão não ocorreu por uma lei federal ou "programa oficial":

No Brasil, a Matemática Moderna foi veiculada principalmente pelos livros didáticos e teve grande influência.

Já nos referimos às idéias de Félix Klein, defendidas por Euclides Roxo, baseados no movimento reformador do início do século XX, que procurava na intuição e nas aplicações da Matemática a outras áreas do conhecimento os elementos fundamentais para a elaboração de sua proposta, elegendo o conceito de função como o elemento unificador. No Brasil, estas idéias, foram postas de lado definitivamente em detrimento do Movimento da Matemática Moderna, que surgia e que apresentava uma proposta diferente, baseada exclusivamente na axiomatização desenvolvida pelo grupo Bourbaki[2] , na qual os elementos essenciais eram os conjuntos, as relações e as estruturas, e nas propostas estruturalistas de Jean Piaget. Se o grupo Bourbaki se inspirou em Félix Klein, ao também transformar o conceito de função em central, em sua abordagem nos cursos de ensino médio da maioria dos colégios cariocas esse conceito ganhou uma independência indevida. As propriedades das funções eram exaustivamente trabalhadas; injetividade, sobrejetividade e bijetividade ganharam uma importância nunca vista antes. Estudados os conceitos e algumas aplicações, logo depois eram abandonados. A álgebra dos conjuntos era a tradução, no Brasil, da Matemática Moderna. Segundo Soares (2001, p. 79):

> Considerando que as alterações divulgadas pelo Movimento da Matemática Moderna foram essencialmente com relação ao conteúdo, podemos dizer que realmente quase nada mudou no ensino além da introdução da Teoria dos Conjuntos como um capítulo inicial dos livros didáticos. A abordagem geral da Matemática pouco foi alterada. As únicas propostas realmente inovadoras foram aquelas desenvolvidas pelos grupos de estudos da época, e estas propostas praticamente não chegaram às salas de aula e não foram incorporadas aos livros didáticos mais populares. Outras experiências bem sucedidas se deveram ao entusiasmo e esforço individual de algumas pessoas.

Se, em Bourbaki, as aplicações lineares exercem um papel de suma importância, pois é através da Álgebra Linear que a Geometria é introduzida, nos colégios do Rio de Janeiro essas noções simplesmente não aparecem. Não houve em momento algum um esforço para a formação adequada de professores que fossem capazes de traduzir Bourbaki para seus alunos. O que sobrou de Matemática Moderna, inclusive no CAp-UFRJ, foi algo bastante distante das idéias do grupo (c.f. anexo 3). Cálculo com Matrizes destituídas de seus fundamentos, uma Álgebra Linear onde eram valorizadas apenas as operações elementares com vetores, exaustivas questões de lógica e muita teoria dos conjuntos foi a receita da Matemática Moderna concebida por aqui como podemos constatar através da análise das notas de aulas de Lilian Krakowski de 1967, em anexo.

A Lei de diretrizes e bases da educação de 1961, ao delegar às secretarias estaduais de educação o poder para formular os currículos disciplinares, propiciou aos colégios a possibilidade de estabelecer currículos próprios e inovações dentre as quais o estudo da Matemática Moderna.

[2]Nicolas Bourbaki foi um nome fictício escolhido por um grupo de matemáticos, dentre eles, Cartan, Chevalley, Dieudonné, Weil, que tinham a intenção de apresentar toda a Matemática de seu tempo em uma obra intitulada Élements de mathématique.

2.1.5 O período 1971- 1997

O ano de 1968 marca o inicio do chamado milagre econômico brasileiro que se estendeu até 1974, com o país crescendo a taxas de 9% a 10% ao ano. Foi o auge da ditadura militar que com tais índices de crescimento, conquistava a simpatia da classe média. É nesse período que o General Emílio Garrastazu Médici, sanciona a lei 5692/71, que extingue o exame de admissão ao ginásio, cria o ensino de primeiro grau como a união do antigo primário e ginasial, o ensino de segundo grau; união dos antigos cursos clássico e científico, apontando para uma universalização do ensino médio de segundo grau com o caráter de profissionalização forçada. Segundo Kuenzer (1997, p. 16-21), referindo-se à nova Lei:

> "É eliminado o sistema de ensino baseado em ramos, cria um único sistema fundamental, fundindo o primário com o ginásio que será chamado de 1^o grau e será feito em oito anos e implanta uma nova estrutura de ensino; A equivalência entre os ramos secundário e propedêutico é substituída pela obrigatoriedade da habilitação profissional para todos os que cursassem o que passou a ser chamado de 2^o grau sendo cursado entre três a quatro anos;Os currículos do 1^o e 2^o graus passam a ter duas partes: uma de núcleo comum, com disciplinas obrigatórias em todo o país e outra diversificada, segundo as peculiaridades locais, planos dos estabelecimentos e diferenças individuais dos alunos."

O ensino profissionalizante tinha dois objetivos claros: diminuir a incômoda demanda por vagas nas universidades, ocasionada pela crescente urbanização, ao mesmo tempo em que acalantava o sonho de um Brasil grande, que precisava de técnicos para as vagas abertas pelo processo de industrialização que o país vinha experimentando.

No seu primeiro artigo, que definia os objetivos do ensino de primeiro e segundo grau, a Lei deixava claro a que vinha: "Proporcionar ao educando a formação necessária ao desenvolvimento de suas potencialidades como elemento de auto-realização, qualificação para o trabalho e prepará-lo para o exercício consciente da cidadania." Kuenzer (1997, p. 17) sintetiza em três itens os objetivos do ensino médio que a nova lei propugnava:

> "... a contenção da demanda de estudantes secundaristas ao ensino superior, que havia marcado fortemente a organização estudantil no final da década de 60; a despolitização do ensino secundário, por meio de um currículo tecnicista;a preparação de força-de-trabalho qualificada para atender às demandas do desenvolvimento econômico que se anunciava com o crescimento obtido no "tempo do milagre", o qual pretensamente anunciava o acesso do Brasil ao bloco do 1^o mundo; essas demandas eram marcadas pelo surgimento de empresas de grande e médio porte, com organização taylorista/fordista, produção em massa de produtos homogêneos, grandes plantas industriais, economia de escala, utilização de tecnologia intensiva de capital com base rígida, eletromecânica". (1997, p. 17).

Kuenzer (1997) acrescenta que a LDB 5692/71, dado ao seu caráter tecnicista, coloca pela primeira vez a educação para o trabalho como intenção explícita, destacando o desenvolvimento individual, a formação profissional e o exercício da cidadania dentro de um processo de educação integral.

Com relação ao currículo, a lei 5692/71 deixou por conta do Conselho Federal de Educação a fixação das matérias do "núcleo comum do 1^o grau" (curso ginasial), 1^o e 2^o graus passaram a ter disciplinas do "núcleo comum", obrigatórias, e "uma parte diversificada" para atender, conforme as necessidades e possibilidades concretas, as peculiaridades locais. O Conselho Federal de Educação fixou o núcleo comum, fazendo desaparecer a especificidade das disciplinas, agrupando-as nas denominadas áreas de Estudos Sociais, Comunicação e Expressão e Ciências, repassando às secretarias estaduais a responsabilidade pela elaboração de um currículo de Matemática para os ensinos de primeiro e segundo graus.

Segundo o Parecer 853/71 do Conselho Federal de Educação "o currículo se integra ou se completa no aluno" como soma de experiências oferecidas aos educandos, sob os auspícios da escola; o planejamento do currículo é o planejamento de aprendizagem com base no PLANO DE ESTUDOS ("Conjunto de matérias para um curso, grau, série ou nível") e PROGRAMAS DE ENSINO ("Seqüência de conteúdo selecionado para cada matéria").[3]

A lei, como já dissemos, era uma nova tentativa de resposta ao crescimento demográfico e às crescentes demandas por vagas nas Universidades. Segundo Gomes (1976, p. 21)

Os objetivos da maioria dos jovens de 15 a 19 anos (no Censo de 1970, cerca de 10.253.000, dos quais apenas 1.003.475 matriculados no ensino de 2^o grau), parecem estar mais filiados à "forte motivação social", a que alude Anísio Teixeira, do que ao preparo para o trabalho, a julgar pelo grande interesse em ingressar na Universidade.

A situação era das mais graves. Segundo dados do MEC, em 1970, havia 67.692 alunos matriculados no ciclo básico das Universidades. A expansão universitária, por maior que fosse, não poderia atender à grande demanda criada pelo número de alunos matriculados no ensino de segundo grau.

Na História recente do País, os anos iniciais da década de 70 entram como os de maior cerceamento das liberdades democráticas; toda discussão era fortemente controlada durante essa época e as questões do ensino, evidentemente, também sofreram as conseqüências do autoritarismo. Com a Inteligência do país mutilada, a dificuldade de reunião fez cessar temporariamente o debate acadêmico. Entre 1974 e 1979, o Brasil foi alçado à condição de país emergente.

[3] Departamento do Ensino Médio - MEC - "Currículos - Reflexão e Peculiaridades do Ensino de 2^o Grau" - maio de 1973. Monografia n.° 21 - Brasília DF.

Ano	Número de Matrículas
1969	49.589
1970	67.682
1971	142.937
1972	212.218

Tabela 2.2: Matrículas no Ciclo Básico de 1969 a 1972- Brasil:Crescimento de 328% -SEEC-MEC

Tornou-se necessário, desta forma, estabelecer um reajuste da estrutura econômica ao contexto do capitalismo internacional. Havia, na época, o propósito de alcançar um crescimento econômico acelerado, sem, contudo, produzir inflação fora do controle. O que de fato, não ocorreu. As propostas iniciais de profissionalização da lei 5692/71, de formação de técnicos para o mercado de trabalho de um País emergente, começam a não mais fazer sentido. Segundo Scheibe (1992, p. 35-36):

> "A obrigatoriedade do ensino profissionalizante, instituída pela Lei 5692/71, não interessou às camadas mais favorecidas da população e nem ao empresariado, que não abriu mão de formar, sob a sua égide, o quadro técnico desejado para o seu desenvolvimento produtivo, via o Sistema Nacional de Formação de Mão-de-Obra, vinculado ao Ministério do Trabalho. Esta forma alternativa de formação profissional, significativamente, foi criada quase ao mesmo tempo em que a Lei desobrigava a profissionalização no segundo grau. Com efeito, pouco mais de dez anos após a sua implementação, a Lei 5692/71, foi alterada pela Lei 7044/82, que dispensou a obrigatoriedade da profissionalização, formalizando aquilo que já acontecia na prática, na maioria das escolas que de alguma forma boicotavam a profissionalização. Após 1982, muitos cursos voltaram-se novamente à formação unicamente propedêutica de preparação de poucos para a entrada no ensino superior."

Em 1975, através de um parecer, o Conselho Federal de Educação redefiniu o conteúdo da lei de 1971, alterando a divisão entre a educação geral e a formação chamada especial, permitindo aumentar a importância de disciplinas de caráter geral e flexibilizando a profissionalização compulsória prevista até então na Lei.

Em 1977, o Conselho Federal de Educação novamente se manifesta diante da insustentabilidade da lei de 1971. Num novo parecer, o CFE muda o caráter das componentes determinadas pelo artigo 70 da lei de 71, redefinindo-as não mais como disciplinas, mas como elementos educativos. Assim, a LDB de 1971 foi pouco a pouco desmontada.

A responsabilidade por colocar um ponto final no sonho de um ensino médio profissionalizante, algo que concretamente já ocorria, coube ao novo general que assumiu o poder em 1979: João Batista de Oliveira Figueiredo.

Em 1982 era promulgada a Lei n.^{o} 7044/82, a expressão qualificação para o trabalho da lei de 1971 foi substituída por preparação para o trabalho, que se, formalmente, mantinha a imagem do ensino profissionalizante, na prática, acabava de uma vez por todas com a obrigatoriedade da habilitação profissional do segundo grau. Sem a obrigatoriedade da educação para o trabalho, conservava-se a concepção de educação que antecedia as diretrizes e bases da política educacional estabelecida em 1971.

O governo do General Figueiredo foi o último dos governos militares e durou até 1985, época em que a sociedade começava a respirar e reivindicar suas liberdades políticas. O fim dos governos militares e das restrições à liberdade de reunião foi fundamental para que debates, encontros e congressos de professores voltassem a ocorrer e possibilitassem a floração de idéias em torno da didática da Matemática. Com a lei da Anistia de 1978, um grande contingente de professores voltou ao país, contagiando os debates com o que havia de moderno na Europa e EUA.

Durante o governo de José Sarney, primeiro governo civil do Brasil após 21 anos, uma quantidade grande de pesquisadores foi enviada ao exterior, numa clara intenção de formar núcleos pensantes nas universidades. Mais uma vez, o crescimento demográfico exigia uma resposta às demandas educacionais. Segundo Miorim et al. (2005), a distribuição de teses de mestrado e doutorado em Educação Matemática nos anos 1981-2005, foi:

1981-1985	1986-1990	1991-1995	1996-2000	2001-2005
1	7	20	57	93

Tabela 2.3: Distribuição de teses de mestrado e doutorado em Educação Matemática de 1981-2005

O País se preparava, amadurecendo idéias, para novos parâmetros de ensino.

2.1.6 A partir de 1996 - Os parâmetros curriculares nacionais

Em 1996, após intensos debates com educadores e professores, é promulgada a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN 9394/96). A lei coloca o ensino médio como etapa final da educação básica, complementando o ensino fundamental. O ensino médio passa a ser obrigação do estado; todos podem ter acesso a ele.

A elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais, subsidiada pelo Plano Decenal de Educação de 1988, partiu dos estudos de propostas curriculares de Estados e Municípios Brasileiros além da análise dos currículos oficiais e experiências vindas de outros países.

A elaboração dos "Parâmetros Curriculares Nacionais" contou com a experiência da Espanha, na pessoa do então professor de Psicologia Educacional, César Coll, que foi consultor de elaboração dos PCN brasileiros e com o empenho da Fundação Carlos Chagas, além da cooperação de representantes do Chile, Colômbia e Argentina.

Folha de São Paulo, Cotidiano, (1997, p.3-3):

Os Parâmetros Curriculares Nacionais foram elaborados a partir de 700 propostas feitas por especialistas em educação e levaram em conta experiências já existentes em escolas públicas e privadas.

Aprovados pelo CNE (Conselho Nacional de Educação), eles foram transformados em livros que foram então enviados aos professores.

As diretrizes mostram o tipo de ensino básico que o Ministério da Educação classifica, à época, como desejável.

O procedimento para a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM não foi diferente. Usando uma vasta bibliografia que incluía: CHEVALLARD, D'AMBROSIO, PONTE, João P e outros, dá indicações para a elaboração de um currículo de Matemática nas Escolas que fosse flexível e pudesse ser adotado em todos os Estados da Federação. Para o desenvolvimento das atitudes e habilidades, os PCNEM prevêem que se tenha sempre em mente a contextualização e a interdisciplinaridade. O Estado federal voltava à tentativa de conferir alguma uniformidade no ensino e, para isso, utiliza os conceitos de habilidades e competências ao invés de programas de disciplinas; define as competências que devem ser adquiridas com o ensino de cada matéria e deixa a cargo das municipalidades, e mesmo das escolas, a escolha dos conteúdos e dos métodos de ensino que serão desenvolvidos na busca por essas competências. Os objetivos do Ensino de Matemática de nível médio são evidentemente genéricos que devem levar o aluno a compreender conceitos, procedimentos e estratégias que possibilitem, no futuro, a aquisição de uma formação científica mais geral.

Os conteúdos selecionados para um currículo de Ensino Médio devem estar a serviço do desenvolvimento de habilidades e competências.

De modo diferente da lei Capanema, os PCN'S apenas sugerem conteúdos que podem ser desenvolvidos. Assim, em 1997, surgem os PCN' S +, após um processo de discussão que se iniciou em 1995, com professores representantes de diversos estados Brasileiros. Em seguida ao lançamento de uma versão preliminar, apresentada a diferentes instituições e especialistas em educação, o Ministério de Educação recebeu grande número de pareceres, que foram catalogados e embasaram a revisão do texto. Houve grande empenho para que, dessa vez, o processo ocorresse de baixo para cima, apesar de algumas restrições, como escreve Tavares (2004, p. 38):

> “A elaboração, pelo Estado, da LDB, n^o. 9.394/96 compreendeu tanto a participação da sociedade política, através dos Poderes Executivo (representado pelo MEC e pelo MTE) e Legislativo (representado pela Câmara dos Deputados e pelo Senado Federal), quanto a participação da sociedade civil organizada (representada por membros das escolas, universidades, sindicatos, entre outros). Todavia, as decisões mais importantes, em sua maioria, obtiveram uma participação muito mais restrita destes últimos, tendo em vista o atropelamento das discussões que vinham sendo feitas por amplos setores da sociedade civil desde 1988, pela apresentação e aprovação do Substitutivo Darcy Ribeiro, em 1996”.

A contextualização é colocada como fundamental para o desenvolvimento das habilidades e competências:

> “Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação”. (BRASIL, 2000, p. 111)

Existe uma preocupação em limitar a aplicação de exercícios repetitivos e exaustivos :

Isso não significa que os exercícios do tipo “calcule...”, “resolva...” devam ser eliminados, pois eles cumprem a função do aprendizado de técnicas e propriedades, mas de forma alguma são suficientes para preparar os alunos, tanto para que possam continuar aprendendo, como para que construam visões de mundo abrangentes ou, ainda, para que se realizem no mundo social ou do trabalho(BRASIL, 2000, p.113).

Trazendo propostas dos assim chamados temas estruturados, os PCN’s + mostram preocupações com a interdisciplinaridade. No entanto, a integração dentro da própria Matemática ainda é comprometida, pois os PCN’s+, quando se pronunciam a cerca do ensino da geometria, por exemplo, o fazem de maneira separada e não seriada ao longo dos três anos do ensino médio, repartindo-se em trigonometria do triângulo retângulo e geometria plana no primeiro ano, trigonometria e geometria espacial de incidência e métrica no segundo ano e geometria analítica no terceiro ano. Além disso, numa repetição de velhas propostas, os PCN’ S+ sugerem o estudo das funções no primeiro ano e quase nada nos dois últimos anos, comprometendo a possível progressão didática. Os conceitos aprendidos num ano não são mais utilizados em anos seguintes. O estudo das taxas de variação, segundo a sugestão dos PCN’s+, se dá apenas no

1ª série	2ª série	3ª série
1.Noções de função; funções analíticas e não-analíticas; análise gráfica; sequências numéricas; função exponencial ou logarítmica. 1.Trigonometria do triângulo retângulo 2. Geometria plana: semelhança e congruência; representações de figuras.	1.funções seno, cosseno e tangente. 1. Trigonometria do triângulo qualquer e da primeira volta 2.Geometria espacial: poliedros; sólidos redondos; propriedades relativas à posição; inscrição e circunscrição de sólidos. 2. Métrica; áreas e volumes; estimativas	1. Taxas de variação de grandezas 2. Geometria analítica; representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras
3. Estatística: descrição de dados; representações gráficas	3. Estatística ; análise de dados. 3. Contagem	3. Probabilidade

Figura 2.2: Proposta de temas estruturados para turmas de Ensino Médio com quatro aulas semanais de Matemática - PCN +

terceiro ano, numa dissociação desnecessária com os conteúdos do primeiro ano. Veja na figura 2.2 a proposta de temas estruturados para turmas de Ensino Médio com quatro aulas semanais de Matemática:

Os chamados Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, PCNEM, a partir de 1999, através do Parecer 15/98, regulamentaram a nova LDB de 1996, apesar de não serem obrigatórios, pois servem apenas como orientação para o currículo do Ensino Médio. Segundo Lopes (2001)

> "Os PCNEM, tendem a transmitir a idéia de que a grande mudança necessária ao ensino médio é uma mudança de organização curricular e não de seleção de conteúdos. Nesse sentido, os conteúdos ficam subsumidos às competências: interessam os conteúdos que permitem a formação de competências e habilidades previstas. Tem-se por base o princípio de que a educação deve-se adequar aos interesses do mundo produtivo e não contestar o modelo de sociedade na qual está inserida."

As idéias de Euclides Roxo, por um lado, se fazem presentes quando os PCN's+ e os PCNEM falam sobre o pensar matemático; por outro, são deixadas de fora nas propostas ou sugestões de um currículo. A distribuição das disciplinas é marcada e ritmada por uma separação das áreas de ensino da matemática escolar: Álgebra, Aritmética, Geometria, Trigonometria e Análise.

2.2 A Evolução dos Vestibulares

2.2.1 Vestibulares nas décadas de 1940, 1950 e início da década de 1960

Durante as décadas de 1940 e 1950, após a Reforma Capanema, os vestibulares do País seguiam rigorosamente o que o programa oficial de matemática estabelecia. Estar preparado para um exame vestibular, quase sempre significava ter feito um bom curso colegial. No entanto, o processo de urbanização acelerado fazia com que milhares de jovens viessem para as cidades ansiando por um engajamento na vida produtiva em condições melhores do que a de seus pais. A universidade era uma meta. Os dados abaixo confirmam esse crescimento.

ANOS	MATRÍCULA NO INÍCIO DO ANO			
	Total	Níveis de ensino		
		1º grau	2º grau	3º grau
1961	9 205 668	8 805 639	301 137	98 892
1962	10 107 483	9 664 423	335 761	107 299
1963	11 143 244	10 622 434	396 596	124 214
1964	12 252 421	11 670 995	439 040	142 386
1965	12 233 394	11 568 503	509 110	155 781
1966	13 358 712	12 585 190	593 413	180 109
1987	14 285 377	13 384 193	688 302	212 882
1968	15 427 490	14 348 120	801 075	278 795
1969	16 266 604	15 013 508	910 210	342 886
1970	17 323 580	15 894 627	1 003 475	425 478
1971	18 746 911	17 066 093	1 119 421	561 397
1972	20 359 063	-1 18 370 744	1 299 937	688 382
1973	20 823 643	18 573 193	1 477 650	772 800
1974	21 905 932	19 286 611	1 681 728	937 593
1975	22 557 700	19 549 249	1 935 903	1 072 548
1976	22 832 534	19 523 058	2 212 749	1 096 727
1977	23 965 183	20 368 436	2 437 701	1 159 046
1978	...	...	...	1 225 557

Figura 2.3: Distribuição da matrícula no início do ano, por níveis de ensino - 1961/78

A fotografia social do aluno do curso secundário muda: já não são apenas os filhos das elites dominantes que podem concluir um curso secundário. Há uma tendência, já à época, à massificação do ensino médio.

Muda o caráter da avaliação de entrada nas universidades: com o crescimento do número de alunos no curso colegial, também cresce a pressão sobre as portas das universidades. Em

1970, 1.003.475 estudantes se matricularam no inicio do ano no segundo grau, enquanto apenas 425 478 o fizeram no terceiro grau.

O caráter do Vestibular muda pouco a pouco. Ele já não seleciona uns poucos alunos para as universidades, a idéia de avaliação de massa aparece, fazendo surgir em provas de múltipla escolha. Com efeito, durante a década de 1950 e inicio da década de 1960, estar habilitado no exame vestibular significava ter um desempenho mínimo nos exames de ingresso, isto é, obter nota maior ou igual a quatro. Os efeitos de tal critério se manifestaram à medida em que crescia o número de candidatos às universidades: a nota de corte, quando não era atingida por um número suficiente de candidatos nas carreiras ou instituições de menor prestígio, era artificialmente baixada posteriormente. Quando era atingida por um número muito grande de candidatos nas carreiras ou instituições de maior prestígio, gerava a indesejável figura do excedente.

Neste segundo caso, os exames vestibulares passaram a exigir conhecimentos cada vez mais específicos, transferindo muitas vezes conteúdos que hoje são considerados exclusivos do ensino superior para o curso secundário. Uma breve análise dos livros didáticos e do material didático de alunos da época nos mostra que: a geometria espacial não era só a métrica; estudava-se efetivamente a geometria de incidência, até o inicio da década de 1970. O ato de demonstrar um teorema era um fato corriqueiro na vida escolar de um estudante de um colégio de bom nível, como nos mostra o caderno da aluna do CAp-UFRJ, de 1969, em anexo. A geometria analítica era estudada durante todo o terceiro ano. O estudo das cônicas era feito desde o primeiro ano, a partir da noção de lugar geométrico. As aulas de desenho tratavam das construções geométricas e da geometria descritiva, o cálculo diferencial e integral fazia parte do currículo.

A prova de Matemática do exame vestibular da Universidade do Brasil, no inicio da década de 1960, por exemplo, tinha duração de quatro horas e era dividida em três partes: a primeira delas, um questionário de 10 perguntas envolvendo conceitos e propriedades que cobravam do aluno a memorização das definições e mais 10 problemas de solução imediata que, quase sempre, necessitavam apenas da utilização de fórmulas; a segunda era composta por problemas um pouco mais elaborados e a terceira, uma questão teórica envolvendo demonstrações sobre um ponto sorteado na hora. Era necessário saber redigir um texto matemático. Abaixo, alguns exemplos de questões do vestibular de 1963 da Faculdade Nacional de Engenharia.

1. Seja a o primeiro termo de uma progressão geométrica ilimitada cujo limite da soma de seus termos é S_1.
   Seja S_2 a soma dos quadrados e S_3 a soma dos cubos dos termos da progressão.
   Calcule o menor valor que se pode atribuir a a, na hipótese de S_3 ser a média aritmética entre S_2 e o quadrado de S_1.

2. São dados:

   - O ponto $A = (-1, 2)$;
   - A reta $r : x + 2y = 0$;
   - A reta $r_1 : x + y - 1 = 0$

   Os pontos B e C pertencem à reta r_1 e cada um deles é equidistante dos pontos A e da reta r. I é o ponto médio do segmento BC.

   Calcule as coordenadas da projeção ortogonal do ponto I sobre a reta r. (c.f anexo 5)

2.2.2 O final da década de 1960 e a década de 1970

À medida que os anos 60 passavam, aumentavam as pressões por mais vagas nas universidades e mais verbas para a educação, manifestação clara do acelerado processo de urbanização do país. Segundo Cunha (1977, p. 238-9),

> “No período entre 1964 e 1968, o número de candidatos às escolas superiores cresceu 120%, taxa superior à elevação do número de vagas, que foi de 56%. O aumento do número de excedentes do vestibular nesse período foi de 212%, sendo que, em 1968, 125 mil candidatos em todo o país não conseguiram transpor as portas da universidade. Em resposta a esse fato, já em 1966-67 teve início a reforma do ensino superior, mudando a estrutura interna das universidades públicas com o claro objetivo de aumentar o número de vagas sem ampliar recursos. Foram instituídos o ciclo básico para diferentes cursos da mesma área de conhecimento, a departamentalização, objetivando evitar a duplicação de professores, o regime de créditos, os cursos de curta duração”.

Os cursos clássico e científico de então, com raras exceções, por si só, já não eram capazes de garantir que o estudante alcançasse o sonho universitário; as redes de cursinhos cresciam fortemente e atraiam para si os melhores professores dos melhores colégios secundários e até mesmo das universidades, fossem elas públicas ou particulares. Os altos salários pagos a esses professores, até dez vezes o que um professor do estado ganhava por hora aula, verdadeiros sofistas modernos, de certa forma justificavam a escolha.

A lei 5540 de 1968 tentou contornar essa distorção, ao estabelecer que o exame vestibular para a entrada na universidade passaria a ser classificatório e unificado para todas as universidades públicas e particulares. Além disso, fez com que o concurso vestibular abrangesse os conhecimentos comuns às diversas formas de educação de 2^o Grau, sem ultrapassar este nível de complexidade, para avaliar a formação recebida pelos candidatos e sua aptidão intelectual para estudos superiores. O que realmente importava politicamente para os militares era que, sendo classificatório, estava momentaneamente resolvido o problema gerado pelos excedentes. No entanto, o conteúdo cobrado nas provas de admissão, era de menor importância. De acordo com Whitaker (1983, p. 126)

> "O ensino passou a ser criticado em todos os níveis, o que implicava criticar também o vestibular quase artesanal que se fazia então . As críticas ao vestibular da época podem ser resumidas da seguinte forma: a) tal vestibular exigia dos candidatos um desempenho para o qual a escola média já não podia preparar, dada a modificação na composição social da sua clientela; b) forçava a especialização precoce dos jovens, já que não abrangia todas as disciplinas, o que obrigava o estudante a optar, aos 15 anos, por um determinado tipo de colegial; c) implicava desperdício de recursos para os candidatos que se locomoviam de uma escola para outra, ou até de uma cidade para outra, para concorrer a várias escolas simultaneamente. Sem contar que a urbanização do país estimulara o crescimento das aspirações por educação e o problema dos "excedentes" já que se anunciava como um dos mais tormentosos do final da década. É nesse momento histórico que o vestibular se torna claramente um instrumento de política educacional e começa a ser utilizado para ajustar as barreiras do ingresso ao curso superior, de maneira a atender às necessidades do momento".

O crescimento acentuado do número de candidatos às escolas superiores fazia com que os exames vestibulares adquirissem uma dinâmica própria e independente do que pudessem propalar os legisladores de então.

A pressão dos vestibulares fazia com que os programas adotados nos colégios mudassem e se adequassem à realidade daquilo que efetivamente era importante para a obtenção de resultado positivo no vestibular. par Segundo Neto (1987),

Em síntese, o estudo de qualquer matéria que não constasse dos programas de vestibular era considerado supérfluo ou mesmo sem sentido. Ficavam assim os colégios pressionados, pelos alunos e seus familiares, no sentido de se aterem apenas às matérias que figuravam nos vestibulares e desconsiderarem as demais que, juntamente com aquelas, contribuiriam para que o curso secundário pudesse, de fato, cumprir com os seus objetivos. Quando o colégio resistia a esse tipo de pressão e cobrava de seus alunos os conhecimentos que estes deveriam ter adquirido relativamente às matérias não constantes do vestibular, os alunos, frequentemente, transferiam-se para outros colégios, ou melhor, dizendo, "espeluncas", onde o único requisito exigido era a pontualidade no pagamento.

Outra importante mudança promovida pela Lei 5.540, foi a de introduzir a determinação de que os exames fossem unificados, conforme o parágrafo único do Artigo 21:

> "Dentro do prazo de três anos a contar da vigência desta Lei o concurso vestibular será idêntico em seu conteúdo para todos os cursos ou áreas de conhecimento afins e unificado em sua execução, na mesma universidade ou federação

> de escolas ou no mesmo estabelecimento isolado de organização pluricurricular de acordo com os estatutos e regimentos.”

Para regulamentar a lei 5540, em 13 de julho de 1971 era assinado o Decreto 68.908, que, em seus Artigos 5^o, 6^o, 7^o e 8^o, apresentava determinações para a realização dos exames vestibulares, dentre as quais a de que as questões da prova deveriam revestir-se de complexidade que não ultrapasse o nível de escolarização regular desse grau. Uma outra determinação da lei dizia que o vestibular poderia ser planejado e executado por organizações especializadas, de caráter público ou privado. O estado federal, através do ministério da educação, abria mão também da avaliação de entrada nas universidades.

Estavam criadas as condições objetivas para que empresas privadas ou fundações tomassem conta da elaboração e aplicação dos exames vestibulares. As portas estavam abertas para que num futuro breve nascesse a fundação Cesgranrio.

Aproveitando-se da oportunidade aberta pela lei 5540/68 , em 12 de outubro de 1971, no Rio de Janeiro, é fundado o Centro de Seleção de Candidatos ao Ensino Superior do Grande Rio (CESGRANRIO), associando 12 instituições universitárias. O Centro foi instituído por convênio com o Ministério da Educação e Cultura, sendo Ministro, na época, o coronel Jarbas Passarinho e Diretor do Departamento de Assuntos Universitários do MEC, o professor Newton Lins Buarque Sucupira.

Estava instituído, a partir daí, no Rio de Janeiro, o vestibular unificado que, veremos, teria forte influência sobre o currículo de matemática e das demais disciplinas das escolas de segundo grau. Segundo Ribeiro (1982),

> “A unificação permitiu, por um lado, racionalizar, do ponto de vista do candidato, o acesso a uma vaga, já que com um único exame disputava vagas em várias instituições. Do ponto de vista das Instituições evitava-se a múltipla matrícula de um mesmo candidato em várias Instituições em prejuízo da filosofia dominante de pleno preenchimento das vagas.”

Uma fonte de alunos para os cursinhos pré-vestibulares eram os convênios com os colégios particulares. A lei de diretrizes e bases da educação de 1961 já garantia que a terceira série do ciclo colegial teria um currículo diversificado e que visasse ao preparo dos alunos para os cursos superiores, a lei garantia que o terceiro ano poderia ser ministrado em colégios universitários. Em termos práticos, num colégio diferente daquele no qual o aluno cursara as séries anteriores e fosse especializado como pré-universitário.

Alguns colégios particulares passaram a ser “sócios” dos cursinhos pré-vestibulares. Isto é, realizavam um convênio de tal maneira que o aluno com a segunda série do segundo grau concluída transferia-se para o Colégio apenas formalmente, mas estudava efetivamente no cursinho. Ao fim do ano, seu diploma de ensino médio era expedido pelo Colégio sem que ele precisasse fazer uma única prova durante todo o ano letivo. O objetivo era não dar preocupação ao estudante com a aprovação no colégio, fazendo com que ele se voltasse totalmente para o exame vestibular.

A nova lei de Diretrizes e Bases de 1971, numa espécie de volta ao passado, ordenava as escolas realizar um terceiro ano colegial especial, para preparar os alunos para o vestibular. O estado, temporariamente, abria mão do terceiro ano do curso secundário, entregando-o à iniciativa privada. Pois, como as escolas não estavam preparadas para a chamada especialização, colocada de maneira tão repentina, os convênios foram reforçados. Os cursinhos passaram a ser providenciais auxiliares do ensino regular e fonte de enriquecimento de poucos. O Colégio de Aplicação sofreu com o que a lei determinava e que acabou se transformando num lema: não é possível a aprovação no vestibular sem que se faça um bom cursinho.

Entre 1968 e 1974, o CAp-UFRJ, acompanhando uma tendência que fazia crer na impossibilidade de se passar num vestibular sem o efetivo apoio de um cursinho especializado, extinguiu o terceiro ano colegial, que passou a existir apenas formalmente, pois os pais de alunos, ao fim do segundo ano , os matriculavam num curso pré-vestibular, amedrontados com a crescente concorrência nos vestibulares e ao mesmo tempo atraídos por bolsas integrais que os cursos davam aos alunos do CAp-UFRJ, conforme comprovam os depoimentos e entrevistas dadas ao autor e que se encontram em anexo.

Segundo o professor Newton Sucupira, diretor do departamento de assuntos universitários do ministério da Educação, in (Veja, 7/4/1971, p 57), estavam sendo tomadas as medidas visando corrigir exata distorção no ensino que é a necessidade da existência do cursinho. Na mesma entrevista, Sucupira afirma que a reforma do ensino primário e médio (Lei 5692/71) pretendia corrigir um antigo erro das escolas brasileiras: o de apenas preparar candidatos às faculdades, sem qualquer habilitação profissional. A nova escola, segundo Sucupira,

> “iria formar mais técnicos de ensino médio, dando mais rapidamente qualificações profissionais aos jovens, diminuindo assim o número de combatentes dos vestibulares. A unificação dos vestibulares, segundo ainda Sucupira, iria trazer também a exigência da reformulação de seus critérios e, a obrigação elementar de que as questões dos testes não ultrapassem em nível e complexidade aquilo que era ensinado no curso médio”.

Segundo Whitaker (1983),não é preciso lembrar que nesse momento da nossa evolução política, os laboratórios do poder estavam produzindo o “milagre econômico”.As estruturas burocráticas emergiam por toda parte e necessitava-se ampliar os quadros com formação superior.

Era preciso, portanto, encaixar todos os jovens que aspiravam o nível universitário. O vestibular deveria se tornar então um instrumento para “distribuição” dos candidatos pelos vários cursos e escolas. Era preciso criar um tipo de vestibular flexível, através do qual se racionalizasse tal distribuição.

A nova lei de diretrizes e bases pretendia, dentre outras coisas, diminuir a pressão por vagas nas universidades públicas. Não só não atingiu tal objetivo, como foi uma das principais responsáveis pela expansão vertiginosa do ensino universitário particular e a expansão das redes de cursinhos. Whitaker (1983), escrevendo sobre o método dos vestibulares unificados que permitiam que um mesmo estudante fizesse primeira, segunda e até terceira opção de carreira e universidade, nos diz:

> “É importante lembrar que nessa época, não eram só os sistemas unificados que adotavam o método de opções acima descrito. Muitas escolas isoladas preenchiam todas as suas vagas através dessa sistemática. No entanto a maré de estudantes aumentava de ano para ano. A eliminação da figura do “excedente” através da adoção do sistema classificatório não foi a única medida destinada a resolver o problema. Houve também a tentativa de profissionalização do 2^o grau, que falhou, justamente em função das aspirações que o próprio sistema estimulara”

O êxito do modelo do vestibular de 1972 e a realização do exame de 1973 fizeram com que as Universidades do Convênio Cesgranrio pleiteassem, junto ao Ministério da Educação, a criação de uma fundação privada autônoma, por elas instituída, que se dedicasse permanentemente à organização dos exames de acesso ao ensino superior. Surge, em consequência, em 04/01/1973, a FUNDAÇÃO CESGRANRIO.

Em 1972 e 1973, os vestibulares do Rio de Janeiro ocorriam por áreas: COMCITEC (área Tecnológica), COMBIMED (área Biomédica) e CONSART (área de Ciências Humanas). Os programas de Matemática das áreas biomédica e tecnológica eram idênticos, constituindo-se de quatro partes distintas: (I) Álgebra, Análise e Aritmética, (II) Geometria plana e espacial, (III) Trigonometria e (IV) Álgebra Linear e Geometria Analítica, destacava-se assim o ensino da trigonometria, o que dá origem a verdadeiros cursos da matéria que passou a ser julgada como ‘muito importante’ pelos professores e alunos. O vestibular de 1971 já havia abolido a prova de geometria descritiva, interferindo diretamente nos currículos dos colégios, que também retiraram a matéria de seus currículos e abriram as portas para o fim do ensino de desenho geométrico e das construções geométricas. O programa de Matemática dirigido às ciências humanas era um apanhado de 17 tópicos de ensino de segundo grau, sem muita correlação ou pretensões didáticas, dentre eles: noções sobre conjuntos, relações e funções, sistemas de equações a 2 ou 3 incógnitas, equações trigonométricas, logaritmos e equações exponenciais (c.f. Anexo dos Programas do Vestibular Cesgranrio).

O fato é que a lei 5692/71, assinada no fim do ano letivo, trouxe muita confusão entre os professores sobre exatamente o que lecionar. Uma reportagem do Jornal do Brasil de 10/03/72 tinha o titulo: "Professores do Estado não Sabem o que Lecionar Após a Mudança dos Currículos"

> "A maioria dos professores das escolas estaduais está desatualizada e sem saber o que lecionar para os alunos, quando começarem oficialmente as aulas. Ninguém pode, ainda, se inteirar das mudanças previstas no currículo aprovado pela Secretaria de Educação, divulgado na semana passada com muito poucas cópias."

O programa de Matemática do Cesgranrio ganha ares oficiais, traduzindo certo consenso nacional, na falta de um posicionamento formal do Estado Federal em relação aos programas de Ensino Médio. Uma descrição dos conteúdos que fariam parte dos vestibulares acaba por redefinir os programas do ensino médio.

Mas a Fundação Cesgranrio estava longe de ser uma unanimidade. As provas propostas eram exclusivamente de múltipla escolha, gerando desconforto e reclamações de todo o tipo.

Mesmo antes da retomada da normalidade civil, os efeitos do vestibular unificado com provas de múltipla escolha começaram a ser contestados em diversos espaços sociais, com destaque para o meio educacional. A preocupação maior era a suposta relação entre uma excessiva presença de questões objetivas e o conseqüente desinteresse, por parte das escolas, de investir no desenvolvimento das capacidades intelectuais dos estudantes. Manifestava-se, com bastante e crescente freqüência, o descontentamento dos educadores com a diminuição dos níveis de exigência com relação à formação geral dos estudantes e com a grande atenção dada ao treinamento para passar nas provas de vestibular (CASTRO; DOMINGUES, 2007)

Em 24 de fevereiro de 1977, foi assinado o decreto 79298 , no qual o governo federal impôs aos vestibulares para as instituições públicas a realização de uma prova de redação. A medida foi implantada no ano seguinte, 1978, ainda na vigência do vestibular unificado, e vige até hoje. Além disso, em seu primeiro artigo o decreto abria a possibilidade de se realizar o concurso em mais de uma etapa.

2.2.3 Os Vestibulares isolados da década de 1980

Apenas em 1987, as universidades públicas do Estado do Rio de Janeiro, já com o país em pleno processo de redemocratização, romperam com o modelo de vestibular unificado. A UFRJ, a principio em parceria com a UERJ, o CEFET e a ENCE, promoveram o seu primeiro vestibular totalmente discursivo exercendo de fato o poder de reorientar os currículos de Matemática nos Colégios do Rio de Janeiro. Segundo a análise de Castro e Domingues (2007), a UFRJ sabia do papel que poderia desempenhar junto às escolas de primeiro e segundo grau, numa tentativa de mudar o panorama do ensino

> "No lugar de ocupar-se prioritariamente da educação básica e do processo de formação dos cidadãos, o Estado concentra seus esforços em controlar o produto final do ensino médio; em vez de promover a superação da desigualdade, trata de apurar sua capacidade de selecionar os melhores estudantes; mais do que avaliar se ocorre aprendizagem para que o cidadão atue socialmente, estabelece limites rigorosos para a certificação; incapaz de manter um sistema público, credencia instituições privadas para suprir a oferta de educação superior; e, por fim, ao contrário de buscar a universalização da oferta de educação, em todos os seus níveis, aperfeiçoa e "democratiza" os exames de seleção para ingresso no ensino superior (vestibulares).
> Não necessariamente a partir destas considerações, mas certamente movida pela preocupação de seus docentes com a baixa eficácia das políticas governamentais para a educação básica, a UFRJ procurou construir, por meio do seu vestibular, uma relação produtiva com as escolas de primeiro e de segundo graus". (CASTRO; DOMINGUES, 2007)

O reitor, então recém eleito, da UFRJ, Horácio Macedo, foi o responsável por fazer com que a Universidade realizasse o seu vestibular de maneira independente, passando a cobrar dos alunos inscritos, em questões exclusivamente discursivas, a resolução de problemas matemáticos pouco vistos até então. As provas, em sua maioria com dez itens, foram divididas em duas grandes áreas: específica e não-específica. A prova não específica continha questões quase sempre elementares, passíveis de serem resolvidas sem o conhecimento de fórmulas. A prova específica, além de conter questões elementares, continha algumas questões que exigiam uma maior elaboração do aluno. A banca examinadora era composta por professores ligados ao Instituto de Matemática UFRJ e, a partir de 2001, contava também com representantes do CAp-UFRJ , possibilitando uma interação entre a Universidade e o Ensino Médio, mesmo que através do CAp-UFRJ, um colégio de excelência. Mesmo antes da participação direta de professores do CAp-UFRJ na elaboração dos exames vestibulares, havia a participação de professores do ensino médio na banca de correção das provas.

Castro e Domingues (2007)) consideram:

Postos em equipes com um mesmo propósito - realizar o processo com lisura e a maior justiça possível, docentes dos diversos segmentos são obrigados a aproximar olhares e a trocar conhecimentos e experiências, superando limites de suas atuações específicas como profissionais deste ou daquele nível de ensino. Aquilo que para muitos poderia configurar uma ação corregedora da universidade em relação aos (maus) rumos do ensino acabou, na verdade, construindo-se como espaço de troca e de atuação em parceria.

As questões de Matemática, em geral, exigiam do candidato algo que já estava em desuso no ensino da Matemática: saber justificar, usar a língua portuguesa para estruturar seu raciocínio sobre um problema, como podemos verificar no anexo de algumas provas de Matemática da UFRJ e seus respectivos critérios de correção. As questões não eram julgadas totalmente certas ou totalmente erradas, como numa prova de múltipla escolha. Havia apossibilidade de pontuar parcialmente uma determinada questão, mesmo sem tê-la acertado totalmente, um avanço para a época. O curioso é que o programa do vestibular da UFRJ, não diferia essencialmente do "programa Cesgranrio".

2.3 O CAP-UFRJ

Da análise do material obtido junto ao CADES, das entrevistas realizadas com ex-professores e ex-alunos e do caderno de Matemática da ex-aluna Lilian Krakowski, material disponibilizado em anexo, podemos reconstituir um pouco da história do ensino de Matemática do Colégio de Aplicação da UFRJ.

Sua direção pedagógica, desde a sua fundação do colégio , em 1948, lidou com uma situação aparentemente contraditória: seguia rigorosamente os programas oficialmente aceitos, inicialmente os expostos pela Reforma Capanema de 1942 e posteriormente a adaptação de 1951, mas tinha certa independência em relação às orientações do Ministério da Educação no que se referia aos métodos de ensino.

A utilização de novas técnicas de ensino estava em seu DNA de colégio experimental. O professor Luiz Alves de Mattos, seu fundador, insistiu na institucionalização do chamado horário de estudo dirigido na escola, quando os alunos, orientados por seus professores, num tempo extra, dirimiam dúvidas e questionamentos.

Por ser um colégio federal, os programas estabelecidos pela reforma Capanema foram seguidos na íntegra, da fundação do colégio até o inicio da década de 1960. Em 1964, o ensino fundamental iniciou o ensino da chamada Matemática Moderna, vista então como o estudo da teoria dos conjuntos e suas propriedades.

Desde a sua criação em 1948, realizando um exame de admissão tido como um dos mais difíceis (algumas provas podem ser encontradas em anexo), o CAp- UFRJ tinha o seu corpo discente formado por jovens que normalmente haviam se preparado, quer em seus colégios de origem quer em cursos especializados, para um colégio que sabidamente exigia muito de seus alunos. O que os pais dos alunos de classe média de então sonhavam era com uma vaga num colégio público, sinônimo de uma educação formal de excelência. No final da década de 1950 e início da década de 1960, ainda eram muito baixas as taxas de ingresso no ensino secundário.

> "De 100 alunos que frequentavam o nível primário apenas 14 chegavam ao nível subseqüente (ginasial) e, dentre esses, apenas 1% dos indivíduos era proveniente das classes populares, que correspondiam a mais de 50% da população brasileira" (Nunes, 2000, p. 48).

Para atestar a rigidez do exame de admissão ao CAp, citamos a reportagem do jornal Última Hora de 14/8/1961, relatando que na prova de meio de ano de 1961, 20 candidatos disputavam 13 vagas para o curso cientifico, sendo que apenas 1 aluno foi aprovado. Quando perguntado o porquê dessa situação, o Professor Luis Alves de Mattos responde que a causa é a falta de preparação." A seleção aqui é rigorosa, não só porque os nossos professores são todos diplomados pela Faculdade Nacional de Filosofia, como também preferimos os alunos realmente capacitados"

Os alunos ingressavam no Cap sabedores que teriam um ensino de qualidade inegável, mas que deveriam estudar muito para se manter na escola. O índice de reprovações era baixo. Segundo Abreu (1992, p. 157)

Durante o período em que o professor Mattos permaneceu à frente do colégio, a orientação que prevaleceu entre os professores era a de que um tipo de escola como o Aplicação tinha uma função, que era a de preparar segmentos da elite para interferir no processo de transformação da sociedade. Por outro lado, o sistema de seleção adotado garantia o sucesso da experiência pedagógica proposta, exatamente porque permitia trabalhar com um grupo homogêneo em termos de nível intelectual e cultural.

Com a saída do professor Luis Alves de Mattos da direção da Escola sua sucessora, a professora Irene Estevão de Oliveira, sob o argumento de que no Conselho Federal de Educação pululavam críticas aos Colégios de Aplicação pela rigidez de seus critérios de seleção, o que redundava em servir sempre a mesma clientela de mesma origem social, muda os critérios de admissão. Em 1971 o CAp passou a dar prioridade aos filhos ou dependentes do pessoal docente, técnico e administrativo da UFRJ. As vagas que porventura sobravam eram preenchidas por sorteio. Segundo Abreu (1992, p. 158)

O preenchimento de vagas através de sorteio foi abandonado após alguns anos de experiência, pois a prática demonstrou não ser esta a forma mais adequada de selecionar alunos para o projeto educacional do colégio. Por outro lado, os filhos de dependentes de professores ou funcionários da UFRJ constituíam uma população selecionada entre camadas sociais com acesso à informação e à cultura. O fato de o CAp se localizar na zona sul do Rio de Janeiro limitava o acesso dos filhos de funcionários provenientes de camadas sociais mais pobres, em geral moradores de bairros da zona norte ou subúrbios do Rio.

As modificações trazidas pelas leis de 1966-67, que reformaram o ensino superior, extinguiram a Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil em 1966. A FNFi deu origem a diversos institutos da, agora nova, Universidade Federal do Rio de Janeiro. O curso de pedagogia da FNFi transformou-se na Faculdade de Educação, fazendo com que o CAp se tornasse um órgão independente.

O número de alunos dos novos cursos de licenciatura da UFRJ crescia já a partir do final dos anos 1960. O CAp se viu obrigado a reorganizar a prática de Ensino. Segundo Abreu (1992, p. 160), em 1950, para 90 alunos do CAp, havia 30 licenciandos; em 1959, para 300 alunos, 90 licenciandos; em 1979, para 500 alunos, 980 licenciandos. O resultado deste crescimento foi a limitação do número de alunos estagiando nas turmas. Hoje, a grande maioria de licenciandos da UFRJ, faz estágio em colégios diferentes do CAp-UFRJ.

2.3.1 O CAP e os vestibulares

Até 1967, o CAp-UFRJ era responsável pela preparação de seus alunos até a terceira série do curso colegial. A partir de 1968, com a pressão exercida pelos cursinhos e com a possibilidade dos alunos fazerem um convenio, a situação mudou. Os alunos com formação no CAP-UFRJ ganhavam bolsas e mimos para que cumprissem o terceiro ano colegial num cursinho, particularmente os cursos Vetor e Bahiense, na área tecnológica, e o curso Miguel Couto, da área médica, que disputavam, no Rio de Janeiro, as primeiras colocações nos vestibulares bem como o número de candidatos aprovados. Estes cursos disponibilizavam, quase sempre, bolsas de 100% para os alunos do CAP, pois isto significava quase a certeza de estarem disputando um dos primeiros lugares no concurso vestibular, poderem estampar nos jornais o feito e, com isso, ter no ano seguinte uma legião de novos alunos vindos dos mais variados colégios, iludidos com o número de aprovados pelo curso pré-vestibular. Era comum ver turmas de até trezentos alunos nesses cursinhos, como atestava a reportagem de capa da revista Veja em 1971(7/4/71)

Em 1968, por uma decisão eminentemente política e controversa de sua nova diretora Irene Estevão de Oliveira, o terceiro ano do curso colegial do CAp foi provisoriamente extinto, numa ajuda inusitada aos cursinhos do Rio de Janeiro. O programa oficial de matemática, segundo nos atesta o ex-professor de Matemática do CAP-UFRJ Walter Villa Filho, em entrevista em anexo, passou a ser inteiramente cumprido nos dois primeiros anos do curso colegial, liberando o aluno para um possível terceiro ano onde ele desejasse.

Na mesma entrevista, o professor Villa Filho atesta que as boas ofertas de emprego também se estenderam ao quadro de professores do CAP. Os cursinhos sabiam de suas qualidades. Na área de Matemática, o professor Reinaldo Pavarini, dividiu sua vida profissional, no final da década de 1960 e inicio da década de 1970, entre o CAp e o Curso Bahiense; depois disso, desligando-se do CAp, foi um dos sócios da rede de cursos Impacto, uma das maiores do Rio de Janeiro. O próprio professor Villa Filho foi professor do Curso Bahiense e um de seus sócios, o professor Victor Nótrica, professor de química do colégio, foi um dos diretores do Curso Miguel Couto, famoso na época entre estudantes que desejassem ingressar numa faculdade de Medicina.

Segundo a reportagem da revista Veja (1971), enquanto um bom colégio pagava 17 cruzeiros por hora aula de um professor, os cursinhos chegavam a pagar 100 cruzeiros por hora aula. Naquele momento o salário mínimo variou entre 187,20 em janeiro de 1971 e 225,60 salário de dezembro de 1971
(Fonte http://www.uel.br/proaf/informacoes/indices/salminimo.htm)

Um fato que merece ser citado é a publicidade do Curso Miguel Couto, destacando o nome de seu Diretor, professor Victor Nótrica, no Jornal "A Forja", órgão do combativo grêmio estudantil do CAp. Estudantes, professores e pais de alunos compactuavam na época com essa ética: um colégio público de excelência reconhecia, de certa forma, a sua impotência diante do que ofereciam os cursos pré-vestibulares.

É inegável que a ideologia "vestibularesca" acabou por contagiar os programas de todas as disciplinas de todos os colégios do Rio de Janeiro.

O Conselho Federal de Educação, no dia 2 /10/ 1973, aprovou o parecer 1710 do Padre José de Vasconcelos determinando que, a partir de 1975, não mais se admitiria, sob qualquer pretexto, a existência de convênios entre colégios e cursinhos que, indiretamente, legitimavam os cursos preparatórios de vestibular, que substituíam a terceira série das escolas regulares de segundo grau. Segundo o Padre José de Vasconcelos, em depoimento ao Jornal do Brasil, edição de 3/10/73:

> "A determinação do Conselho Federal de Educação visa, sobretudo disciplinar a implantação da Lei 5.692, que reformou o ensino, no capítulo relativo ao segundo grau, e coibir o abuso crescente de instituições de ensino que vivem à margem da lei e que vêm de longe data perturbando o processo educacional brasileiro."

Com a aprovação do parecer, em 1974, a direção do CAp-UFRJ foi obrigada a retomar o projeto de formação de turmas de terceiro ano, pondo fim a evasão de jovens tão talentosos para os cursinhos. A equipe de professores do terceiro ano do colégio era uma seleção de professores de cursinhos; uma inversão da lógica, mas que acabou por dar segurança aos pais e aos alunos. A partir Dalí, o CAp-UFRJ voltou a ter efetivamente os três anos do ensino secundário.

Em 1988, o país aprovava a sua nova constituição; as discussões sobre educação ganharam vulto. O CAP-UFRJ, sob a Direção da professora Maria de Lourdes Castro, reuniu as diversas equipes das disciplinas para a discussão e elaboração de novos programas. A iniciativa demonstrava uma preocupação com a retomada da vocação do Cap em ser um formador de cidadãos livres e pensantes. A preocupação exacerbada com aprovação em vestibulares é um pouco atenuada, ao mesmo tempo em que voltam as preocupações com a formação de um espírito crítico no aluno, na velha tradição humanista, como atesta a entrevista ao Jornal do Brasil em anexo. Na área de Matemática, os conteúdos são reorganizados em função do programa do vestibular da UFRJ. Esta questão não era uma exclusividade do CAP: a aprovação no vestibular continuava muito importante por ser,à época, a única avaliação externa do ensino dos colégios. No final dos anos 1980 e durante toda a década de 1990, vivendo novamente a democracia, a aquisição do conhecimento é valorizada, há espaço para o debate.

Em 1996, eram divulgados os Novos Parâmetros Curriculares Nacionais e em 1997 os PCNs+. O programa adotado pelo CAp não sofreu modificações em função dos PCNS+. As mudanças ocorreram em função de discussões internas em relação aos conteúdos ensinados e a adequação à proposta pedagógica. O programa foi algumas vezes modificado, mas não em sua essência. Isso se explica a partir da autoridade e da autonomia reconhecidas dos setores curriculares da escola. No CAp, são os setores curriculares que decidem o programa a adotar, segundo o depoimento oral dado ao autor da atual coordenadora de Matemática do colégio, Daniella Assemany da Guia.

3 Os Programas do CAp.

O desenvolvimento dos programas de Matemática do CAp-UFRJ apresenta desde a sua primeira versão algumas peculiaridades. O fato de o colégio ser experimental, de serem seus professores formados dentro da perspectiva do movimento Escola Nova e, ainda, de contar com um corpo discente de qualidade indiscutível, trouxeram algumas especificidades que vão além da aplicação dos programas oficialmente aceitos.

Conhecer um pouco em que ambiente seus diretores, seus professores e seus alunos trabalharam, nos ajuda na compreensão dos currículos e das práticas escolares.

Portanto, antes da discussão dos programas de Matemática, teceremos algumas considerações sobre o ambiente onde estes programas foram aplicados. Dividiremos o capítulo em três partes; (1) O ambiente escolar (2) A atuação da direção pedagógica e (3) A análise dos programas.

3.1 A filosofia da escola e os alunos

O que há de relevante no surgimento do Colégio de Aplicação da Faculdade de Filosofia da Universidade do Brasil?

O colégio nasceu intrinsecamente ligado às propostas da Escola Nova, um movimento de renovação do ensino que surgiu no fim do século XIX na Europa e Est escolanovismo e , em 1932, lançaram o Manifesto da Escola Nova, defendendo a universalização da Escola Pública, Laica e Gratuita. Esses intelectuais viam num sistema estatal de ensino público, livre e aberto, o único meio efetivo de combate às desigualdades sociais da nação. Sobre isso, o manifesto de 1932, dizia:

> “A diversidade de conceitos da vida provém, em parte, das diferenças de classes e, em parte, da variedade de conteúdo na noção de ”qualidade socialmente útil”, conforme o ângulo visual de cada uma das classes ou grupos sociais. A educação nova que, certamente pragmática, se propõe ao fim de servir não aos interesses de classes, mas aos interesses do indivíduo, e que se funda so-

> bre o princípio da vinculação da escola com o meio social, tem o seu ideal condicionado pela vida social atual, mas profundamente humano, de solidariedade, de serviço social e cooperação. A escola tradicional, instalada para uma concepção burguesa, vinha mantendo o indivíduo na sua autonomia isolada e estéril, resultante da doutrina do individualismo libertário, que teve aliás o seu papel na formação das democracias e sem cujo assalto não se teriam quebrado os quadros rígidos da vida social. A escola socializada, reconstituída sobre a base da atividade e da produção, em que se considera o trabalho como a melhor maneira de estudar a realidade em geral (aquisição ativa da cultura) e a melhor maneira de estudar o trabalho em si mesmo, como fundamento da sociedade humana, se organizou para remontar a corrente e restabelecer, entre os homens, o espírito de disciplina, solidariedade e cooperação, por uma profunda obra social que ultrapassa largamente o quadro estreito dos interesses de classes". FONTE: MANIFESTO DOS PIONEIROS DA EDUCAÇÂO NOVA ,1932

As questões consideradas como nodais pelos pioneiros da Educação Nova situavam-se na hierarquia das instituições escolares (escola infantil ou pré-primária; primária; secundária e superior ou universitária), que requeriam "uma reforma integral da organização e dos métodos de toda a educação nacional, dentro do mesmo espírito que substitui o conceito estático do ensino por um conceito dinâmico, fazendo um apelo, dos jardins de infância à Universidade, não à receptividade mas à atividade criadora do aluno". Os pioneiros pregavam uma "continuação ininterrupta de esforços criadores" que deveria levar à "formação da personalidade integral do aluno e ao desenvolvimento de sua faculdade produtora e de seu poder criador, pela aplicação, na escola, para a aquisição ativa de conhecimentos, dos mesmos métodos (observação, pesquisa, e experiência), que segue o espírito maduro, nas investigações científicas".

O grande nome do movimento da Escola Nova foi o filósofo e pedagogo John Dewey (1859-1952). Suas idéias sensibilizaram alguns educadores e membros da elite brasileira com o movimento da Escola Nova. De acordo com Teitelbaum e Apple (2001, p. 199)

> "Dewey manteve-se comprometido na defesa de uma sociedade "intencionalmente progressista". Condenou a visão tradicional da cultura como abertamente aristocrática na sua dimensão exclusivista e iníqua e optou, pelo contrário, em fundamentar a cultura e a estética na experiência comum. De igual modo, em vez de uma escola que permanece isolada da vida social, Dewey defendeu que a escola deveria assumir um papel participativo na transformação para uma melhor ordem social. Reconheceu a natureza das barreiras e distinções de classe e advogou que as escolas poderiam ajudar a eliminar tais barreiras".

A atuação dos pioneiros se estendeu pelas décadas de 1930 e 1940 sob fortes críticas dos defensores do ensino privado e religioso, mas, sobretudo fazendo novos adeptos. Um desses foi o professor Luiz Alves de Mattos (1907- 1980), catedrático da cadeira de didática geral e especial da Universidade do Brasil.

Conhecer um pouco da trajetória do Professor Mattos e sua origem religiosa é importante, pois ele, segundo todos os entrevistados, comandava de perto o CAp-UFRJ e muito de sua história de vida foi trazida para o Colégio. Luiz Alves de Mattos nasceu em São Paulo. Filho de imigrantes portugueses, cedo ingressou na vida religiosa. Seu pai era jardineiro em uma escola confessional, onde as freiras orientaram o menino Luiz em seus estudos iniciais. Aos 17 anos de idade, veio para o Rio de Janeiro, iniciando os estudos superiores em Filosofia e Teologia na Ordem de São Bento. Em 1926, a Ordem dos Beneditinos proporcionou a Dom Xavier de Mattos, seu nome religioso, permanência de seis anos nos Estados Unidos (1926-1931), onde obtém os seguintes graus: Bacharel em Teologia, Bacharel em Direito Canônico, Doutor em Teologia e Mestre em Educação, veja Carvalho (2000)

Sua formação clássica - humanista enfatizara o papel da Reflexão como fonte de produção do conhecimento. Sua permanência nos Estados Unidos colocara a Experiência, lado a lado, como fundamental neste processo, como o caminho confiável para alcançar a verdade e para garantir uma verdadeira aprendizagem. Interessa-se profundamente pela questão metodológica: tanto a metodologia científica quanto a metodologia didática - fundadas na experimentação - marcam seu pensamento e sua ação daí em diante. É grande a influência que o Pragmatismo de Dewey exerce sobre o seu pensamento.

Em 1932, ao retornar dos Estados Unidos, Dom Xavier de Mattos se depara com o lançamento do “Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova”, redigido por Fernando de Azevedo e subscrito por cerca de 25 educadores e intelectuais brasileiros. Segundo a mesma autora:

> “Seu pensamento não possui as marcas do discurso monológico cristão; seu pensamento tem, agora, um formato híbrido, sendo um misto de Teologia, Filosofia e, sobretudo, Ciência que o aproxima dos Pioneiros.”

Luiz Alves de Mattos torna-se Catedrático de Psicologia Educacional e Sociologia Educacional da Fados Unidos, inspirados nas idéias político-filosóficas de igualdade entre os homens e do direito de todos à educação. No Brasil, alguns intelectuais aderiram aoaculdade de Filosofia Sedes Sapientiae (1933-1937) e de Psicologia Educacional e Metodologia da Faculdade de Ciências e Letras de São Bento (1935-1939), ambas localizadas na Cidade de São Paulo. Mattos permanece na Ordem Beneditina até 1939, quando tem seu pedido de laicização aprovado pelo Papa.

Transfere-se para a Cidade do Rio de Janeiro e dedica sua vida profissional exclusivamente à atividade educacional, em especial à Administração Escolar e, sobretudo à Didática. Em 1939, inicia sua atuação como Titular de Didática Geral e Especial da Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil (UB) - atual UFRJ - cargo docente que ocupou até 1972.

Luiz Alves de Mattos torna-se o idealizador, organizador e diretor de várias instituições de ensino: 1. Colégio de Aplicação da Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil (1948-1965); 2. Escola Brasileira de Administração Pública (EBAP) da FGV do Rio de Janeiro (1951-1953); 3. Escola Interamericana de Administração Pública (EIAP) da FGV/RJ (1964-1966); 4. Departamento de Ensino da FGV (1947-1951); 5. Instituto Brasileiro de Administração da FGV (1951- 1972). Organiza e supervisiona o Colégio Nova Friburgo da FGV e participa da equipe que idealiza o IESAE (Instituto de Estudos Avançados em Educação) da Fundação Getúlio Vargas, hoje extinto, sendo seu Diretor no período de 1971/1973 (VILARINHO, 1999, p. 349).

Para Luiz Alves de Mattos, a tarefa de educação e instrução das novas gerações é das mais complexas e sutis. Envolve a formação do caráter, da personalidade, da inteligência dessas gerações, de modo a integrá-las na vida social, no mundo produtivo, no processo contínuo de progresso humano. A responsabilidade do educador é dupla: diz respeito ao indivíduo educando e à sociedade maior (CARVALHO, 2000).

Aproximando-se das idéias dos pioneiros da Escola Nova, Mattos tem a grande oportunidade de por em prática as idéias do movimento quando, o artigo 5 do decreto lei[1] que regulamentou o CAp, estabeleceu que: “Caberão ao catedrático de didática geral de cada Faculdade a direção e a responsabilidade do Ginásio de aplicação”.

Assim, Luiz Alves de Mattos passa a ocupar um lugar privilegiado para a difusão e aplicação das idéias do movimento renovador da escola nova. O professor Mattos fica simultaneamente responsável pela orientação de seus alunos na Faculdade de Filosofia, que evidentemente se dá dentro de uma perspectiva escolanovista e pela formação e direção do “colégio de demonstração[2]”. Mattos escolheu, para a coordenação das disciplinas do CAp, colaboradores que naturalmente compartilhavam de suas idéias sobre a Escola Nova. A principal característica dos novos métodos de ensino propostos pela “Escola Nova”, segundo o manifesto dos pioneiros, consistia na introdução de uma relação “ativa” entre professor e aluno no processo pedagógico. Isso implicaria em elaboração de atividades e estímulos que exigissem do aluno um grau elevado de reflexão acerca dos conteúdos disciplinares.

O CAp surgia como uma escola fora dos padrões até então habituais; não era uma escola particular laica, nem tampouco uma escola religiosa. Assim, a instituição atraia para si, durante seus primeiros anos de existência, os filhos da classe média intelectualizada e não tradicionalista. Os setores médios, no período que estamos abordando, buscavam o Colégio de Aplicação

[1]DECRETO-LEI N. 9.053 - DE 12 DE MARÇO DE 1946
[2]Colégio Experimental voltado à prática didática de licenciandos

pela sua qualidade e pelo grande número de aprovações para a universidade, o que era visto como uma forma de garantir ascensão social. Após realizar exames de admissão, tido pelo seu próprio diretor como um dos mais rigorosos da época, o aluno ingressava no CAp com a consciência de que muito iriam exigir dele. O ensino era "forte", rivalizando com tradicionais colégios do Rio de Janeiro.

A direção do professor Luiz Alves de Matos durou desde a fundação do CAp até 1965, quando se afastou com problemas de saúde.

> "Durante a sua gestão, a preocupação central girava em torno da formação de uma elite intelectual que em seus futuros postos de trabalho contribuiria para a resolução dos problemas brasileiros. Essa base sobre a qual o colégio deveria se constituir propiciou algumas características peculiares: baixo nível de hierarquização entre alunos e professores, postura crítica dos alunos em sala de aula, estudo sobre problemas sociais, alto nível intelectual do corpo discente, entre outros" (MAFRA, 2006)

A pesquisadora ainda constata que "Muitas vezes, o incentivo à postura crítica, colocada pelos próprios estudantes em seu jornal, era exposto como condizente com a concepção ético-moral da escola."

A professora Irene Estevão de Oliveira foi diretora substituta em exercício até 1969, quando foi nomeada diretora efetiva. Ela dirigiu o colégio até 1973, quando assumiu o cargo de sub-reitora da UFRJ. Segundo um depoimento seu dado a Abreu (1992): o Professor Mattos ficou muito enfraquecido com a doença e não tinha mais energia para enfrentar aquela fase "perigosa da revolução, de rebeldia dos alunos, rabiscando as paredes e fazendo jornais subversivos" . A professora Irene foi a responsável, em 1967, pelo fechamento do grêmio e por proibir a circulação do jornal "A Forja", órgão dos estudantes do CAp. Mas a tradição de lutas e de reflexões sobre a realidade Brasileira já era um dado de realidade. O aluno do CAp, naquele momento, era diferenciado, independente e autônomo.

Até o inicio da década de 1980, o CAp- UFRJ era subordinado diretamente à Faculdade de Educação; a partir daí, transformou-se num órgão suplementar da UFRJ e teve seus diretores eleitos diretamente pela comunidade acadêmica, nos mesmos moldes dos reitores das universidades.

3.1.1 Os Professores

Os chamados professores regentes não tinham um contrato de trabalho assinado. Luiz Alves de Mattos estabelecia um contrato informal de três anos com seus professores, que recebiam por cada aula dada, isto é, não tinham direito a férias, 13º salário ou indenização, no caso de demissão. Segundo nos relatou o professor Oswaldo de Assis Gomes, ex professor do CAp-UFRJ no período (1957-1965), ainda havia o agravante de o salário atrasar sistematicamente quatro, cinco ou até seis meses. Segundo Abreu (1992, p. 92) "Como se explica então que jovens de talento aceitassem trabalhar sob essas condições?" Ela responde:

> "Trabalhar no CAp dava prestígio, era sinal de competência, equivalia quase a ser professor universitário. Na época, a qualificação para se tornar professor universitário não dependia de cursos de pós graduação, e a carreira acadêmica começava a convite do professor catedrático. Ser professor do CAp era um trampolim para a universidade ou para colégios que remuneravam bem".

Segundo a mesma autora, o professor Mattos nunca se empenhou na luta pela estabilidade no emprego de seus professores; ele sabia que, por ser o CAp um colégio experimental, não era qualquer professor que poderia se manter dentro dele. O trabalho exigia uma boa dose de criatividade diária, Mattos não queria professores acomodados.

Ao fim da década de 1970, os professores passaram para o regime CLT e, depois, foram efetivados. Em meados da década de 1980, com a redemocratização, surgiram os primeiros concursos públicos para docentes do CAp e o regime de dedicação exclusiva ou 40 horas semanais.

3.2 A atuação da direção pedagógica da Matemática

Nos primeiros anos do CAp- UFRJ e, ao lado do professor Luiz Alves de Mattos, se destacou a professora Eleonora Lobo Ribeiro, responsável por toda a área de Matemática do colégio.

Segundo Abreu (1992, p. 80) "Seu amor à Matemática a levava a exigir que os alunos dessem o máximo de seu esforço intelectual ao estudo dessa matéria, mesmo que isso significasse prejuízo no estudo das demais disciplinas".

Em 1955, a professora participou do primeiro congresso de educação Matemática ocorrido em Salvador, Bahia, e lá mostrou e defendeu as práticas docentes do CAp-UFRJ.

> "Urge, portanto, que os educadores se libertem da preocupação exagerada e, por vezes, a única de que estão possuídos, pelo conteúdo da matéria, tendo como objetivo, apenas, habilitar o aluno nas demonstrações dos teoremas, sem explorar algo mais elevado, sem fazer com que o aluno "viva" o ensino; isto resulta em desilusão e descrédito do adolescente por não assimilar os conhecimentos ministrados e fracassar na vida prática, o que é uma conseqüência do caráter formal imprimido à Matemática. Os professores se deixam levar entusiasmados pela beleza da matéria que já tiveram a facilidade de sentir, e

> querem que os alunos tenham maturação para os acompanhar. Daí decorre a aversão por parte dos educandos pela Matemática”

Em 1956, num plano de curso de Matemática, deixado em anexo, para o primeiro período do terceiro ano científico, a professora Eleonora Lobo Ribeiro descreve mais pormenorizadamente aquilo que o CAp, através de sua coordenadora, perseguia no ensino da Matemática.

No programa, a professora Eleonora divide os objetivos a serem atingidos em três categorias: automatismos, elementos ideativos e elementos emotivos, usando a taxonomia de Bloom, muito usada pelos professores de então:

Automatismos: se dividem em duas subcategorias (1) Habilidade Específica: Cálculo e (2) Hábitos: raciocínio, precisão, exatidão, clareza, analogia, conclusão e ordem

Elementos Ideativos: Aquisição dos conhecimentos e informações da unidade I[3] da terceira série do curso científico do Programa oficial

Elementos Emotivos:

(1) Atitudes: atenção, rigor cultural, crítica e auto-crítica, apreciação do valor da Matemática através da Geometria Analítica e Limites

(2) Interesses: Pela resolução de problemas e exercícios, em transmitir o que sabe e em leituras de livros matemáticos sobre o assunto

(3) Preferências: Leituras Culturais

(4) Ideais: amor ao conhecimento desinteressado, culto a verdade e amor à ciência.

---

[3]Conceito de função; representação cartesiana; reta e círculo; noção intuitiva de limite e de continuidade.

1. Conceito elementar de variável e de função. Variável progressiva e variável contínua; intervalos. Noção intuitiva de limite de uma sucessão; exemplos clássicos elementares; convergência.
2. Funções elementares; classificação. Representação cartesiana de uma função e equação de uma curva. Curvas geométricas e curvas empíricas; noção intuitiva de continuidade. Representação gráfica de funções usuais; função exponencial, função logarítmica e funções trigonométricas diretas. Acréscimo de uma função num ponto; funções crescentes e funções decrescentes. Tangente; inclinação da tangente.
3. Limite de variáveis e de funções; limites infinitos. Propriedades fundamentais. Exemplos elementares de descontinuidade de uma função em um ponto. Descontinuidade das funções racionais fracionárias.
4. A função linear e a linha reta em coordenadas cartesianas. Parâmetro angular e parâmetro linear. Formas diversas da equação da linha reta. Representação paramétrica ; área de um triângulo em função das coordenadas dos vértices. Os problemas clássicos de inclinação, interseção, passagem e distância, relativos a linha reta.
5. A equação geral do 2^o grau com 2 variáveis e a circunferência de círculo em coordenadas cartesianas. Formas diversas da equação da circunferência de círculo. Interseção de retas e circunferências.

Ao mesmo tempo em que o programa é fortemente referenciado naquilo que havia de oficial (o programa de 1951), há diferenças claras em relação ao ensino dos demais colégios, pois no CAP se cultua, dentre outros valores, o “conhecimento desinteressado”, a verdade, o amor à Ciência e a “transmissão daquilo que se sabe”.

Numa entrevista concedida ao autor, o professor Flávio Dickstein, atualmente professor do departamento de Matemática aplicada da UFRJ e ex-aluno do CAp, comenta:

> “Eu aprendi no Aplicação, em primeiro lugar a gostar da Matemática, foi lá que eu comecei a me apaixonar não só pela Matemática, mas pelo conhecimento em geral, então, o que o Aplicação me deu também foi esse amor pelo conhecimento. Eu acho que no Colégio de Aplicação existia o amor pelo conhecimento, de todo tipo de conhecimento. E isso era passado para os alunos, estava no ar no Colégio, e era passado para os alunos. Agora, em particular na minha formação profissional, o meu maior amor foi sempre pela Matemática e eu aprendi a gostar da Matemática no Colégio de Aplicação.”(C.F. Anexos Depoimentos)

Escrevendo sobre a metodologia que deveria ser empregada no ensino da Matemática, o caso da Geometria Analítica do terceiro ano do ensino médio é emblemático. A professora Eleonora escreve que é necessário introduzi-la tornando claro seu objetivo e aproveitando-se sempre dos conhecimentos anteriores dos alunos, como o de representação geométrica de números relativos que, segundo ela, levaria, de uma maneira natural, à noção de função. Deixa claro que o método predominante na exposição da matéria deve ser o dedutivo e complementado por exercícios de aplicação.

Independentemente dos conteúdos escolhidos, há uma preocupação da Professora, em relacioná-lo com conteúdos vistos anteriormente, estabelecendo o que chamamos de progressão didática.(C.F. Anexos CADES)

Limites: detalha a metodologia dizendo que o professor deve partir de uma dada função estudando seu comportamento quando a variável independente se aproxima de um dado valor por valores superiores e inferiores. Neste caso, ela diz, no anexo citado, que o método deve ser indutivo, pois devem ser dados os diferentes valores e as correspondentes conclusões dos alunos. Segundo a professora, essa é a única maneira de fazer com que o aluno compreenda a definição de limite. Depois disso, pode-se aplicar o método dedutivo.

Segundo Abreu (1992, p. 92), o curso de Matemática apresentava médias baixas. A autora escreve sobre o orientador educacional, Dieter Hutter, e um relatório de 1961, que analisa a questão:

> “nunca os alunos estudaram tanta Matemática; 60% do tempo eram gastos para essa disciplina e 40% para todas as demais”. Sobre isso, a professora

> Eleonora dizia que o objetivo do CAp era ensinar o aluno a pensar e resolver os seus problemas com os elementos que conhece, e não adestrá-lo em tipos "standard" de problemas"

Quando escreve sobre as atividades extraclasse passíveis de serem realizadas durante o primeiro período de Matemática da turma do terceiro ano colegial, a professora Eleonora Lobo Ribeiro diz não haver disponibilidade para qualquer atividade, dada a exigüidade do tempo. (C.F Anexos CADES).

A cobrança da Matemática no Colégio de Aplicação fazia com que seus alunos lidassem com pontos do programa que eram pouco comuns nos demais colégios do Rio de Janeiro. Com o alto nível em que o curso era levado, os alunos alcançavam facilmente sucesso nos exames vestibulares que exigiam Matemática. Além disso, os alunos teciam uma rede de solidariedade, onde os melhores alunos da disciplina ajudavam aqueles mais fracos.

3.2.1 Uma proposta inovadora da direção pedagógica: O Estudo Dirigido

Sem poder modificar o programa oficial de Matemática de 1943, depois reorganizado em 1951, o CAp inovava na metodologia do ensino.

O professor Luiz Alves de Mattos, defensor do chamado estudo dirigido, implantou-o no CAp. Segundo ele,

> "os conhecimentos não se transmitem e por meio do estudo dirigido eles poderiam ser dosados e habilmente apresentados, de modo que os alunos os possam assimilar;" (MATTOS, 1957, p.214). O "Plano do Período Extra" estabelecia que fosse acrescentado ao "horário escolar um período diário de estudo dirigido, geralmente com duração de uma hora e meia, na direção do qual os professores das diversas matérias se revezam semanalmente. O plano visava originalmente reforçar as aulas das cinco matérias mais pesadas e difíceis do currículo escolar, dando aos professores e alunos a oportunidade de conferirem as dificuldades que estavam surgindo e se orientarem com mais segurança nos seus trabalhos e tarefas". (MATTOS, 1957, p.219).

No primeiro congresso de Ensino de Matemática, o estudo dirigido dominou as discussões e trabalhos apresentados, a maior parte deles de professores do Colégio de Aplicação. Nele, destacou-se o trabalho da professora Eleonora Lobo Ribeiro, que defendeu no congresso o estudo dirigido já experimentado no Colégio de Aplicação.

O Congresso aceitou como contribuições valiosas as sugestões e recomendou:

As técnicas aplicadas no Colégio de Aplicação da Faculdade Nacional de Filosofia e relatadas perante os congressistas, bem como as constantes do trabalho "ESTUDO DIRIGIDO: Sua

Organização, Modalidades e Técnicas de Direção, do Prof. Luiz Alves de Matos, da F.N.F". Segundo Lando (2011, p. 7)

> "É relevante destacar que quatro dos seis trabalhos apresentados nesses congressos, têm como autores, professores vinculados ao Colégio de Aplicação da Faculdade Nacional de Filosofia, quer seja na função de professores deste Colégio, como os professores: May Lacerda de Brito Monnerat, Sylvia Barbosa, Anna Averbuch, Martinho da Conceição Agostinho, Oswaldo de Assis Gomes e Roberto Bethlem Silvares. Quer seja como professora-assistente, Eleonora Lobo Ribeiro, ou diretor, Luiz Alves de Mattos. Com isso, é possível perceber a importância que esta instituição teve na experimentação e divulgação do estudo dirigido no Ensino de Matemática durante o período analisado neste artigo".

3.2.2 Os Horários

Abaixo o quadro com o número de aulas das disciplinas de Matemática e Desenho Geométrico ao longo do tempo no curso científico.

	Até 1966			1966-1971			1971 - 1988			1988-2000		
	1º	2º	3º	1º	2º	3º	1º	2º	3º	1º	2º	3º
Matemática	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4
Desenho	4	3	5	3	4	3	1	1	0	2	2	0

É um fato que o número de aulas de Matemática diminuiuao longo do tempo em 20% o que é pouco. Mas não podemos nos esquecer que, entre 1967 e 1974, todo o programa de Matemática era dado nas duas primeiras séries do curso colegial.

Há uma variação grande nos horários dedicados à disciplina de Desenho geométrico, talvez reflexo do fim das provas da matéria nos exames vestibulares, mas o importante é que até hoje, essas aulas são mantidas nos dois primeiros anos de curso secundário, um reforço considerável para o ensino de Geometria. O ano de 1971 foi marcado como aquele em que houve a última prova de Geometria Descritiva nos vestibulares do Rio de Janeiro. A direção do Cap de então retirou tempos de aula da disciplina de Desenho. Um fato que ocorria na grande maioria das escolas começou a afetar o Cap: a pouca importância dada ao ensino da geometria. O colégio, então, retoma as aulas de Desenho Geométrico, embora em tempo menor do que aquele do início da década de 1960. Atualmente, o CAp-UFRJ é um dos raros colégios do Rio de Janeiro com essa disciplina nos dois primeiros anos do curso colegial.

3.3 Os programas

3.3.1 Da fundação até 1971

Segundo Backes e Gaertner (2007), o programa oficialmente aceito para as três séries do curso científico era:

Primeira Série Científica	Segunda Série Científica	Terceira Série Científica
Unidade I: Números aproximados, erros, adição e subtração, progressões aritméticas e geométricas.	Unidade I: Arranjos, permutações, combinações.	Unidade I: Funções elementares, sucessões, limites, geometria analítica.
Unidade II: Logaritmos, equações exponenciais.	Unidade II: Binômio de Newton, soma das potências dos números naturais.	Unidade II: Derivadas e aplicações, máximos e mínimos, integrais e aplicações.
Unidade III: Retas e planos, ângulos, poliedros, estudo sucinto das superfícies, prismas e cilindros, pirâmides, cones e troncos, esfera. Unidade IV: Elipse, hipérbole e parábola.	Unidade III: Determinantes, regra de Cramer, sistemas de m equações com n incógnitas, teorema de Rouché. Unidade IV: Vetores, projeções	Unidade III: Polinômios, números complexos, relações entre os coeficientes e as raízes, transformações, equações recíprocas, cálculo das raízes inteiras.
	Unidade V: Transformações trigonométricas, tábuas trigonométricas, equações trigonométricas.	
	Unidade VI: Resolução de triângulos retângulos, resolução de triângulos obliquângulos	

Esta organização curricular na disciplina Matemática é adotada nas escolas secundárias brasileiras, ao menos formalmente, desde a Lei Capanema até o ano de 1971, quando ocorre uma reformulação profunda no sistema educacional básico do Brasil.

A Matemática na primeira série é altamente algébrica, com o predomínio do estudo das equações; a geometria de incidência até os primeiros anos da década de 1960 é teórica. Pela análise dos cadernos de alunos que fizemos, verificamos que os exercícios vão aparecer apenas após o advento da Matemática Moderna; a Geometria métrica predomina; as cônicas são estudadas como lugares geométricos e o Teorema de Dandelin é estudado no CAp.

No segundo ano, segundo o depoimento oral dado ao autor pelo professor Osvaldo de Assis Gomes, há uma inversão das unidades; as noções de combinatória introduzem e justificam o cálculo dos determinantes; a trigonometria tem início com o estudo de vetores, sem se falar de espaços vetoriais, dando-se ênfase apenas à relação de Chasles e às projeções de um vetor, com o intuito de introduzir a trigonometria no ciclo.

Segundo o mesmo professor, no terceiro ano, há um estudo pormenorizado das funções e fortes noções de cálculo diferencial e integral. Muitas vezes, os professores do CAp ministravam aulas sobre equações diferenciais e suas aplicações; os números complexos têm conotação fortemente algébrica, isto é, têm interesse apenas quando se estudam as raízes de um polinômio; nenhuma reflexão sobre a geometria dos complexos é feita; a geometria é a analítica. Este era o programa oficial aceito e praticado no CAp-UFRJ. O programa parecia irrefutável, mas não era...

3.3.2 A LDB de 1961 e o CAP

Do ponto de vista do currículo, o que é novo na lei 4.024/61 é a permissão dada pelo art. 104 de se constituírem escolas experimentais com currículos próprios, o que faz jus ao art. 12 da mesma, onde se reconhece a correlação “sistemas de ensino” e “flexibilidade dos currículos”.

A circular assinada pelo professor Gildásio Amado, diretor do ensino secundário do CAp-UFRJ de 28 de março de 1962, considera que:

> “A lei estabelece que o Conselho Federal e os conselhos estaduais, ao relacionarem as disciplinas obrigatórias, definirão a amplitude e o desenvolvimento dos programas de ensino em cada ciclo. O Conselho Federal, aprovando parecer referente ao assunto, esclarece que compete ao Conselho Federal de Educação organizar não programas minuciosos das cinco disciplinas que estabeleceu como obrigatórias, mas um plano geral em que configurem os temas, cujo tratamento lhe pareça fundamental, e defina seu desenvolvimento em cada ciclo, ou seja, dê àquela temática uma sequencia e uma extensão em cada ciclo, o que poderia ser acompanhado de instruções metodológicas de ordem geral”. (ANEXO CADES)

Diante da falta de manifestação do Conselho Federal de Educação sobre o currículo minucioso das matérias obrigatórias, o Colégio de Aplicação manteve o programa que estava em curso, o de 1951. Em 1962, realizava-se em Belém (PA) o IV^{o} Congresso Nacional de Ensino de Matemática, que tratou do ensino da Matemática Moderna. O congresso, com forte participação de professores de São Paulo, ligados ao Grupo de Estudos do Ensino Da Matemática (GEEM), foi monotemático. As experiências apresentadas neste IV^{o} Congresso foram posteriormente organizadas em uma publicação do I.B.E.C.C. (Instituto Brasileiro de Educação Ciência e Cultura) sob o título Matemática Moderna para o Ensino Secundário.

Em 1966, o GEEM organiza o V congresso que ocorreu em São José dos Campos, SP sob o tema: a Matemática Moderna na escola secundária, articulações com o ensino primário e com o ensino universitário. Segundo Soares (2005):

> "o congresso teve cerca de 350 participantes de todo o país destacando-se as participações dos estados de São Paulo (129); Rio Grande do Sul (47); Rio de Janeiro (26); Paraná (25); da Guanabara (24); Minas Gerais (18) e Bahia (12). Este Congresso trouxe pela primeira vez matemáticos estrangeiros como Marshall Stone (EUA), George Papy, da Bélgica; Hector Merklen, do Uruguai e Helmuth Renato Völker, da Argentina
> As sessões de estudo foram distribuídas em três estágios: o primeiro discutiu problemas da Teoria dos Conjuntos e de Lógica Matemática aplicada ao ensino; o segundo, para os já iniciados em Matemática Moderna, tratou de tópicos de Álgebra Moderna e Espaços Vetoriais; e o terceiro, de problemas de tratamento moderno da Geometria e Lógica Matemática"

Definitivamente o tema Matemática Moderna atraía a atenção de grande parte do professorado, inclusive a direção pedagógica do CAp-UFRJ. O estudo da Matemática Moderna, sem que o Estado Federal tivesse qualquer interferência, seja na elaboração de um currículo de Matemática, seja na promoção de cursos de capacitação de professores, se estabelece de maneira inequívoca nos programas de Matemática, inclusive os do CAp.

O estudo da Geometria de incidência incorpora fortemente elementos da Lógica e da Teoria dos Conjuntos. Para citar um exemplo, na verificação de aprendizagem de Geometria de 2/10/1969 para o segundo ano científico, no CAp-UFRJ, o professor Reinaldo Pavarini, de Matemática, pedia para que o aluno provasse que:

(i) $\forall r, s, \pi, \pi', (r \not\subset \pi) \wedge (s \subset \pi) \wedge \pi'(r, 2) \rightarrow \pi \cap \pi' = s$

(ii) $\forall A, \pi, \pi' : (A \in \pi \cap \pi') \wedge (\pi \neq \pi') \rightarrow \exists r / (A \in r) \wedge (\pi \cap \pi' = r)$

Os exercícios de geometria de incidência, inexistentes nos livros didáticos por nós analisados e editados até então, são agora oferecidos em profusão no Colégio de Aplicação que adota, curiosamente, apenas parte do programa de Matemática Moderna: a Lógica Matemática foi explorada à exaustão - a construção de tabelas verdade era um assunto recorrente nas aulas do

Colégio. No entanto, a Geometria Analítica, em 1969, tinha a abordagem clássica, a linguagem dos vetores ainda não fazia parte das práticas de sala de aula. Os elementos de cálculo, junto com o estudo das funções, matéria normalmente ministrada no 3º ano do curso colegial, no CAp-UFRJ eram assunto da segunda série (ANEXO CADERNOS E PROVAS)

Com base nos depoimentos do professor Osvaldo de Assis Gomes e dos alunos, nos documentos obtidos no CADES e na análise dos cadernos de alunos, podemos fazer uma breve síntese sobre a evolução dos programas de Matemática entre a fundação do CAp, em 1948 e 1971:

O programa de 1951 foi essencialmente cumprido ao longo do período;

Nos primeiros anos da década de 1960, a Matemática Moderna começou a ser ministrada no ginásio, mas não no cientifico;

A partir de 1967, os elementos de Lógica e de Teoria dos Conjuntos são fortemente incorporados aos programas de Geometria, numa adesão parcial aos programas de Matemática Moderna;

Os elementos de Cálculo (limites, derivadas e integrais) foram ministrados no colégio com a demonstração de seus teoremas mais importantes, incorporando inclusive conceitos de análise;

Até 1970, o colégio ministrava aulas de Geometria Descritiva, a partir de 1970 permanecem apenas as aulas de Desenho Geométrico.

3.4 O período 1971-1997

A Lei 5.692/71 deixou claro que às escolas caberia a responsabilidade de elaboração dos currículos, observados os mínimos estabelecidos pelos Conselhos Federal e Estaduais de Educação, pois somente a equipe de educadores de cada estabelecimento de ensino, em face do conhecimento de sua clientela e dos recursos disponíveis, poderia propor planos exeqüíveis, de acordo com cada realidade escolar.

Ao delegar às Secretarias Estaduais de Educação e aos colégios o poder para estabelecer os programas das disciplinas de 2^o grau, o governo federal possibilitou que os “novos” programas dos exames vestibulares balizassem a formulação do currículo oficial dos colégios . O estado federal, independente do que seus ministros viessem a dizer, tornava o currículo oficial extremamente propedêutico. O fato adquire maior importância por ser absolutamente contraditório com os objetivos da Lei 5692/71, que convergiam para transformar o 2^o grau em ensino profissionalizante, diminuindo a demanda por vagas nas Universidades. Isto é, dar ao segundo grau um sentido de terminalidade ou de formação de técnicos.

3.4.1 As mudanças de fato

A chamada Matemática Moderna já vinha sendo ensinada na prática desde 1967 nas turmas dos colégios e, em particular, nas do Colégio de Aplicação. Os currículos escolares acabaram por ganhar um novo significado pelas mudanças ocorridas: (C.F. ANEXOS)

1. A chamada Teoria dos Conjuntos é introduzida no currículo do CAp- UFRJ, atribuindo-se a ela o papel de pilar da Matemática. Além disso, o ensino da Lógica, através da construção de tabelas verdade e o uso exacerbado de quantificadores, apresentado como a versão inconteste da Matemática Moderna para os estudantes do segundo grau.

2. A Análise é deslocada do currículo do terceiro para o primeiro ano, numa versão mais superficial, já que o estudo da variação das funções continua apenas em alguns colégios, no terceiro ano, caso do CAp-UFRJ, em outros, simplesmente desaparece. As relações binárias e funções são trazidas para o primeiro ano do segundo grau. Estudavam-se agora as propriedades e classificação das funções, deixando-se para o terceiro ano o estudo da variação das funções.

3. A Trigonometria tem sua reafirmada independência em relação à Álgebra e à Geometria;

4. O ensino da Geometria declina, sem que seja substituído ou complementado pelas transformações geométricas. Não há um resgate ou continuidade daquilo que se aprendeu no curso ginasial. A Geometria dos cursos científicos é a geometria métrica espacial, ou seja: cálculo de áreas e volumes de sólidos;

5. As operações com vetores e a Álgebra Linear passam a coexistir com o ensino da Geometria Analítica.

Um fato relevante, e já estudado em dissertações e teses, é que, ao se diminuir o número de horas dedicadas ao estudo da Geometria e ao se transformar o que restou em Geometria métrica, faz-se com que desapareçam teoremas, axiomas, lemas e corolários.

O CAp-UFRJ teve a sua vocação de resistência posta à prova: entre 1968 e 1973, os alunos abandonavam sistematicamente o 2^o grau quando concluíam a segunda série, quando engajavam-se nos cursinhos pré-vestibulares. Os professores de Matemática, diante dessa realidade, condensaram o currículo da matéria, fazendo com que todo o currículo fosse cumprido nos dois primeiros anos do curso colegial. O CAp se diferenciava ainda mais dos outros colégios de nível médio do Rio de Janeiro que, frágeis diante das iniciativas dos cursinhos, sucumbiam ao ensino mediano. Quando em 1974, com o fim dos convênios entre escolas e cursinhos, a direção pedagógica do CAp se viu forçada a formar turmas de 3^o ano, certamente causou no mercado dos cursinhos uma perda irreparável de "seus" primeiros colocados nos vestibulares. O CAp, a partir dali, reorganizou o seu currículo, voltando a dar o programa dos três anos do Colégio em três anos e não em dois, como vinha acontecendo desde 1968.

O depoimento do professor Walter Villa ao autor mostra a preocupação dos professores de Matemática, após a volta do terceiro ano científico em 1974, em ir muito além do programa cesgranrio, o que passou a ser a referência entre os professores e coordenadores de Matemática do período considerado. No CAp, o programa de Matemática avançava muitas vezes até a resolução de equações diferenciais. Um hiato permanecia: a Análise começava a ser estudada no primeiro ano, sofria uma imotivada supressão no segundo ano e voltava a ser estudada no terceiro ano, agora acompanhada das taxas de variação e limites. Segundo o professor Villa o programa de revisão das novas turmas de terceiro ano era:

Parte I - Aritmética, Álgebra e Análise

- Noções de Lógica
- Conjuntos: noção intuitiva de conjunto. Operações com conjuntos
- Conjuntos numéricos: naturais, inteiros, racionais e reais
- Funções: conceito, operações, gráfico.
- Funções polinomial, exponencial, logarítmica, trigonométrica e modular. Função inversa.
- Equações e Inequações: sistemas de equações e inequações.
- Regra de três, razões e proporções. e Progressões Geométricas
- Análise Combinatória: princípio fundamental da contagem. Permutações, Arranjos e Combinações
- Probabilidade: definição e propriedades básicas. Porcentagem. Juros simples.
- Polinômios: raízes, relações entre coeficientes e raízes. Teorema Fundamental da Álgebra.
- Matrizes e determinantes quadradas de ordem até n.
- Métodos de cálculo dos determinantes. Abaixamento de ordem.

- Seqüências: noções de seqüência. Progressões Aritméticas.
- Funções e gráficos. Continuidade. O método de Newton. Máximos e mínimos locais, derivadas de ordem superior, pontos de inflexão. Regra de L'Hôpital. As funções trigonométricas, suas inversas e derivadas.
- Definição de limite de função: limites fundamentais. Cálculo de limites pela definição.
- Derivadas. Definição. Velocidade instantânea. Interpretação geométrica.Interpretação cinemática.Cálculo pela definição. Acréscimos. Aplicação da regra de L'Hôpital.
- A integral definida. Teorema Fundamental do Cálculo, primitivas. Integração numérica. Técnicas de integração: integração por partes e substituição. Algumas aplicações de integrais. Cálculo de áreas e volumes.
- Equação diferencial de 1ª ordem.

Parte II - Geometria e Trigonometria

- Geometria Plana: figuras planas. Teorema de Tales. Semelhança. Relações métricas. Perímetros e áreas.
- Geometria Espacial: posição relativa entre pontos, reta e plana. Poliedros. Poliedros regulares. Prismas, pirâmides, cilindro, cone e esfera. Sólidos de revolução. Relações Métricas. Áreas e volumes.
- Trigonometria. Arcos e ângulos. Medidas e relações. Funções inversas

Parte III - Álgebra Linear e Geometria Analítica

- Vetores no R2 e no R3: conceitos. Operações com vetores: adição, multiplicação de um vetor por um escalar.
- Produto escalar, produto vetorial e produto misto. Interpretação geométrica.
- O espaço vetorial R2
- O espaço vetorial R3.
- Geometria Analítica Plana: retas e cônicas no R2
- Geometria Analítica Espacial: retas, planos e esferas no R3

- Discussão de sistemas de equações lineares 2 x 2 e 3 x 3.

Durante a década de 1970, os novos programas de vestibular e os livros didáticos analisados trazem, além dos elementos da Matemática Moderna, uma novidade: o estudo de Matrizes totalmente dissociado da Álgebra Linear. Assim, as Matrizes são apresentadas como tabelas de dupla entrada e as operações são estudadas e destituídas de sentido. O programa fornecido pelo Professor Walter Villa, confirma o fenômeno também no CAp- UFRJ.

No final da década de 1970, cresce o movimento contra o excesso de formalismo da Matemática Moderna. No inicio da década de 1980, a teoria dos conjuntos perde um pouco de sua força modal, a Lógica também, já não tem o mesmo peso que há 10 anos.

Neste período, o Cap adota os livros da série Fundamentos da Matemática Elementar (IEZZI et al., 1977), uma coleção de referência para professores, onde quase todos os teoremas enunciados são demonstrados, e que, numa grande quantidade de colégios prestigiosos, acabou sendo adotado como livro texto, fazendo com que o programa de Matemática fosse feito em função dos conteúdos expostos nos livros.

Em 1988, uma nova discussão sobre os programas é realizada no Cap, que lança o seu catálogo de disciplinas (ANEXO CAP) . O programa de Matemática elimina formalmente o estudo do cálculo no terceiro ano aderindo integralmente, a menos da ordem em que os tópicos são distribuídos pelos três anos do ensino médio, ao programa aceito por todos - o Programa-Cesgranrio.

3.4.2 O CAp e as primeiras provas do Enem

Em 1998, após os PCN's +, o programa de Matemática é readaptado em função do novo livro texto, sem que também sofra mudanças substanciais. Os novos livros adotados são os da coleção Temas e Metas (MACHADO. A.S, 1986), em seis volumes.

A primeira edição do ENEM, em 1998, reuniu 157.200 mil alunos inscritos e, em sua quarta edição, em 2001, alcançou 1.600.000 inscritos, um crescimento vertiginoso.

A elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e dos chamados Temas Estruturadores do ensino médio, teve a coordenação de Luiz Carlos Menezes, Doutor em Física e Educador .

Sabedores das distorções que o ensino sofreu ao longo dos últimos anos, os autores são determinados no sentido de defender a produção de um conhecimento efetivo no ensino médio, de significado próprio, não somente propedêutico. A interdisciplinaridade e contextualização são as buscas constantes dos PCN's, que agora estabelecem apenas as habilidades e competências que devem ser desenvolvidas no aluno, deixando novamente a cargo das municipalidades e até mesmo dos colégios o desenvolvimento dos meios para que se atinjam essas competências. O estado federal novamente não se manifesta quando o assunto é o currículo do Ensino Médio.

> Tais referenciais já direcionam e organizam o aprendizado, no Ensino Médio, das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, no sentido de se produzir um conhecimento efetivo, de significado próprio, não somente propedêutico. De certa forma, também organizam o aprendizado de suas disciplinas, ao manifestarem a busca de interdisciplinaridade e contextualização e ao detalharem, entre os objetivos educacionais amplos desse nível de ensino, uma série de competências humanas relacionadas a conhecimentos matemáticos e científico-tecnológicos. Referenda-se uma visão do Ensino Médio de caráter amplo, de forma que os aspectos e conteúdos tecnológicos associados ao aprendizado científico e matemático sejam parte essencial da formação cidadã de sentido universal e não somente de sentido profissionalizante.(BRASIL, 2000)

O CAp-UFRJ continua com o seu programa apoiado por apostilas e listas de exercícios de seus professores. Em 2004, adota o livro de Luiz Roberto Dante que traz as provas do Enem e que foi um grande sucesso no mercado editorial.

4 Os Livros didáticos

Numa entrevista concedida ao jornal do CECIERJ (Centro de Ciências do Estado do Rio de Janeiro), a professora Celina Maria de Souza Costa, Diretora do CAp-UFRJ, ao final de janeiro de 2006, fala um pouco das especificidades que sempre acompanharam o colégio (COSTA, C.M.S. Importância do ambiente democrático : entrevista[10/01/2006]. Rio de Janeiro: Jornal do CECIERJ. Entrevista concedida a Leonardo Soares Quirino da Silva

> Até o ano passado, cerca de 400 estagiários fizeram estágio no CAP. A escola é pequena e acaba tendo um estagiário para cada dois alunos. Temos 27 turmas, sendo três de terceiro ano do ensino médio, onde tradicionalmente não tem estágio. Em geral, o estagiário passa um ano no CAP, esse tempo varia um pouco em cada departamento. Semanalmente, o estagiário tem um horário com o professor de prática e outro com o supervisor de estágio, fora de sala de aula.

Falando sobre o que achava ser o grande diferencial entre o CAp-UFRJ e os demais colégios cariocas, Celina Maria de Souza diz:

> O diferencial do CAP é basicamente a forma de gestão. É um colégio em que o planejamento é um planejamento coletivo, mas cada departamento tem autonomia para definir as suas diretrizes curriculares de planejamento. Este pode ser mudado a cada ano, dependendo exclusivamente do grupo de professores. A discussão da aplicação desse planejamento também é feita coletivamente pelo corpo do departamento.

Segundo a professora Daniela Assemany da Guia, em depoimento ao autor : No Colégio de Aplicação o convívio entre professores, monitores, direção e alunos sempre foi estreita e as discussões sobre que livro adotar, que material didático utilizar, acabam por envolver quase todo o colegiado.

Ao escrevermos sobre os livros didáticos oficialmente adotados pela coordenação pedagógica, tivemos que, no Capítulo 2, utilizando as entrevistas e depoimentos ou analisando as fontes primárias reunidas, conhecer um pouco as práticas de sala de aula do colégio, tanto no desenvolvimento da Teoria quanto na qualidade dos exercícios propostos.

Nesta análise, devemos levar em conta que em muitos momentos os professores seguiram apenas um manual, caso do período que vai de meados da década de 1970 até o ano 2000; mais de um manual didático no período que vai da fundação do Colégio, 1948, até meados da década de 1960 e, em outros tantos não seguiram manual algum, preferindo um padrão próprio dado por suas notas de aulas. Este é o caso do final da década de 1960 e inicio dos anos 70, quando apresentaremos em anexo algumas notas de aula de uma ex-aluna da época.

O advento da Matemática Moderna desde meados da década e 1960, mais precisamente a partir do V Congresso de Ensino de Matemática, influenciou as transformações do material didático adotado pelas escolas, pois simplesmente ainda não havia uma literatura adequadamente testada entre os estudantes de segundo grau que abordasse o tema Matemática Moderna. Os professores vinculados aos cursinhos pré-vestibulares conheciam bem o tipo de questão que começava a surgir nos exames de admissão às universidades. Eles passaram a produzir apostilas que abordavam o assunto, na verdade manuais práticos de resolução de questões de vestibulares.

Outro objetivo que temos é procurar perceber quais os conteúdos que perduraram e aqueles que mudaram ou simplesmente foram abandonados ao longo do período que vai de 1948, data da fundação do CAp-UFRJ, até o ano 2000. Este capítulo se dividirá em duas partes distintas; na primeira, tentaremos fazer uma breve análise dos livros didáticos na ordem em que foram adotados e vinculados aos períodos já comentados na introdução geral, e na segunda faremos uma análise comparada destes livros textos, incluindo as notas de aulas da aluna Lilian Krakowski de 1967.

Achamos importante incluir na análise de cada texto, notas biográficas sobre seu(s) autor (es). Com isso objetivamos avaliar de que forma a prática pedagógica e a história profissional de cada autor, possivelmente, interferiu nos seus textos didáticos.

4.1 Os Manuais didáticos adotados entre 1948 e 1971

A quase totalidade dos livros didáticos escritos no período analisado segue fielmente as propostas do currículo de 1951. Por isso, a importância de se entender um pouco os objetivos desse programa.

Em 1956, a campanha de aperfeiçoamento e difusão do ensino secundário (CADES), num concurso de monografias sobre a metodologia de diversas disciplinas do ensino de segundo grau, premiou e publicou o trabalho do professor de Matemática Manoel Jairo Bezerra sobre didática especial de Matemática (BEZERRA, 1957). No trabalho, o Professor faz a síntese dos objetivos do ensino da Matemática no programa oficial de então. Os objetivos são muito genéricos e buscam fazer com que o estudante seja um participante ativo do processo de aprendizagem. Para isso, Bezerra (1957) apela constantemente para a intuição do aluno.

Escrevendo sobre a fixação da aprendizagem, o autor enumera as técnicas, então modernas, para alcançar o objetivo:

São cinco as técnicas fundamentais, e que são usadas no curso secundário no Brasil.

1. Exercícios
2. Recapitulação
3. Estudo dirigido
4. Tutorial
5. Tarefa ou deveres[1]

Com esses critérios e objetivos, foram escritos os primeiros dois livros didáticos que analisaremos.

4.1.1 Curso de Matemática - Autor: Manoel Jairo Bezerra - volume único

Notas Biográficas

Manoel Jairo Bezerra nasceu na ilha de Macau, Rio Grande do Norte em 2 de fevereiro de 1920 e morreu, aos 90 anos, em 11 de março de 2010 no Rio de Janeiro.

Em 1939, ingressou na Faculdade Nacional de Filosofia onde quatro anos mais tarde obteve o titulo de Bacharel em Matemática .

Sua vida acadêmica teve inicio no Colégio Metropolitano, um colégio particular situado no subúrbio carioca do Méier, onde, começando como funcionário da secretaria escolar, assumiu sucessivos cargos até que, em 1950, se tornou seu diretor. Na rede particular, além do Colégio Metropolitano, trabalhou no Colégio Andrews e na rede oficial nos colégios Pedro II, Instituto de Educação do Estado da Guanabara, Escola de Comando e Estado-Maior da Aeronáutica, Curso de Técnica de Ensino do Exército e Naval. Trabalhou ainda como coordenador e consultor de programas de rádio e televisão educativos. Em 1967, ao lado dos educadores Gilson Amado e Alfredina de Paiva e Souza, criou a Fundação Centro Brasileiro de Televisão Educativa - um centro produtor de programas didáticos que posteriormente conseguiria a outorga da Televisão Educativa do Governo Federal do Brasil (TVE Brasil).

[1]disponível em http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe2/pdfs/Tema7/0737.pdf

Em 1953, Manoel Jairo Bezerra publicou pela Companhia Editora Nacional o livro Questões dos exames de admissão e os três volumes do livro Curso de Matemática que, mais tarde, em 1960, seria publicado na versão de volume único, que não sofreu maiores alterações em relação ao texto original, aqui objeto de nossa pequena análise[2] .

Na apresentação de seu novo livro de 627 páginas, surgido da fusão e reordenação dos capítulos dos três volumes do Curso de Matemática lançados em 1953, Jairo Bezerra chama a atenção para a vantagem de um volume único: “Além de estar menos sujeito às modificações de programas, facilitará a revisão da matéria nas vésperas dos vestibulares...” Ali, o autor, expondo as vantagens da utilização de seu texto, sem saber, iniciaria uma tradição no mercado editorial de livros didáticos de Matemática, a de colocar o texto a serviço dos exames vestibulares, numa conotação claramente propedêutica.

O livro é dividido em quatro partes: Aritmética e Álgebra para 1^o, 2^o e 3^o anos, Geometria Espacial para o 2^o ano, Trigonometria para o 2^o ano e Geometria Analítica para o 3^o ano, seguindo rigorosamente os pontos do programa de 1951. A estrutura de cada capítulo, de modo geral, segue o modelo: preliminares, definições e propriedades, enunciados de alguns teoremas, demonstrações, exercícios resolvidos e exercícios para resolver.

Aritmética e Álgebra

São 16 capítulos dedicados aos campos da Aritmética e da Álgebra. Faremos aqui, breves comentários sobre alguns desses capítulos, após a leitura do texto, feita pelo autor:

Nos Capítulos III e IV, respectivamente dedicados ao estudo dos logaritmos e equações exponenciais, o autor se detém no aspecto exclusivamente algébrico, encarando os logaritmos e exponenciais como operadores, sem pretender estudá- los como funções.

Nos capítulos VII e VIII, são estudados determinantes e sistemas lineares. O chamado estudo das matrizes não era abordado. Bezerra apenas define matriz quadrada para introduzir o conceito de determinante, suas propriedades operatórias e a chamada regra de Cramer. A definição de determinante usada por Bezerra estava associada à noção de classe de uma permutação dos índices dos termos da matriz quadrada. Bezerra usa essa noção, mas imediatamente cai nas chamadas regras práticas para o cálculo de um determinante.

No Capitulo XIX, Bezerra estuda o trinômio do segundo grau em sua forma canônica, mas que foi abandonado pouco a pouco com o passar dos anos.

[2]Fonte: Soares, F : Sobre o professor Manoel Jairo Bezerra disponível em http://www.sbemrj.com.br/uploads/O%20professor%20Jairo%20Bezerra%20-%20Fl%C3%A1via.pdf

O Capítulo X é dedicado aos números reais e complexos; algumas linhas são dedicadas aos números reais e à noção de corte. Buscando ser rigoroso em sua definição para um número real, Bezerra escreve: "Todo corte no conjunto dos números racionais define um número real, que será racional se o elemento de separação das duas partes pertencer ao conjunto dos números racionais e será irracional em caso contrário". (BEZERRA, 1960, p.138). Por não definir claramente o que é um número irracional nem tampouco o que é um corte, fato que talvez fuja ao escopo de um curso secundário, a definição de Bezerra para um número real fica claramente prejudicada.

Seis páginas do livro são dedicadas ao estudo dos números complexos, o que parece ser insuficiente para que o estudo seja realizado num espectro amplo. O texto se prende apenas à definição de unidade imaginária, à forma algébrica de um complexo e às operações de adição/subtração, multiplicação/divisão.

Talvez por se ater estritamente aos programas oficiais, a exposição didática acaba por se tornar, muitas vezes, dogmática. Neste sentido, alguns trechos do capítulo são emblemáticos:
"Módulo de um complexo. Chama-se módulo ou valor absoluto de um número complexo $a+bi$ o valor aritmético de $\sqrt{a^2+b^2}$. O módulo de $a+bi$ representa-se por $|a+bi|$.
Exemplo: Achar o módulo de $3+4i$
$|3+4i| = \sqrt{9+16} = 5$" BEZERRA, op. cit., p. 159

Ou ainda, quando vai escrever sobre a divisão de dois complexos:

> "Divisão. A divisão de dois números complexos $a+bi$ e $c+di$, pode ser obtida escrevendo o quociente sob a forma de fração e, a seguir, procedendo de modo análogo ao usado na racionalização do denominador de uma fração. Segue um exemplo para a conclusão:
> Na prática, basta multiplicar ambos os termos da fração obtida pelo número complexo conjugado do denominador"

.

Segue um outro exemplo. (op.cit, pág 163).

Os capítulos XI, XII, XIII e XIV, são dedicados, respectivamente, ao estudo das funções, limites, derivadas e primitivas imediatas.

O conceito de função é introduzido para o posterior estudo de suas variações. Bezerra apresenta um quadro com a classificação das funções (funções unívocas e plurívocas, explicitas, implícitas, algébricas, transcendentes, racionais e irracionais), define campo de existência de uma função e explora os seus aspectos gráficos.

Em 1960, o conceito elementar de função, segundo Bezerra, era:

> "Diz-se que uma variável y é uma função de uma variável x, quando a cada valor de x corresponda, mediante certa lei, um ou mais valores de y. Se a cada valor de x corresponde um e somente um valor de y a função diz-se unívoca ou uniforme; se a cada valor de x correspondem mais valores de y a função diz-se plurívoca ou multiforme BEZERRA, op. cit., p. 165-166

Em 24 páginas, o livro expõe toda a Teoria dos limites incluindo uma grande série de exercícios. Evidentemente, Bezerra explora o aspecto intuitivo de limite deixando de lado o rigor. Resume os conceitos, apresenta tabelas exemplifica e passa rapidamente à prática de exercícios imediatos. Desta maneira, quando escreve sobre o número de Euler, Bezerra escreve:

$$e = \lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

"Deixamos de demonstrar esse limite por ser sua demonstração rigorosa, muito difícil e trabalhosa" BEZERRA, op. cit., p. 191. O livro continua com o conceito de derivadas e com o estudo da variação das funções, sempre se valendo de fórmulas e tabelas. Isto permanece no Capitulo XIV, primitivas imediatas, que começa com uma definição e em sua terceira página já apresenta um quadro resumo, passando imediatamente a uma série de cinquenta exercícios de aplicação e resolução imediata.

É importante ressaltar que toda a parte de Análise, na época, e talvez de maneira mais coerente, era vista apenas na terceira série do curso de segundo grau, possibilitando ao professor uma visão um pouco mais aprofundada quando o assunto eram as funções.

Sendo assim, quando o livro aborda a construção de gráficos de funções, o faz de acordo com o que é visto hoje em qualquer curso de Cálculo 1, isto é, usando a noção de limites e derivadas para a determinação dos chamados pontos críticos das funções.

O livro de Bezerra ainda dedica algumas páginas para o estudo da integral definida, associando-a a área sob uma curva. Não sendo e não podendo ser um livro para universitários, Bezerra apresenta uma primeira visão das funções e das noções de Cálculo de acordo com que exigiam os programas oficiais.

No estudo dos polinômios, o livro de Bezerra contempla uma página para o estudo da Fórmula de Taylor, demonstrando-a, e ao Algoritmo de Ruffini-Horner para a determinação dos coeficientes do polinômio de Taylor. Em seguida, vêm os exemplos e exercícios para resolver.

No Capítulo XVI, dedicado à Teoria das equações, Bezerra enuncia o teorema fundamental da Álgebra, sem evidentemente demonstrá-lo, passando em seguida para os métodos de transformações das equações, o método de Laguerre[3] para a delimitação de raízes de um polinômio,

[3]É condição necessária e suficiente para que um número L seja cota superior das raízes reais de $F(x) =$

regras de exclusão de Newton e algoritmo de Peletarius, auxiliares na determinação das raízes de uma equação algébrica.

A Geometria

Especial atenção é dada à Geometria métrica - cálculo de áreas e volumes de sólidos geométricos. Aliás, esse parece ser o objetivo dos capítulos de Geometria , se olharmos os exercícios propostos. Seguindo o modelo: definição, dedução de fórmulas, exercícios resolvidos e exercícios para resolver, estes últimos quase sempre imediatos, os capítulos se sucedem.

Quando do estudo da esfera, o autor demonstra com algum rigor um teorema sobre a área da superfície gerada pela rotação de uma linha poligonal qualquer em torno de um eixo, deduzindo a partir desse teorema a área da superfície esférica. Um outro teorema é demonstrado para a determinação do volume do solido gerado pela rotação de um triângulo, deduzindo-se daí a fórmula para o cálculo do volume da esfera.

A Geometria de incidência merece um dos capítulos do livro numa listagem de definições, postulados e teoremas, quase todos demonstrados. Não há questões propostas neste capítulo.

No capítulo dedicado às seções cônicas, há definições e os métodos de construção das curvas. O capítulo encerra com o enunciado do teorema de Dandelin[4] e uma observação: “A demonstração desse teorema deixa de ser apresentada, por ser laboriosa e por ser quase impossível de ser bem realizada, nas condições atuais, principalmente”BEZERRA, op. cit., p. 476

A Trigonometria

O capítulo introduz a noção de vetor, cita o teorema de Chasles e o de Carnot: “A medida algébrica da projeção da resultante de dois vetores sobre um eixo é igual à soma das medidas algébricas das projeções desses vetores sobre esse eixo”. O que é curioso é que dois capítulos muito pequenos (6 páginas e 3 páginas) são dedicados, respectivamente, ao estudo dos vetores e projeções. O livro não dedica exercício algum ao tema, que tem apenas um valor utilitário para definir depois seno, cosseno e tangente no círculo trigonométrico. A partir daí, são vistas as

$a_0x^m + a_1x^{m-1} + \cdots + a_{m-1}x + a_m = 0$ que tenhamos: $F(x) > 0$ para $x \leq L$

[4]A secção determinada pela interseção de uma superfície cônica de revolução com um plano é:

1^o uma elipse, quando o plano intercepta todas as geratrizes da superficie cônica sobre uma mesma folha dessa superfície;

2^o uma hipérbole, quando o plano intercepta todas as duas folhas da superfície cônica;

3^o uma parábola, quando o plano é paralelo a uma geratriz da superfície cônica.

transformações trigonométricas, a utilização de tabelas trigonométricas, resolução de equações e resolução dos triângulos, usando-se a lei dos senos e a lei dos cossenos.

Geometria Analítica

A noção de vetor vista nos dois mini-capítulos que introduziam a trigonometria é abandonada, voltando-se o capítulo para a demonstração de fórmulas de distâncias, ângulos, regras práticas e, naturalmente, muitos exercícios.

São deduzidas as equações da reta e da circunferência sendo as cônicas deixadas de lado.

O capítulo sobre Geometria Analítica não dialoga com o estudo dos determinantes e sistemas lineares; os dois são encarados de maneira independente e sem relação alguma.

Os exercícios do Livro

Dos 1422 exercícios propostos pelo livro, foram detectados apenas 18 que têm um enunciado requerendo alguma demonstração ou prova. A quase totalidade das questões é de solução imediata, necessitando apenas do emprego de um algoritmo ou fórmula. Pouquíssimos deles requerem o conhecimento de mais de uma das noções expostos. São exercícios elementares, na acepção da palavra.

4.1.2 Matemática 2^{o} Ciclo - Autor: Thales Mello Carvalho - volume único

O livro de Thales Mello de Carvalho dedicado ao curso colegial é posterior ao livro de Manoel Jairo Bezerra, mas ainda sob a égide da lei de 1951, surgiu inicialmente em três volumes e, como o livro de Bezerra, mais tarde foi fundido num único volume. A divisão e a estrutura do livro é exatamente a mesma que a do livro de Manoel Jairo Bezerra. A diferença que consideramos mais marcante entre os dois textos são as preocupações de Carvalho com o rigor matemático. Com efeito, quase todos os teoremas propostos no livro são demonstrados.

O primeiro capítulo do livro é dedicado à Geometria de incidência: todas as proposições são demonstradas e como no livro anterior, nenhum exercício é proposto. Ao passar à Geometria métrica, um fato que merece ser destacado. Quando trata do volume do paralelepípedo retângulo, ele o divide em dois casos: quando as dimensões do paralelepípedo são comensuráveis e quando são incomensuráveis. A "demonstração" para o caso em que as dimensões são incomensuráveis é feita em letras com um corpo menor, mas é feita. Ele volta a se destacar no estudo das seções cônicas. Carvalho (1969) demonstra o teorema de Dandelin e propõem questões ao fim do Capítulo, quase todas exigindo demonstrações do aluno, como, por exemplo

- Demonstrar que a hipérbole é o lugar geométrico dos centros das circunferências tangentes a um círculo, que passam por um ponto fixo, exterior a esse círculo.
- Demonstrar que a parábola é o lugar geométrico dos centros das circunferências que passam por um ponto fixo e são tangentes a uma reta fixa. Caracterizar esse ponto e essa reta.
- Demonstrar que, dadas duas circunferências de raios r e r', respectivamente, das quais uma é interior á outra, o lugar geométrico dos pontos eqüidistantes dessas circunferências é uma elipse, cujos focos são os centros dessas circunferências e cujo eixo maior é $r+r'$

Ou definição de processos de construção

- Definir o processo de construção de uma elipse, dados os focos e um de seus pontos
- Definir o processo de construção de uma hipérbole, dados o centro, um foco e a direção de uma assíntota
- Definir o processo de construção de uma parábola, dados o foco e dois de seus pontos

Se por um lado, o livro aborda questões como as acima por outro, abandona a noção de sólidos semelhantes, que não é apresentada. O estudo da área e do volume dos troncos de cone, por exemplo, é feito pela aplicação de fórmulas específicas.

O livro prossegue com as noções de vetores e projeções para a introdução de Trigonometria. A diferença substancial na exposição teórica entre Bezerra e Carvalho é que este constrói os gráficos das funções circulares usando uma noção intuitiva de função, visto que essa noção só posteriormente era estudada.

No Capítulo 12, dedicado às Progressões, Carvalho tem uma abordagem diferente da exposta por Bezerra, quando escreve sobre o limite da soma de uma P.G. decrescente. Carvalho usa a noção intuitiva de limite na dedução da fórmula mas, depois disso, a noção não é mais explorada e o foco passa a ser a aplicação da fórmula encontrada em exercícios de solução imediata, tais como o cálculo de frações geratrizes de dízimas periódicas e a determinação do limite da soma dos termos de uma progressão dada.

No próximo capítulo, o livro explora o tema logaritmos com duas diferenças básicas para o texto anterior:

Para fazer a passagem da potência de expoente racional para a potência de expoente real, o livro de Thales Mello de Carvalho tem preocupações que foram desaparecendo com o decorrer do tempo. Define um numero irracional a partir de duas sucessões de números racionais: uma crescente e outra decrescente, cujo limite comum é o número s, irracional. Depois disso, Carvalho mostra o conhecido sentido em análise da potência, quando s é irracional.

O texto antecipa a construção dos números reais, tendo em vista o seu público alvo: alunos recém egressos do curso ginasial. No entanto, os exercícios são sempre os de aplicação imediata: manipulação das propriedades operatórias e uso adequado da antiga tábua de logaritmos.

Constatamos que os enunciados dos exercícios quase sempre iniciam por Calcule ou Resolva. São raros os pedidos de demonstração ou exercícios que envolvam mais de um conceito.

Para introduzir o estudo das funções, o livro de Carvalho se apropria de conceitos utilizados pela Matemática Moderna. Assim, ele dedica todo o Capítulo 18 aos Consjutose sucessões. Após lançar as noções de Conjuntos, subConsjutose conjunto vazio, Carvalho define Consjutosfinitos e infinitos e possança de um conjunto (número cardinal transfinito), Consjutosnumeráveis e Consjutosordenados.

Ao escrever sobre o conjunto dos números racionais $\mathbb{Q}$, Carvalho demonstra que: 1) $\mathbb{Q}$ é ordenado; 2) $\mathbb{Q}$ é denso; 3) $\mathbb{Q}$ é numerável. (Carvalho exibe uma função bijetora de $\mathbb{N}$ em $\mathbb{Q}$).

O livro prossegue descrevendo grandezas comensuráveis e incomensuráveis, números irracionais (usando a noção de corte), Consjutoscontínuos e o continuum linear - conjunto dos números reais.

Há a demonstração de Cantor de que o conjunto dos números reais não é numerável as noções de entorno, ponto de acumulação, extremos de um conjunto para, por fim, explorar a noção de sucessões numéricas. Carvalho encerra o capítulo com uma série de exercícios de solução imediata.

O Capítulo 19 é dedicado ao estudo das funções, seguido de Limites e Continuidade, estudo analítico da reta e da circunferência, Teoria elementar das derivadas, máximos e mínimos, estudo da variação das funções, funções primitivas e integral definida, todos os tópicos desenvolvidos com as demonstrações de todos os principais teoremas.

Apenas no Capítulo 28, o livro estudará os números complexos com uma abordagem um pouco menos incompleta do que Bezerra realizou. No entanto, continuam a faltar as visões mais geométricas acerca dos complexos. Na verdade, como em Bezerra, o estudo dos complexos serve apenas como introdução ao estudo das equações algébricas.

Os exercícios do Livro

O livro apresenta um grande desequilíbrio na qualidade de seus exercícios propostos. Temos uma quantidade razoável de questões que exige do aluno uma reflexão mais aprofundada sobre alguns temas expostos, mas a maioria dos exercícios ainda requer tão somente a manipulação de fórmulas.

4.1.3 As notas de aulas de Lilian Krakowski

Nas notas de aula e provas da ex-aluna da escola, Lilian Krakowski , podemos notar que o professor da época, Reinaldo Pavarini, passou a lançar mão dos livros didáticos anteriormente utilizados tão somente para indicar alguns exercícios aos alunos. O desenvolvimento de toda a Teoria era feito no quadro negro.

Assuntos como rotação e translação de eixos coordenados, demonstração dos limites fundamentais, problemas de maximização e minimização, demonstração dos teoremas de Geometria de incidência eram vistos já na segunda série do curso científico.

4.2 Os manuais didáticos adotados no período 1971 - 1985

O movimento da Matemática Moderna, no Brasil, teve inicio e se expandiu a partir de São Paulo onde existiam grupos de estudos de Matemática influentes a ponto de se impor no cenário Nacional. Assim, no início da década de 1970, a editora Moderna, com sede na capital Paulista lança uma coleção de livros de três autores que tinham projeção, até então, apenas em São Paulo, mas a partir dali, ganhariam repercussão nacional. Eram eles: Cid A. Guelli, Gelson Iezzi e Osvaldo Dolce, autores da Coleção Matemática Moderna, composta por nove volumes, respectivamente:
Teoria dos Conjuntos;
Álgebra I: sequencias progressões e logaritmos;
Geometria de Posição;
Geometria Métrica;
Trigonometria;
Álgebra II: Análise combinatória, probabilidade, matrizes, determinantes e sistemas lineares;
Álgebra III: números complexos, polinômios e equações algébricas;
Álgebra IV: funções, limites e derivadas;
Geometria Analítica.

Os livros eram assim divididos durante os três anos de ensino médio:
Primeira série: Teoria dos Conjuntos, Álgebra I, Trigonometria.
Segunda série: Álgebra II, Geometria Métrica, Geometria de Posição
Terceira Série: Álgebra III, Álgebra IV, Geometria Analítica

4.2.1 A Coleção Matemática Moderna - Autores: Cid A. Guelli, Gelson Iezzi e Osvaldo Dolce[5]

Em 1971, é lançada a coleção Matemática Moderna. Seu primeiro e principal volume, cujo título é Conjuntos, Funções, Inequações, de impressão precária, bem próxima da qualidade das apostilas dos cursinhos, começa sua trajetória de sucesso no Rio de Janeiro. Introduz a Áálgebra dos Conjuntos, as noções de Lógica e traz o conceito de função sob uma ótica moderna: injeções, sobrejeções e bijeções, função inversa, composição de funções. A Análise substitui a Álgebra e a Geometria no primeiro ano do segundo grau. O livro também inaugura uma forma de apresentação de questões ainda pouco comum; termina com uma série de 150 exercícios de múltipla escolha dos últimos vestibulares, certa “certificação de qualidade” do trabalho apresentado.

O volume 3: Geometria métrica era uma novidade. Pela primeira vez o assunto era tratado num livro texto e trazia exercícios para os estudantes, exercícios que eram calcados na Lógica simbólica exposta no volume 1.

O volume 6: Álgebra II continha uma novidade: Matrizes. Uma matriz era definida como uma tabela de dupla entrada, com uma álgebra associada que não era a Álgebra Linear. A coleção nunca a contemplou. Este volume reforça uma prática nos cursos secundários que segue até hoje: o estudo das matrizes fora do escopo da Álgebra Linear.

O volume 10: Geometria Analítica: Se, nos países onde a Matemática Moderna teve grande peso, a linguagem dos vetores representou uma mudança significativa nos currículos, na coleção Matemática Moderna ela é negligenciada. O texto apresentado não traz nada a respeito do tratamento vetorial de retas e curvas. Com um texto intrinsecamente ligado aos tópicos relacionados aos vestibulares de São Paulo e do Rio de Janeiro, a coleção traz apenas uma parte da Matemática Moderna: a chamada Teoria dos Conjuntos. Assuntos que na Europa e Estados

[5]Cid A. Guelli, em 1960,passou a integrar a equipe curso pré vestibular Anglo, na cidade de São Paulo. Ali, como autodidata, ele lecionou, orientou professores e preparou apostilas específicas até 1979 quando faleceu aos 60 anos de idade;
Gelson Iezzi foi ex-professor de cursos pré-vestibulares e em faculdades isoladas da Capital Paulista;
Osvaldo Dolce ex-professor da rede oficial do Estado de São Paulo e ex-professor de Matemática de cursos pré-vestibulares.

Unidos tiveram um significado emblemático do ponto de vista da introdução da Matemática Moderna como a Geometria das Transformações, aqui não tiveram uma única publicação.

A fundamentação teórica dos tópicos abordados pelos livros é boa, quase sempre os teoremas enunciados são demonstrados, mas, evidentemente, a série carece de uma progressão didática. Os assuntos abordados num livro não dialogam com os dos outros volumes. Uma hipótese que pode ser levantada é a de que os autores pareciam reproduzir um compêndio para os exames vestibulares de então; um facilitador do trabalho que mantinham em sala de aula, comprometendo um possível encadeamento da Matemática Escolar. Talvez, o fato de serem professores de cursos pré-vestibulares acabou por determinar, em ultima instância, o conteúdo de seus livros.

4.2.2 A coleção Fundamentos da Matemática Elementar - 10 volumes

O sucesso da coleção Matemática Moderna é tal que, em 1977, dois de seus três autores: Osvaldo Dolce e Gelson Iezzi se juntam a Samuel Hazzan, Nilson José Machado, Carlos Murakami e Jose Nicolau Pompeu, todos eles experimentados professores de cursinhos de São Paulo, para uma nova empreitada: O Lançamento da Coleção Fundamentos da Matemática Elementar, uma série de dez volumes que cobriria toda a Matemática colegial:

Na apresentação do livro os autores escrevem o que pretendem, com a coleção:

> "Fundamentos de Matemática Elementar" é uma coleção em dez volumes elaborada com a pretensão de dar ao estudante uma visão global da Matemática , ao nível da escola de 20 grau. Desenvolvendo os programas em geral adotados para o curso colegial, os "Fundamentos" visam aos alunos em preparativos para exames vestibulares, aos universitários que necessitem rever a Matemática Elementar e também, como é óbvio, àqueles alunos de colegial mais interessados na "rainha das ciências". (IEZZI et al., 1977)

Os capítulos dos livros, segundo os autores, seguem uma ordem Lógica na apresentação de conceitos e propriedades e salvo algumas exceções, as proposições e teoremas estavam demonstrados.

A última parte de cada volume, escrevem os autores, é constituída por testes de vestibulares selecionados e resolvidos o que pode ser usado para uma revisão da matéria estudada.

"Os fundamentos" transformaram-se rapidamente num conjunto de livros que são referência até hoje para professores e alunos. Seu texto realmente traz demonstrações dos teoremas de forma rigorosa.

Adotados em quase todos os colégios de bom nível no Rio de Janeiro, segundo depoimento dado ao autor pelo professor Valter Villa, eles passaram a interferir na construção dos currículos da Matemática colegial; As discussões, na época, passaram a ser sobre que volumes seriam adotados em cada série do ensino médio. Não por acaso, os autores também colocam na apresentação do texto que os "fundamentos" desenvolviam os programas em geral adotados para o curso colegial e visavam aos alunos em preparativos para exames vestibulares.

Uma hipótese que parece forte é a de que os livros de Iezzi et al. (1977)), foram escritos, não para dar uma visão global da Matemática escolar, mas para cobrir os programas pactuados pelos colégios a partir de 1972. É verdade que fazem isso muito bem, mas só fazem isso.

Perguntado pelo autor o porquê da escolha dos temas desenvolvidos nos livros,

O professor Gelson Iezzi respondeu:

> Prezado Carlos Augusto
> Respondo a sua pergunta sobre a coleção Fundamentos de Matemática Elementar, em nome dos vários autores.
> Não, a numeração dos volumes da coleção não tem muito a ver com a ordem em que os assuntos devem ser abordados.
> Ao escrever a coleção minha equipe de autores buscou a abordagem dos principais temas de Matemática a nível de ensino médio. Naquela época ainda se ensinava Limites e Derivadas das funções reais de uma só variável, tema que caiu em "desuso" por não ser mais exigido nos vestibulares (salvo IME).
> Quando um professor utiliza a coleção FME, ele precisa lembrar que os assuntos guardam uma certa ordem Lógica, desde o volume 1 até o 11[6] , porém, alguns temas são tão independentes (veja, por exemplo: vol.9-Geometria Plana e vol.11 - Estatística) que a utilização desses livros pode ser feita em qualquer ordem. Não é este o caso dos volumes 1-Funções e 2 - Funções exponencial e Logarítmica, em que evidentemente o 1 tem de ser usado antes do 2. Obrigado pela consulta. Fico à sua disposição para outros comentários que julgue convenientes. Abraço. Gelson Iezzi

O autor é claro: a pretensão dos fundamentos foi responder as demandas geradas pelas questões dos vestibulares. Não há uma ordem Lógica. A coleção não foi estruturada visando dar boas noções de Matemática aos seus leitores, nem tampouco uma visão do conjunto e das interrelações dos tópicos da Matemática Escolar. Sua preocupação era em fornecer um arcabouço teórico que possibilitasse a resolução, por parte dos alunos, das questões dos vestibulares mais recentes do País. Não é à toa que alguns anos se passaram para que o décimo primeiro volume fosse incorporado, o que trata das noções de estatística. Os vestibulares a partir do final da década de 1990 passaram a exigi-las.

O professor Gelson Iezzi não respondeu à pergunta sobre a ausência de um volume sobre a Geometria das transformações.

[6] Na época de seu lançamento, a coleção possuía apenas 10 volumes. O décimo primeiro volume foi incorporado posteriormente

A Álgebra Linear, pouco presente no início da década de 1970 nos vestibulares de São Paulo foi deixada de lado na coleção. Mais tarde, um novo livro da editora atual, intitulado Álgebra Linear e Geometria Analítica (MACHADO, 1980), escrito por Antonio dos Santos Machado se tornou quase, o então, 11^o volume da coleção, servindo de livro referência onde os vestibulares exigiam conhecimentos de Álgebra Linear.

A coleção Fundamentos da Matemática Elementar jamais contemplou o estudo dos vetores e da Álgebra Linear. Assim, mais uma vez, e como no passado, o volume dedicado ao estudo das matrizes carece de sentido.

4.3 O período 1985 - 1996

4.3.1 A coleção Temas e Metas - Autor Antonio dos Santos Machado

Notas biográficas

Quando, em 1986, Antonio dos Santos Machado escreveu a série de livros cujo título é Temas e Metas, era licenciado em Matemática pelo Instituto de Matemática e Estatística da USP, mestre em Estatística, Professor do Instituto de Matemática da USP e Professor do Curso pré-vestibular Intergraus de São Paulo.

Na apresentação de sua coleção, o autor diz que ela se destina a estudantes de 2^o grau, vestibulandos, e aos que desejarem recordar estes assuntos em cursos básicos de faculdades. A coleção é formada por seis volumes: ConsjutosNuméricos e Funções, Trigonometria e Progressões, Sistemas lineares e Análise Combinatória, Áreas e Volumes, Geometria Analítica e Polinômios, Funções e Derivadas.

As diferenças mais significativas dos livros de Machado para os ‘fundamentos’ são: uma menor quantidade de proposições e teoremas demonstrados, A eliminação do volume dedicado à Geometria Plana e o estudo dos complexos dentro do tema polinômios. O autor dá grande ênfase aos exercícios de vestibulares, deixando isso explícito

> ... Finalmente, encerrando o capítulo, é proposta uma série de testes, que pode ser usada para se fazer uma revisão da matéria. Nas séries finais séries finais de problemas e testes estão colocados quase sempre exercícios de vestibulares, com os quais o aluno **precisa** tomar contacto, mesmo que seja apenas para resolver questões propostas por outros autores, com outra linguagem. (MACHADO, 1986). grifo nosso

A crítica é a mesma: o critério para a escolha dos temas acaba por comprometer as metas da obra.

MATEMÁTICA

Funções e trigonometria do triângulo retângulo	Trigonometria	Taxa de variação
Geometria plana	Geometria espacial de posição e métrica	Geometria analítica
Dados e suas representações	Análise de dados e contagem	Probabilidades

Figura 4.1: Temas para Matemática sugeridos pelos PCN+

4.4 O período 1996 - 2000

Em 1997, houve o lançamento dos PCNs+ que, após quarenta e seis anos, traziam uma sugestão de programação para as três séries do ensino médio:

4.5 Uma breve análise comparada entre os livros didáticos

Até agora, discorremos sobre os textos de cada um dos livros adotados no CAp- UFRJ. Vamos fazer uma breve comparação entre eles, tendo em vista o período em que foram escritos.

Curso de Matemática (Bezerra) × Matemática segundo ciclo (Carvalho)

Os livros tratam exatamente dos mesmos assuntos, mas o livro de Carvalho é mais profundo que o de Bezerra. Alguns dos exercícios propostos por Carvalho requerem um conhecimento maior, Bezerra lança questões quase sempre imediatas.

Matemática Moderna × Fundamentos da Matemática elementar × Temas e Metas

As três séries de livros escritos têm características comuns : incorporaram a linguagem dos Consjutose as noções de Lógica, trouxeram o estudo das funções para uma área que independia de um estudo mais apurado de limites e derivadas, introduziram o estudo das matrizes fora do escopo da Álgebra Linear e isolaram as noções de Cálculo, que a partir dali poderiam ou não ser trabalhadas no ensino médio.

As três séries de livros valorizam os conteúdos cobrados pelos vestibulares de São Paulo e seus exercícios, quase sempre imediatos, e que jamais envolvem mais de uma noção Matemática são, em sua grande maioria, questões de provas de vestibulares.

Por fim, verificamos que, a partir de 1967, os autores de livros didáticos buscaram a acreditação de suas obras junto aos exames vestibulares. Assim, a escolha dos temas desenvolvidos nos capítulos procura tão somente preparar o aluno para as provas de admissão às universidades. A questão é mais grave ainda, pois esses livros passaram a ritmar o ensino da Matemática em grande parte dos colégios de ensino médio.

Euclides Roxo no texto: A Matemática e o curso secundário, inicialmente publicado em 1937 e republicado no livro “Euclides Roxo e a modernização do ensino da Matemática no Brasil”, organizado por (VALENTE, 2004, p. 163-164), faz uma antevisão e crítica desses fatos quando pergunta: Conheceis, por certo, a opinião de Jules Tannery sobre os capítulos de Matemática que na democracia francesa substituíram os antigos quartiers de noblesse.

“Porque se faz a seleção sobre tais capítulos privilegiados?” pergunta Tannery. “Conterão eles alguma pedra de toque que permita distinguir aqueles que, mais tarde, serão dignos de exercer a autoridade?”

Referindo-se especialmente às classes preparatórias Tannery observa que:

> Elas não preparam para as grandes escolas e sim para exames que se colocaram às portas destas. Todos os enigmas propostos aos que se apresentam diante dessas portas são recolhidos, colecionados, publicados, discutidos, comentados e, no ano seguinte, vão engrossar os cursos que sem o talento dos que os fazem, sem seus esforços para conservar as coisas uma aparência de ordem e de encadeamento, lembrariam uma coleção de charadas com suas soluções. Apesar desse talento, e desses esforços, a coletânea aumenta terrivelmente; as minúcias brotam e pululam, sufocando as idéias essenciais.

Ao se falsear a finalidade da educação Matemática , sufocando as idéias gerais e se criando capítulos inteiros, quando não, livros inteiros de pontos novos e “importantes” e substiui-se a educação Matemática pelo adestramento na arte do algebrismo estéril, que em nada contribui para a compreensão geral do valor da matéria nem para o esclarecimento e a fixação das noções básicas. Essas eram idéias de 1937 e que continuam valendo 75 anos depois.

5 Conclusões

Ao longo desta dissertação, foram citados ao menos quatro currículos de Matemática adotados no CAp- UFRJ: (1) O programa de 1951, produto final da Reforma Capanema, (2) O programa adotado a partir de meados da década de 1960, que introduzia conceitos da Matemática Moderna no currículo, (3) O que chamamos de programa Cesgranrio, com os adendos realizados pela equipe docente do colégio, e (4) o programa adotado formalmente a partir de 1988 e exposto no catálogo de disciplinas do CAp-UFRJ. A análise destes currículos, dos livros didáticos adotados, dos cadernos dos alunos e dos diários de classe, levanta indícios de que a escolha feita sobre os conteúdos a ensinar teve forte inspiração nos programas dos vestibulares, particularmente a partir do final da década de 1960. Atrelados àquilo que os vestibulares exigiam, na verdade uma listagem de assuntos, a estruturação dos currículos adotados, não só pelo CAp- UFRJ, mas também em grande parte dos colégios cariocas, não poderia reconhecer que a Matemática quase sempre possibilita múltiplas perspectivas para a construção de um conceito ou na resolução de um problema.

Buscar a interdisciplinaridade e a contextualização, como os parâmetros curriculares defenderam a partir de 1997, parece genérico demais. É necessário buscar caminhos para que isso possa ser realizado, tarefa esta apenas apontada nos PCNEM.

Como procuramos verificar no texto, nosso currículo de Matemática foi produzido a partir de uma visão fragmentada, já em 1942, e não mais se recuperou. As idéias de Euclides Roxo foram apenas parcialmente implementadas nos programas.

A progressão didática restou comprometida em nossos currículos. Alguns assuntos foram vistos em uma série e, logo após, abandonados. O estudo das matrizes, visto no segundo ano, era um exemplo disto; não se relacionava com a Álgebra Linear, vista no terceiro ano. Além disso, as múltiplas perspectivas para a solução de um problema, como metodologia do ensino da Matemática, não foram abordadas. Apenas para citar um exemplo: em Geometria, nosso professor perdia grande parte de seu tempo ensinando como calcular áreas e volumes de sólidos geométricos - esta era uma exigência dos vestibulares, o que transformou a Geometria num exercício de cálculo ou, em outro extremo, em desafios que só os alunos com um nível de interesse em Matemática acima da média conseguiam resolver. Isto é mais grave quando sabemos que as perspectivas sobre a Geometria são múltiplas. Um mesmo problema pode ser resolvido tendo por base as propriedades geométricas, método da Geometria Sintética; usando-se um sistema de coordenadas, método da Geometria analítica; usando-se a noção de transformação, que acrescenta uma perspectiva funcional à Geometria, método das transformações geométricas; usando a linguagem dos vetores, método vetorial ou ainda usando-se softwares educacionais de Geometria dinâmica.

Encarar o ensino da Matemática sob os seus múltiplos aspectos tem uma implicação importante na construção dos currículos e na educação Matemática: reduzir o ensino de cada uma das partes do programa à sua real dimensão de auxiliares para a busca de solução de um problema dado, fato impossível com o currículo atual onde cada um desses tópicos de Matemática efetivamente é um fim e não um meio. O estudante hoje tem problemas de Geometria analítica, problemas de Geometria Sintética, problemas de vetores, problemas de Trigonometria etc., como se a inteligência fosse constituída de vários compêndios ou departamentos estanques. Agindo dessa forma, o professor lida com o estudante como a personagem do livro A Náusea, de Jean Paul Sartre, o autodidata, que freqüentando a biblioteca pública, acreditava adquirir a cultura lendo todos os autores por ordem alfabética.

Aqui é preciso deixar claro que os problemas existentes no currículo do CAp- UFRJ entre 1948 e 2000, não foram e não são exclusivos do colégio analisado. Longe disso, essa era a prática comum a todos os colégios. A compreensão das interrelações existentes entre os diversos campos da Matemática pareceu sempre uma tarefa impossível para os alunos e para seus professores, diante do fato concreto: os exames vestibulares. Os professores do CAp- UFRJ, diante da realidade de um currículo que pouco favorecia o ensino da Matemática, adaptaram-se e mantiveram o colégio como um dos melhores do Rio de Janeiro, ao longo de todo esse tempo.

A adoção do exame nacional do ensino médio (ENEM) como critério de entrada nas universidades, de certa forma, poderá liberar os professores para dar aos currículos de Matemática Colegial um significado mais próximo daquilo que pensava Euclides Roxo.

ANEXO A – Programas de Matemática citados

PROGRAMAS DE MATEMÁTICA DOS CURSOS COMPLEMENTARES PRÉ-MÉDICO E PRÉ-POLITÉCNICO

PRÉ- MÉDICO

- Números irracionais; operações. Aplicações
- Noções de cálculo numérico. Valores exatos e aproximados. Erro absoluto. Erro relativo.
- Operações efetuadas com uma dada aproximação. Aplicações.
- Noções de cálculo gráfico. Operações gráficas. Representações gráficas das expressões algébricas. Aplicações.
- Noções de cálculo instrumental. Régua de cálculo; seu emprego. Máquinas de calcular.
- Complementos de análise combinatória e noções de teoria dos determinantes.
- Aplicações.
- Aplicações lineares.
- Noções de cálculo vetorial. Operações sobre escalares e vetores. Aplicações.
- Estudo complementar das séries. Caracteres de convergência. Séries de termos positivos, séries alternadas séries de termos quaisquer.
- O número e. Limite $\left(1+\dfrac{1}{m}\right)^m$, quando m tende para o infinito; $a-\dfrac{1}{h}$ quando h tende para zero; $(1+a)^{\frac{1}{a}}$ quando a tende para zero; $\left(1+\dfrac{x}{m}\right)^m$ quando m tende para o infinito.
- Homogeneidade das fórmulas. Sistemas de unidades. Unidades derivadas. Equações de dimensão.

- Concepção de Descartes. Sistemas de coordenadas, no plano e no espaço de três dimensões; coordenadas retilíneas e polares.
- Representação geométrica das equações de duas e de três variáveis. Representação algébrica das linhas e das superfícies. Feixe de linhas e de superfícies
- Transformação de coordenadas no plano.
- Teoria da linha reta no plano; problemas.
- Circunferência; elipse; hipérbole e parábola; suas equações retilíneas e polares
- Transformação de coordenadas no espaço de três dimensões.
- Teoria do plano e da linha reta; problemas
- Esfera. Superfícies do 2º grau; suas equações reduzidas.
- Funções. Evoluções do conceito de função; ponto de vista atual. Continuidade. Classificação das funções; pontos de vista que podem ser adotados. Estudo elementar das funções exponencial e logarítmica. Funções circulares, diretas e inversas.
- Derivadas e diferenciais das funções de uma variável; definições , notações e interpretação geométrica.
- Funções de mais de uma variável. Derivadas e diferenças parciais. Diferença total.
- Derivadas e diferenciais sucessivas
- Desenvolvimento em série das funções de uma só variável. Fórmula de Taylor. Resto da fórmula de Taylor; expressão de Lagrange. Fórmula de Mac- Laurin.
- Aplicações às funções elementares.
- Formas indeterminadas. Regra de L'Hopital
- Estudo das curvas definidas por equação de duas variáveis resolvidas em relação a uma delas. Tangentes e normais. Assíntotas. Concavidade. Máxima e Mínima. Pontos de inflexão. Pontos notáveis.
- Indagação das raízes numéricas das equações com uma aproximação dada.
- Métodos usuais. Processos gráficos.

- Integrais definidas e indefinidas. Integrais imediatas. Integração por partes, por substituição.
- Equações diferenciais, ordinárias e de derivadas parciais; sua formação.
- Principais tipos integráveis, por quadraturas, de equações diferenciais ordinárias de 1a ordem.
- Equações diferenciais ordinárias lineares de coeficientes constantes.
- Equações de derivadas parciais.
- Interpolação. Diferenças finitas sucessivas
- Fórmula de Newton. Fórmula de interpolação de Lagrange. Aplicação da fórmula de Taylor à interpolação. Cálculo da função interpolatriz no caso dos fenômenos periódicos; aplicação da fórmula de Fourier. Extrapolação.
- Noções de cálculo das probabilidades e teoria dos erros.
- Noções de estatística; suas aplicações à biologia e à medicina.
- Movimento e força. Velocidade e aceleração. Composição de forças de equilíbrio.Movimento retilíneo. Movimento Curvilíneo. Composição de translações e rotações. Problemas e aplicação

PRÉ-POLITÉCNICO

- Números irracionais; operações. Expoente irracional
- Análise Combinatória. Teoria e aplicações. Determinantes. Teoria e aplicações
- Formas lineares. Equações lineares
- Escalares e vetores. Adição e subtração de vetores. Produtos escalares, vetoriais e mistos. Aplicações.
- Séries numéricas. Principais caracteres de convergência.
- Operações sobre séries. Cálculo numérico
- Limites. Número e
- Concepção de Descartes. Coordenadas retilíneas e polares no plano

- Transformação de coordenadas no plano.
- Teoria da linha reta no plano; problemas.
- Circunferência; elipse; hipérbole e parábola; suas equações retilíneas e polares
- Transformação de coordenadas no espaço de três dimensões.
- Teoria do plano e da linha reta; problemas
- Superfícies do 2^o grau (simplificadas). Esfera
- Funções de uma variável real. Teorema de Weierstrass. Funções contínuas. Noção de continuidade uniforme. Propriedades fundamentais. Operações sobre funções contínuas. Funções elementares. Estudo da variação de uma função. Representação cartesiana.
- Diferença finita, derivada e diferencial.
- Cálculo das derivadas e das diferenciais
- Aplicações às funções elementares.
- Aplicação às funções elementares.
- Desenvolvimento em série. Séries de potência. Aplicação às funções elementares
- Formas indeterminadas. Regra de L'Hopital. Comparação das funções exponenciais e logarítmicas com os polinômios
- Cálculo numérico das raízes de equações algébricas ou transcendentes. Métodos clássicos de aproximação. Máximos e Mínimos.
- Logaritmos. Teoria. Prática do sistema decimal
- Linhas trigonométricas. Número. Operações sobre linhas trigonométricas.
- Equações trigonométricas. Resolução de triângulos.
- Números complexos. Operações. Expoente imaginário. Representações trigonométricas e exponenciais. Logaritmos e linhas trigonométricas de números complexos. Aplicação às operações vetoriais no plano.
- Frações contínuas. Aplicação à representação dos números irracionais.
- Frações contínuas periódicas.

- Noções sobre os conjuntos lineares. Teorema de Bolzano- Weierstrass
- Extremo superior e inferior. Limites máximos e mínimos.
- Teorema de Rolle. Fórmulas dos acréscimos finitos e de Cauchy. Fórmulas de Taylor e Maclaurin. Aplicação ao cálculo numérico aproximado.
- Extremo superior e inferior. Limites máximos e mínimos.
- Teorema de Rolle. Fórmulas dos acréscimos finitos e de Cauchy. Fórmulas de Taylor e Maclaurin. Aplicação ao cálculo numérico aproximado.
- Relação métrica nos polígonos, no círculo, nos poliedros e nos corpos redondos
- Propriedades gerais dos polinômios
- Principio fundamental da teoria das equações. Composição das equações.
- Noções sobre a teoria das funções simétricas. Cálculo das raízes comuns de duas equações Teoria das raízes iguais. Eliminação. Separação e cálculo das raízes reais.Limites das raízes de uma equação.Cálculo das raízes imaginárias
- Lugares geométricos no plano; problemas.Generalidades sobre linhas e superfícies.

PROGRAMAS DE MATEMÁTICA DOS CURSOS CLÁSSICO E CIENTÍFICO

PRIMEIRO ANO CLÁSSICO E CIENTÍFICO

UNIDADE 1 - NOÇÕES SOBRE O CÁLCULO ARITMÉTICO APROXIMADO; ERROS

1. Aproximação e erro. Valor por falta ou por excesso. Erro absoluto e erro relativo. Algarismo exato de um número aproximado. Erro do arredondamento.
2. Adição, subtração, multiplicação e divisão com números aproximados. O cálculo da aproximação dos resultados e seu problema inverso; método dos erros absolutos

UNIDADE 2 - PROGRESSÕES

1. Progressões aritméticas; termo geral; soma dos termos. Interpolação aritmética.

2. Progressões geométricas; termo geral; soma e produto dos termos. Interpolação geométrica

UNIDADE 3 - LOGARÍTMOS

1. O cálculo logarítmico como operação inversa da potenciação. Propriedades gerais dos logaritmos; mudança de base. Característica e mantissa. Cologarítmo.

2. Logaritmos decimais; propriedades. Disposição e uso das tábuas de logaritmos. Aplicação ao cálculo numérico.

3. Equações exponenciais simples; sua resolução com o emprego de logaritmos .

UNIDADE 4 - RETAS E PLANOS: SUPERFÍCIES E POLIEDROS EM GERAL; CORPOS REDONDOS USUAIS; DEFINIÇÕES E PROPRIEDADES; ÁREAS E VOLUMES

1. Reta e plano; postulados; determinação; interseção; paralelismo; distância; inclinação e perpendicularismo. Diedros e triedros. Ângulos; sólidos em geral.

2. Generalidades sobre os poliedros em geral. Poliedros regulares; indicações gerais.

3. Prismas; propriedades gerais e, em especial, dos paralelepípedos; área lateral, área total e volume.

4. Pirâmides; propriedades gerais; área lateral; área total ; volume. Troncos de prisma e troncos de pirâmide.

5. Estudo sucinto das superfícies em geral. Superfícies retilíneas e superfícies curvilíneas. Superfícies desenvolvíveis e superfícies reversas. Superfícies de revolução. Exemplos elementares dos principais tipos da classificação de Monge.

6. Cilindros; propriedades gerais; área lateral; área total; volume. Troncos de cilindro.

7. Cones; propriedades gerais; área lateral; área total; volume. Troncos de cone de bases paralelas.

8. Esfera; propriedades gerais. Área e volume da esfera e das diversas partes.

UNIDADE 5 - SEÇÕES CÔNICAS: DEFINIÇÕES E PROPRIEDADES FUNDAMENTAIS

1. Elipse: definição e traçado; círculo principal e círculos diretores; excentricidade; tangente.
2. Hipérbole; definição e traçado; assíntotas; círculo principal e círculos diretores; excentricidade; tangente.
3. Parábola; definição e traçado; diretriz ; tangente.
4. As seções determinadas por um mesmo plano numa superfície de revolução; teorema de Dandelin

SEGUNDO ANO CLÁSSICO E CIENTÍFICO

UNIDADE 1 - ANÁLISE COMBINATÓRIA SIMPLES

1. Arranjos de objetos distintos; formação e cálculo do número de agrupamentos.
2. Permutações de objetos distintos; formação e cálculo do número de agrupamentos. Inversão. Classe de uma permutação; teorema de Bêzout.
3. Permutações simples com objetos repetidos;cálculo do número de agrupamentos.
4. Combinações de objetos distintos; formação e cálculo do número de agrupamentos. Relações de Stifel; triângulo aritmético de Pascal.

UNIDADE 2 - BINÔMIO DE NEWTON

1. Lei de formação do produto de binômios distintos. Fórmula para o desenvolvimento binomial no caso de expoente inteiro e positivo; lei recorrente de formação de têrmos.
2. Aplicação do desenvolvimento binomial ao problema da somação de potências semelhantes de uma sucessão de números naturais.

UNIDADE 3 - DETERMINANTES; SISTEMAS LINEARES

1. Determinantes e matrizes quadradas; propriedades fundamentais. Regra de Sarrus. Determinantes menores. Desenvolvimento de um determinante segundo os elementos de uma linha ou coluna. Transformação dos determinantes. Abaixamento da ordem de um determinante pela regra de Chió.

2. Sistemas de n equações lineares com n incógnitas. Regra de Cramer.

3. Sistemas de m equações lineares com n incógnitas; teorema de Rouché.

UNIDADE 4 - NOÇÕES SOBRE VETORES; PROJEÇÔES; ARCOS E ÂNGULOS; LINHAS E RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS.

1. Grandezas escalares e vetoriais. Vetores; propriedades. Operações elementares com vetores. Relação de Chasles.

2. Projeção ortogonal de um vetor sobre um eixo. Teorema de Carnot.

3. Generalização dos conceitos de arco e ângulo. Arcos côngruos. Arcos de mesma origem e de extremidades associadas.

4. Linhas e funções trigonométricas diretas: definições e variações. Arcos correspondentes à mesma linha trigonométrica. Relações entre as linhas trigonométricas de um mesmo arco. Problema geral da redução ao 1^{o} quadrante. Cálculo das linhas trigonométricas dos arcos expressos pela relação $\frac{\pi}{n}$.

UNIDADE 5 - TRANSFORMAÇÔES TRIGONOMÉTRICAS EM GERAL; EQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS SIMPLES.

1. Adição, subtração e multiplicação de arcos. Bisseção de arcos. Transformação de somas de linhas trigonométricas em produtos.

2. Disposição e uso de tábuas trigonométricas naturais e logarítmicas

3. Equações trigonométricas simples: tipos clássicos.

UNIDADE 6 - RESOLUÇÕES TRIGONOMÉTRICA DE TRIÂNGULOS.

1. Relações entre os elementos de um triângulo retângulo.

2. Casos clássicos de resolução de triângulos retângulos.

3. Relações entre os elementos de um triangulo qualquer. Lei dos senos e Lei dos cossenos.

4. Casos clássicos de resolução de triângulos quaisquer.

TERCEIRO ANO CLÁSSICO E CIENTÍFICO

UNIDADE 1 - CONCEITO DE FUNÇÃO; REPRESENTAÇÃO CARTESIANA; RETA E CÍRCULO; NOÇÃO INTUITIVA DE LIMITE E DE CONTINUIDADE

1. Conceito elementar de variável e de função. Variável progressiva e variável contínua; intervalos. Noção intuitiva de limite de uma sucessão; exemplos clássicos elementares; convergência.

2. Funções elementares; classificação. Representação cartesiana de uma função e equação de uma curva. Curvas geométricas e curvas empíricas; noção intuitiva de continuidade. Representação gráfica de funções usuais; função exponencial, função logarítmica e funções trigonométricas diretas. Acréscimo de uma função num ponto; funções crescentes e funções decrescentes. Tangente; inclinação da tangente.

3. Limite de variáveis e de funções; limites infinitos. Propriedades fundamentais. Exemplos elementares de descontinuidade de uma função em um ponto. Descontinuidade das funções racionais fracionárias.

4. A função linear e a linha reta em coordenadas cartesianas. Parâmetro angular e parâmetro linear. Formas diversas da equação da linha reta. Representação paramétrica; área de um triângulo em função das coordenadas dos vértices. Os problemas clássicos de inclinação, interseção, passagem e distância, relativos a linha reta.

5. A equação geral do 20 grau com 2 variáveis e a circunferência de círculo em coordenadas cartesianas. Formas diversas da equação da circunferência de círculo. Interseção de retas e circunferências.

UNIDADE 2 - NOÇÕES SOBRE DERIVADAS E PRIMITIVAS; INTERPRETAÇÕES; APLICAÇÕES

1. Definição de derivada em um ponto; notações; derivada infinita. Interpretação geométrica e cinemática da derivada. Diferença e diferencial; interpretação geométrica. Funções derivadas. Derivações sucessivas.

2. Regras de derivação; derivada de uma constante; de uma função de função; de funções inversas; da soma, de produto e de quociente de funções. Aplicação à derivação de funções elementares.

3. Aplicação da teoria das derivadas ao estudo da variação de uma função. Funções crescentes e decrescentes; máximos e mínimos relativos; interpretações geométricas.

4. Funções primitivas; integral indefinida; constante de integração. Primitivas imediatas; regras simples de integração.

5. Integral indefinida. Aplicações ao cálculo de áreas e de volumes; exemplos elementares

UNIDADE 3 - INTRODUÇÃO À TEORIA DAS EQUAÇÕES; POLINÔMIOS; PROPRIEDADES; DIVISIBILIDADE POR $x+a$; PROBLEMAS DE COMPOSIÇÃO, TRANSFORMAÇÃO E PESQUISA DE RAÍZES; EQUAÇÕES DE TIPOS ESPECIAIS

1. Polinômios de uma variável; identidade; aplicação ao método dos coeficientes a determinar. Divisibilidade de um polinômio inteiro em x, por x+a; regra e dispositivo prático de Ruffini. Fórmula de Taylor para os polinômios; algoritmo de RUffini- Horner.

2. Polinômios e equações algébricas em geral; raízes ou zeros. Conceito elementar de número complexo; forma binomial; complexos conjugados; módulo; representação geométrica. Operações racionais. Decomposição de um polinômio em fatores binômios; número de raízes de uma equação; raízes múltiplas e raízes nulas. Raízes complexas conjugadas. Indicação sobre o número de raízes reais contidas em um dado intervalo; teorema de Bolzano; consequências.

3. Relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação; aplicação à composição das equações. Propriedades das raízes racionais inteiras e das fracionárias.

4. Transformação das equações. Transformação de primeira ordem: aditivas, multiplicativas e recíprocas.

5. Equações recíprocas; classificações; forma normal; abaixamento do grau.

6. Cálculo das raízes inteiras. Determinação das cotas pelo método Laguerre- Thibault. Regras de exclusão de Newton. Algoritmo de Peletarius .

PROGRAMAS DE MATEMÁTICA DO CENTRO DE SELEÇÂO DE CANDIDATOS AO ENSINO SUPERIOR DO GRANDE RIO - 1972

COMCITEC (ÁREA TECNOLÓGICA) e COMBIMED (ÁREA BIOMÉDICA)

I - ÁLGEBRA

1. Noções sobre conjuntos; pertinência, inclusão, reunião, interseção, complemento e produto cartesiano.

2. Função de um conjunto em outro: domínio, contradomínio, imagem. Função injetora, sobrejetora e bijetora. Composição de funções. Inversa de uma função.

3. Conjuntos finitos, conjuntos infinitos, enumeráveis e não enumeráveis.

4. Conjunto dos números naturais; conjunto dos números inteiros; decomposição de um número inteiro em fatores primos, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum; conjunto dos números racionais; conjunto dos números reais. Propriedades adição, da multiplicação, da ordem e do valor absoluto nesses conjuntos.

5. Conjunto dos números complexos: forma e representação dos números complexos: operações neste conjunto; raízes da unidade.

6. Polinômio: operações, divisão por $ax+b$; teorema fundamental da álgebra; decomposição de um polinômio em fatores primos ou irredutíveis; relações entre coeficientes e raízes.

7. Equação e inequações do primeiro e segundo graus. Equações redutíveis ao primeiro e ao segundo grau. Sistemas de inequações do primeiro e do segundo graus: representação gráfica.

8. Estudos das funções lineares e das polinomiais de grau dois (trinômio do segundo grau) : determinação dos seus zeros; suas representações gráficas.

9. Sucessões de números reais. Progressões aritméticas e geométricas. Os conceitos de função e sucessão. Limite da soma dos termos de uma progressão geométrica decrescente. O conceito de função contínua.

10. Derivada de uma função; interpretação geométrica e cinemática. Regras de derivação.

11. Variação de funções: funções crescentes e decrescentes, máximos e mínimos. O uso da derivada para a representação gráfica de funções.

12. A função exponencial e a função logarítmica como funções inversas: derivadas, variação e representação gráfica.

13. Análise combinatória simples e com repetição; aplicação e problemas simples de probabilidades finitas. Binômio de Newton

II - GEOMETRIA

14. Semelhança de trângulos e polígonos. Relações métricas nos triângulos, polígonos e círculos.

15. Posições relativas de retas e planos.

16. Cálculo de áreas de superfícies planas.

17. Diedros e ângulos poliédricos. Poliedros convexos. Poliedros regulares. Corpos redondos.

18. Áreas e volumes de sólidos usuais.

III - TRIGONOMETRIA

19. Medidas de arcos e de ângulos: graus e radianos. Arcos côngruos.

20. As funções trigonométricas e sua representação gráfica.

21. Relações fundamentais entre os valores das funções trigonométricas de um mesmo arco.

22. Operações com arcos: adição, subtração, duplicação e bisseção. Expressão de sen a, cos a e tg a em função de tg(a/2). Transformação de somas de funções trigonométricas em produto e vice-versa.

23. Equações trigonométricas. Resolução de tipos simples.

24. Relações entre os elementos de um triângulo qualquer: lei dos senos e lei dos cossenos. Reslução do triangulo retângulo.

IV - ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA

25. Os espaços vetoriais R2 e R3 : adição de vetores, multiplicação por escalar, dependência e independência linear no R2 e R3; subespaços vetoriais, interpretação geométrica.

26. Produto interno: interpretação geométrica, módulo ou norma de um vetor, distância entre dois pontos.

27. Estudo analítico sucinto da reta, do círculo, da elipse, da hipérbole, da parábola no R2. Estudo analítico sucinto da reta no plano e da esfera no R3. Orientação do R3. Produto vetorial; normal a um plano.

28. O produto misto. Determinantes de segunda e terceira ordem, interpretação como áreas e volumes.

29. Transformações lineares no plano. Matriz e determinantes associados a uma transformação. Adição, produto por escalar e produto de matrizes. Operações elementares sobre as linhas ou colunas de uma matriz e sua utilização no estudo dos sistemas de equações lineares com duas ou três incógnitas.

COMSART (Área de Ciências Humanas)

1. Noções sobre conjuntos; pertinência, inclusão, reunião, interseção, complemento e produto cartesiano.

2. Função de um conjunto em outro: domínio, contradomínio, imagem. Representação gráfica. Função injetora, sobrejetora e bijetora. Composição de funções. Inversa de uma função.

3. Conjunto dos números naturais; conjunto dos números inteiros; decomposição de um número inteiro em fatores primos, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum; conjunto dos números racionais; conjunto dos números reais. Propriedades adição, da multiplicação, da ordem e do valor absoluto nesses conjuntos.

4. Polinômios: operações.

5. Equações algébricas do 10 e 20 grau. Propriedade das raízes de equação do 20 grau. A equação biquadrada.

6. Inequações do primeiro e segundo graus: representação gráfica.

7. Sucessões numéricas: progressão aritmética e progressão geométrica.

8. Sistemas lineares de 2 ou 3 incógnitas e sua solução.

9. A função exponencial; representação gráfica.

10. A função logarítmica ; representação gráfica.

11. Análise combinatória simples e com repetição; aplicação e problemas simples de probabilidades finitas. Binômio de Newton.

12. As funções trigonométricas e sua representação gráfica.

13. Relações fundamentais entre os valores das funçõestrigonométricas de um mesmo arco.

14. Operações com arcos: adição, subtração, duplicação e bisseção.

15. Equações trigonométricas. Resolução de tipos simples. Resolução de triângulos retângulos.

16. Polígonos; relações métricas; semelhança e áreas.

17. Círculo; relações métricas; área.

PROGRAMA DE MATEMÁTICA ADOTADO NO CAP-UFRJ, A PARTIR DE 1988

1^a SÉRIE

UNIDADE I - TEORIA DOS CONJUNTOS

1.1 Introdução à lógica Matemática: noções rudimentares

1.2 Noções primitivas

1.3 Designação dos conjuntos

1.4 Conjunto unitário. Conjunto vazio. Conjunto universo

1.5 Subconjuntos

1.6 Conjunto das partes de um conjunto

1.7 Conjuntos numéricos: naturais, inteiros, racionais, reais e irracionais

1.8 Operações com conjuntos: união, interseção, diferença e complementar

1.9 Número de elementos de um conjunto

UNIDADE II - RELAÇÕES

2.1 Par ordenado. Representação gráfica. Propriedade

2.2 Produto cartesiano. Representação gráfica

2.3 Relações binárias: definição, representação por diagramas, domínio e conjunto imagem

2.4 Gráfico de Relações

2.5 Relação inversa. Definição de diagrama

UNIDADE III - FUNÇÕES

3.1 Definição: função de A em B. Representação por diagramas

3.2 Notações usuais

3.3 Funções reais. Gráficos

3.4 Função injetora, sobrejetora e bijetora

UNIDADE IV - FUNÇÃO DO 10 GRAU

4.1 Função constante, função identidade, função linear , função afim

4.2 Coeficiente da função afim e sua interpretação geométrica

4.3 Zero da função afim. Variação do sinal

4.4 Inequação: produto e quociente de funções afim

4.5 Equação geral da reta

4.6 Representação gráfica de sistemas de inequações do 10 grau a duas variáveis.

UNIDADE V - FUNÇÃO QUADRÁTICA

5.1 Definição e gráfico

5.2 Domínio e imagem

5.3 Variação de sinal (interpretação)

5.4 Máximos e mínimos

UNIDADE VI - FUNÇÃO MÓDULO

6.1 Funções definidas por várias sentenças

6.2 Definição e gráfico da função módulo

6.3 Gráfico de funções elementares e envolvendo módulo

6.4 Equação com módulo. Gráficos

6.5 Inequações com módulos

UNIDADE VII - FUNÇÃO INVERSA

7.1 Definição de função inversa. Notação

7.2 Regra prática para a determinação da sentença que define a função inversa

7.3 Propriedades

UNIDADE VIII - COMPOSIÇÃO DE FUNÇÕES

8.1 Definição e representação gráfica

8.2 Propriedades: não comutativa e associativa

UNIDADE IX - FUNÇÃO EXPONENCIAL

9.1 Potências com expoente racional

9.2 Extensão e expoente irracional

9.3 Função exponencial: definição e gráfico

9.4 Propriedades

9.5 Equações e inequações exponenciais

UNIDADE X - FUNÇÃO LOGARÍTMO

10.1 Definição

10.2 Gráfico, propriedades

10.3 Mudança de base

10.4 Equações e inequações logarítmica

10.5 Tábua de logaritmo. Mantissa e característica

2^a SÉRIE

UNIDADE I - FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

1.1 Funções trigonométricas: definições e gráficos

1.2 Relações fundamentais

1.3 Transformações trigonométricas

1.4 Equações trigonométricas

UNIDADE II - ANÁLISE COMBINATÓRIA

2.1 Arranjos simples, permutação simples - definição

2.2 Cálculo do número de arranjos e permutações, fatorial, combinações simples

2.3 Permutação com elementos repetidos, permutação circular

2.4 Arranjos completos, combinações completas

2.5 Números binomiais. Relações de Fermat, Stiefel. Triângulo de Pascal> Produto de Stevin. Binômio de Newton

2.6 Probabilidade: noções preliminares. Adição. Probabilidade condicional. Multiplicação de probabilidades

UNIDADE III - NÚMEROS COMPLEXOS

3.1 Impossibilidade da operação radiciação em R+ (índice par) . Unidade imaginária; forma binomial

3.2 Operações: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação

3.3 Representação no plano Gauss. Operações e significado geométrico

3.4 Potências e raízes. Fórmula de Moivre. Raízes da unidade

3.5 Forma exponencial. Lugares geométricos

UNIDADE IV - MATRIZES DETERMINANTES

4.1 Matrizes: conceito, elementos, igualdade de matrizes, adição de matrizes e multiplicação de matrizes por números reais. Matriz inversa; conceito e cálculo

4.2 Determinantes: conceito, propriedades

UNIDADE V - SISTEMAS LINEARES

5.1 Conceito, classificação

5.2 Regra de Cramer, discussão, interpretação geométrica

3^a SÉRIE

UNIDADE I - SEQUÊNCIAS

1.1 Conceito

1.2 Sequencia aritmética: conceito. Propriedades. Termo geral. Soma dos n primeiros termos

1.3 Sequencia geométrica: conceito. Propriedades. Termo geral. Soma dos n primeiros termos. Produto. Limite da soma dos termos da progressão geométrica decrescente infinita

UNIDADE II - ÁLGEBRA LINEAR R2 e R3

2.1 Vetor em R2 e R3

2.2 Operações em R2 e R3

2.3 Produto escalar

2.4 Lugares geométricos

2.5 Produto vetorial

2.6 Produto misto de 3 vetores

2.7 Equação do plano; Transformações lineares

UNIDADE III - GEOMETRIA ESPACIAL

3.1 Noções iniciais de geometria no espaço; determinação de um plano. Posições relativas de duas retas. Ângulo entre retas reversas. Distância entre retas reversas. Posições relativas de reta e plano. Reta perpendicular e plano. Ângulo de uma reta com um plano. Distância de ponto e plano. Posições relativas de dois planos. Diedros.

3.2 Poliedros: definições; poliedros convexos e não convexos; relação de Euler; outras relações; diagonais de um poliedro; número de diagonais de um poliedro; poliedros regulares.

3.3 Prismas: definições: área lateral e área total; volume do paralelepípedo retângulo; Princípio de Cavalieri; volume do prisma qualquer; paralelepípedo retângulo; cubo.

3.4 Cilindros: definição; área lateral e área total do cilindro de revolução; volume do cilindro.

3.5 Pirâmide; definição: elementos; pirâmide regular; área lateral e áraea total; volume da pirâmide; seções paralelas à base; tetraedro regular; octaedro regular.

3.6 Cone: definição;área lateral e área total; volume do cone de revolução; seções paralelas a base ; seções quaisquer de superfície cônica de revolução.

3.7 Esfera: definição; área total; volume

UNIDADE IV - POLINÔMIOS E TEORIA DAS EQUAÇÕES

4.1 Polinômios. Polinômios idênticos. Polinômios identicamente nulos. Operações com polinômios.

4.2 Teorema de D'Allembert. Dispositivo de Briot-Ruffini

4.3 Decomposição em frações parciais. Método dos coeficientes a determinar.

4.4 Máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum.

4.5 Equações. Teorema fundamental da álgebra. Raízes múltiplas; raízes complexas. Raízes racionais. Relações entre coeficientes e raízes; equações recíprocas. Raízes nulas. Raízes comuns a duas ou mais equações. Delimitação das raízes.

4.6 Equações transformadas.

PROGRAMA DE MATEMÁTICA DOS VESTIBULARES DA UFRJ 1997- 2010

PARTE 1 - ARITMÉTICA, ÁLGEBRA E ANÁLISE

- Noções de Lógica. Noção intuitiva de conjunto. Operações com conjuntos.
- Sistemas de numeração. Números naturais, inteiros, racionais e reais: propriedades, operações, ordem, valor absoluto e proporcionalidade. Números complexos: formas trigonométrica e algébrica, representação e operações.
- Funções: gráficos e operações. Inversa de uma função. Estudo das seguintes funções reais: 1o grau, 2o grau, módulo, exponencial e logarítmica.
- Equações e inequações de 1o e 2o graus. Sistemas de equações e inequações de 1o e 2o graus.
- Seqüência: noção intuitiva de seqüência e de limite de uma seqüência. Progressões aritméticas e geométricas. Juros simples e compostos.
- Polinômios, Relações entre coeficientes e raízes. Teorema Fundamental da Álgebra.
- Análise combinatória. Binômio de Newton. Noções de probabilidade.

PARTE 2 - GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

Geometria plana - Figuras planas: caracterização e propriedades. Teorema de Tales. Semelhança de triângulos e polígonos. Relações métricas em triângulos, polígonos regulares e círculos. Perímetros e áreas de figuras planas.

Geometria espacial - Posições relativas de retas e planos. Poliedros, prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas: áreas e volumes. Sólidos semelhantes. Troncos. Inscrição e circunscrição de sólidos. Superfícies e sólidos de revolução. Trigonometria - Arcos e ângulos, relações entre arcos. Funções trigonométricas.

Sistemas de Medida.

ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA NO PLANO E NO ESPAÇO

- Operações com vetores de R2 e R3.
- Reta e circunferência no R2.
- Elipse, hipérbole e parábola no R2: equações cartesianas, representação gráfica e identificação dos elementos.
- Reta, plano e esfera no R3: equações e identificação dos elementos.
- Matrizes: operações. Inversa de uma matriz.
- Transformações lineares simples do R2 e R3.
- Determinantes de matrizes 2x2 e 3x3.
- Sistemas de equações.

ANEXO B – DEPOIMENTOS E ENTREVISTAS

Depoimento do professor Eduardo Wagner

Na década de 60, o ensino da geometria era muito mais forte do que hoje. A própria matéria era mais valorizada. Aprendíamos geometria euclidiana, geometria analítica, geometria descritiva, perspectiva e construções geométricas. Os exames vestibulares incluíam isso tudo. Quando fiz vestibular em 1966, houve prova de descritiva, perspectiva e desenho geométrico, além da prova de matemática.

Depois, no inicio da década de 70, veio a Matemática Moderna, foi um atraso de décadas, a matemática moderna que veio da França e da Bélgica. Havia um axioma: vamos ensinar aos jovens a matemática de hoje, não a de 2000 anos. Para os pedagogos essa frase foi maravilhosa! Claro, vamos ensinar a matemática de hoje. Porque que a gente vai lá para 2000 anos? Começou-se primeiro com uma faxina geral. A geometria ficou reduzida a transformações geométricas, vetor pra lá, não sei o que e tudo... E aqui no Brasil a geometria conseqüentemente foi perdendo a sua identidade, a sua importância, até que, digamos, na década de 80, a matemática moderna começou a falir mesmo. A gente teve que resgatar as coisas anteriores, aí a geometria ficou assim no meio termo, não se desvalorizou mais, mas também está difícil de fazer voltar ao que era antes.

A geometria é importante, mais pelo aspecto de construção de uma ciência, quer dizer... É quando você pode mostrar que existe algo que não pode ser demonstrado, que isso é um axioma, que isso é um teorema, o que é uma hipótese, o que é uma tese, o que é uma demonstração, como é que eu me convenço que esse resultado vale para qualquer figura e não só pra essa que eu estou desenhando aqui... Então, a geometria é uma beleza porque ela propicia esse tipo de aprendizado, mas hoje em dia quem escreve livro didático já aprendeu muito mal, quase não sabe nada de geometria, então nesse ponto os livros que tão sendo lançados hoje em geral estão muito ruins. Muito ruins!

Durante esse tempo todo também fui professor de turma IME e aí a coisa é mais séria ainda, porque esses vestibulares de IME, de ITA são muito fortes, não é? E os alunos têm que ter a parte conceitual bem firme, bem compreendida. Então, no aspecto de demonstrar coisas, demonstrar resultados, na turma IME a gente obrigatoriamente tinha que fazer. Nesse ponto, o IME e ITA, em termos de geometria, têm um comportamento inteiramente distinto de qualquer outro vestibular do país, porque lá o programa é muito mais amplo do que a gente está acostumado. Se bem que a prova do IME não é mais a mesma, mas a gente continua na turma IME ainda ensinando a geometria direita. Nos outros lugares, agora cada vez menos, porque agora então com o ENEM... Pois é, o ENEM... Aliás, eu quero até passar para você um depoimento do Reitor da USP que declara em alto e bom som porque que o ENEM não serve pra USP. Então, não só a geometria como a matemática que alguém disse uma vez - tem que contextualizar! Então, os pedagogos entenderam que matemática, a única matemática que serve é aquela que é contextualizada. O ENEM destrói a possibilidade de o aluno compreender a matemática como ciência. Então voltamos à idade da pedra onde a matemática era uma série de receitas: Ah, se para calcular a área do terreno a fórmula é essa então, não sei o que... E até tem uma história e uma aplicação boba, mas deduzir alguma coisa, saber desse resultado quando vale, quando não vale, o aspecto científico, o ENEM destruiu. A não ser que mude, mas pelo que está o ENEM não propicia o aparecimento de nenhum cientista. Ninguém que faz ENEM vai ter aquela chama científica de descobrir alguma coisa, de ter um desafio. O ENEM é aplicação. E é sempre aplicação básica. Felizmente, a gente tem olimpíada que permite que esses jovens talentos apareçam. Se for depender do ENEM, nossa ciência vai pro buraco, não tem como. Enfim, se você tiver algumas perguntas assim...

Tenho sim. A primeira delas é a seguinte: na formação de professor de matemática, você tem uma série de deficiências, particularmente em geometria. Então, existe a geometria analítica, existem números complexos, existem vetores, existe a geometria das transformações... Isso tudo compartimentado é apresentado pelo professor dessa maneira. É apresentado na graduação dele dessa maneira. Ele é incapaz de juntar os cacos. Um curso de trigonometria, por exemplo, no ensino médio é um curso que dura um ano. Eu não sei qual é a sua opinião, (uma chatice absoluta) o que tanto há para ensinar em trigonometria para durar um ano o curso. Então eu queria que você falasse um pouco sobre a formação do professor. Quem é que a gente está formando para o mercado... Eternizando assim essa situação?

Pois é, eu tenho trabalhado muito com esses professores. Ontem, inclusive eu dei uma aula que está gravada que seria ótimo que você tivesse uma cópia. Eu dei a aula de aplicações da geometria analítica. Mas o que eu procurei mostrar é que, eu comecei a aula com uma pergunta a um professor dois anos atrás, eu perguntei: para que serve a geometria analítica? O professor não titubeou. Bem, a geometria analítica serve para resolver o problema da geometria analítica (risos)... Ele foi muito sincero. O que ele mostrou? O encapsulamento da coisa. A coisa fica separada, compartimentada. Quer dizer não há nenhuma relação com outra. Então, eu estou mostrando para esses caras, esses professores, que, ao contrário, que a geometria analítica com vetores ou sem vetores, com transformações ou sem transformações, é ferramenta que serve para resolver problemas em geral, não todos. Mas alguns se encaixam melhor com essa ferramenta, outros se encaixam melhor em outra ferramenta, não é? Então eu comecei com um problema bem simples. Dei um trapézio isóscele, que, aliás, abrindo um parêntese, que as melhores aplicações não são aquelas que já vêm propostas analiticamente. Não. Você tem uma situação e aí usar eixos é uma opção sua. Você diz: bom, vou experimentar o que acontece se eu botar um eixo aqui esse ponto, fica com tal coordenada e usar o ferramental. Isso tem que ser uma opção da pessoa; se já vem dado em coordenada, aí não tem graça. Vale como manipulação da coisa. Um problema que eu dei é o seguinte: um trapézio isóscele, duas bases, lados não paralelos dados, qual é o ângulo entre as duas diagonais? Problema difícil para ser resolvido sinteticamente. O cara tem que ter certo jogo de cintura para achar o ângulo entre duas diagonais de um trapézio. Porém usando coordenadas, o problema fica muito simples. Os alunos ficam maravilhados pois aprenderam que geometria euclidiana é uma coisa, geometria analítica é outra coisa e que elas não se misturam. Aqui, a gente está dando aula para o Brasil inteiro. Então, dentro disso tudo eu falo em vetor com toda naturalidade e brinco com os paulistas. Olha, lá em São Paulo eles não gostam de vetor. Não gostam porque não conhecem. Vou fazer geometria analítica aqui da maneira como os paulistas fazem. Dados os três vértices de um paralelogramo eu quero achar o quarto vértice. Lá em São Paulo é assim: equação da reta que contém esse lado, equação da reta paralela que contém aquele vértice. Depois, equação não sei o que, intercessão de duas retas. Isso demora uma página, isso tem nos livros, tem esse problema no Iezzi. Porém, B menos A, C menos B. Acabou a história. Então, vetores são coisas antigas, que você pode usar ou não usar, mas são boas ferramentas, devem estar no seu ferramental, não tem que omitir, muito pelo contrario.

Outra coisa é o seguinte. Próximo problema está na aula. Pirâmide quadrangular regular, base quadrada de arestas da base 4, altura tanto. Eu quero saber o seguinte: eu quero saber a distância entre os pontos médios de duas arestas reversas. Uma aresta da base, uma aresta lateral, ambas reversas. Sinteticamente é um problema difícil, como é que você vai ali organizar os triângulos para poder calcular alguma coisa? Analiticamente, é uma bobeira. Base quadrada põe coordenada ali, tá, tá, tá... Ponto médio daqui, ponto médio dali, distância e o módulo do vetor ali e acabou essa história. Assim como geometria euclidiana e geometria analítica precisam coexistir (juntas), a geometria espacial e a geometria analítica em três dimensões igualmente tem que coexistir. Não tem que separar. O que se faz hoje em geometria espacial praticamente não é a geometria espacial. Se disser, dada uma caixa d'água com três medidas calcular o volume, isso não é geometria espacial. Isso é aplicar uma fórmula. Geometria espacial é você conhecer as relações entre os objetos no espaço. Saber, portanto, calcular ângulos, distância, discutir paralelismo, perpendicularismo. Veja o exemplo da pirâmide. Qual é o ângulo entre duas coisas reversas? Se você usa vetores, é uma besteira. Eles ficam muito espantados porque nas faculdades isso, absolutamente, não é abordado. Vão para a faculdade, eles aprendem equações diferenciais, um bando de pedagogia e saem de lá falando esses jargões todos, mas sobre a matéria do ensino médio eles saem sabendo muito pouco. Há, inclusive, professores que dizem assim, eu nunca dei geometria na faculdade. Uma professora me falou isso anteontem. Formou-se na UNIGRANRIO, lá em Caxias, não teve nenhuma cadeira de geometria na Faculdade. Seria muito bom que geometria analítica e geometria sintética, vetores pudessem habitar o mesmo espaço, mas isso ainda não vejo aqui no Brasil. Primeiro, que os livros didáticos são feitos em São Paulo. Os paulistas são muito turrões, são muito conservadores. A geometria analítica do Iezzi, desses... é exatamente a mesma de 50 anos atrás. Exatamente a mesma. Não fazem a geometria analítica em três dimensões e vetor não pode. Por alguma razão eles têm ojeriza a vetores, e eles dominam o mercado. Nossa perspectiva tem que ser individual não é? Ficar fazendo aí a cabeça dos professores para que eles possam enriquecer as aulas fazendo conexões entre coisas. Eu ia falar outro negócio, mas eu me esqueci. .....

Outro problema da geometria aqui no Brasil é o seguinte. É que a geometria é dada no oitavo e novo ano do ensino fundamental. Nessa época, é claro que o aluno ainda não tem muita maturidade para entender certas coisas. Está certo, devem ensinar aquilo que é adequado naquela faixa de idade, mas a geometria raramente é retomada depois. Então fica um buraco e quando o aluno vai fazer o vestibular, a geometria que é a que ele aprendeu foi muito pouca e ficou lá atrás. Então tem que ser feito. Naquela época eles não tinham trigonometria ainda, o máximo que eles têm é sobre o triangulo retângulo, então misturar geometria com trigonometria também fica um buraco no ensino médio. A geometria analítica é dada de forma inteiramente estanque e aí sim era preciso resgatar a geometria do ensino fundamental e colocar tudo junto. Colocar situações em que faça parte do individuo, do estudante, do aluno, optar por que método ele vai usar para fazer alguma coisa. Aqui no IMPA, vou ter uma reunião com ele daqui a pouco que é o conhecidíssimo Gugu. O Gugu nunca aprendeu geometria euclidiana, então tudo ele faz analiticamente. Desde cedo, ou não gostava ou não aprendeu direito, mas ele aprendeu geometria analítica muito bem, ele é um trator na hora de fazer conta, o que a gente faz brincando, ele faz também só que ele faz com coordenadas o tempo todo. A primeira atitude dele em qualquer problema é meter coordenadas. Mas é preciso realmente que os professores quando dessem geometria analítica não ficassem encapsulados nela, mostrassem que, a abrangência e encarar isso como uma ferramenta a mais que está disponível.

Os professores de uma maneira geral, não sei se você nota isso, são arredios ao ensino da geometria. Você tem uma opinião a respeito, por quê?

Sim. Isso é histórico! É histórico. Se você observar os últimos 40 anos a geometria vinha sempre no final dos livros, para dar tempo de não dar a matéria. Então, historicamente, sempre o professor, porque não gostava de geometria, ou porque não sabia desenhar. Desenhava muito mal e não queria se expor diante dos alunos, ele ia empurrando aquela equação do segundo grau o máximo que ele podia. Aí já estava no final do ano, era um triângulo, um quadrado e acabou o ano! E essa coisa, então, é uma bola de neve, o aluno aprende mal, depois o professor aprendeu pouco, e aí não compreende, não gosta e a coisa vai se perpetuando.

Essa algebrização vamos dizer assim, do ensino torna de alguma forma a matemática mais palatável não é?

Pois é, inclusive a gente vê que os problemas de geometria que esse pessoal inventa, no fundo são problemas de álgebra. Diz assim: um retângulo, de um lado mede X^2+4 do outro lado mede $5-3X$. Qual é o seu perímetro? No fundo ele está fazendo conta com o X disfarçadamente, não é? Coisa assim essencialmente geométrica. Enfim eu creio mesmo que a gente só pode contar com essas iniciativas individuais

Que são pontuais, realmente.

Pontuais. E pensar que se cada um abraçar a idéia possa melhorar e que isso possa, enfim, de alguma maneira, proliferar, para que alguma coisa mude. Porque, se depender de Editora, se depender de Ministério da Educação, no momento com essas pessoas que estão aí...

Esse curso é anual?

Esse curso é duas vezes por ano. E agora também estou na Sociedade Brasileira de Matemática cuja sede fica aqui no IMPA, nesse mestrado. Mestrado Profissional que foi aprovado pela CAPES e vai ser um sucesso, está sendo um sucesso. Vamos ter para esse primeiro ano 20 mil inscritos, todos os aprovados vão ganhar bolsa da Capes e o programa, não é um programa de mestrado como esses que estão por aí, está causando certo frisson. Porque que não tem, enfim, nem topologia, nem situações diferenciais ou coisa desse tipo? Mas tem é a matemática do ensino médio vista de um ponto de vista muito acima. Então, eles vão estudar geometria, vão estudar axiomatização, vão fazer demonstrações, vão estudar matemática discreta, vão estudar combinatória, vão estudar gráficos, vão estudar probabilidades. O programa, se vocês forem ao site http://www.profmat-sbm.org.br, vocês vão ver como já está bem arejado e pretende influenciar bem essa área, bastante essa área! Trigonometria, geometria analítica, sem tratar as coisas de forma separada. Já integrando. Então, a gente tá trabalhando!

Eu tinha formulado uma pergunta aqui, Wagner... De que forma a massificação do ensino médio, acho que aconteceu principalmente no primeiro governo Fernando Henrique Cardoso ? "Ensino Médio para todos" - interferiu, por um ensino, vamos dizer, da boa geometria, privilegiando o ensino de algoritmos, para a solução de alguns problemas... do tipo que você tinha comentado... É possível a gente ensinar uma boa geometria para as massas? Existe um ensino de geometria para todos?

Sinceramente, eu acho o seguinte. Eu acho que temos que fazer umas opções. Não é possível ensinar bem para um garoto muita coisa. Atualmente o que a gente tem visto, quer dizer, a quantidade de matéria que o aluno tem que aprender é cada vez maior. Isso faz com que individualmente cada matéria seja aprendida de forma cada vez mais superficial. Não tem outro jeito. Então, como se não bastasse tudo isso, aí entra filosofia, é claro entra uma aula de filosofia, sai uma aula de matemática, aí agora entra sociologia, sai outra aula de matemática, enfim, ou de outra matéria. Atualmente no ensino médio não há mais espaço para você ensinar geometria, a não ser alguma coisa de geometria espacial. A geometria plana ficou no ensino fundamental, foi dada de forma precária, por que naquela idade os alunos não têm maturidade para aprender como deveria ser e há cada vez menos espaço para você retomar a geometria no ensino médio. Então, a boa geometria ela deveria ser sim ensinada, mas atualmente não há espaço. Hoje mesmo, eu comecei um curso de cálculo aqui e são alunos, bons alunos, que prestaram um vestibular rigoroso, mas quase todos eles não têm idéia do que seja uma demonstração. Não conhecem, não é familiar a palavra hipótese, tese, o que é um teorema, uma propriedade, uma conseqüência, axioma, então, poucos ouviram sequer falar. A geometria é importante por causa disso. A geometria é uma parte da matemática que propicia a gente falar nessas palavras e o aluno ter contato com demonstrações de coisas simples. Hoje em dia, como tudo é feito à base da experiência, o aluno chega ao ensino universitário sem ter noção do que seja uma demonstração. Eu não vejo, em curto prazo, a solução para isso. Porque a quantidade de matérias é exagerada. Eu talvez já tenha dito isso para você, o Brasil é atualmente o único país do mundo que o aluno para entrar na faculdade m que fazer prova dessa imensidão de matérias. Nos países civilizados, o aluno termina o ensino médio, que é um período de formação ampla e geral, e passa certo tempo se preparando para a sua carreira universitária naquela área. Então, ele vai prestar exames de duas ou três matérias afins daquele caminho que ele vai seguir. Ai sim, ele, o futuro médico, vai aperfeiçoar a sua biologia, o engenheiro, o pessoal de computação vai aperfeiçoar a matemática, a geometria etc. Mas, enquanto nós tivermos essa política globalizante, achar que todo mundo tem que saber tudo de tudo... Não vejo como possa mudar.

A matemática, para a grande maioria dos nossos jovens e talvez para uma parte do professorado, não passe de memorização de algoritmos. Na resolução de uma questão, isso é básico, os nossos jovens buscam na memória qual algoritmo que deverá ser aplicado para resolver aquela questão. De que forma o desaparecimento do ensino da geometria contribui para esse caso? Acho que de certa forma você já respondeu...

Mas eu não sei... Acho que a geometria não foi a única culpada não! Isso foi uma mancomunação geral de todas as áreas. Não só da matemática como das outras matérias técnicas também, porque para o aluno é mais cômodo decorar do que raciocinar. E para o professor é mais cômodo fazer o aluno decorar do fazê-lo pensar, então uma coisa ajuda a outra...

A relação custo e benefício...

Então, meu filho oh, decora isso aí porque é sempre assim e vai cair na prova desse jeito e o aluno fica satisfeitíssimo.

De certa forma você estabelece um contrato com o aluno...

É a lei do menor esforço. Eu ganho pouco então, eu vou fingir que ensino e você vai fingir que aprende, então ficamos assim. Só é diferente por iniciativas completamente pessoais, por professores assim abnegados que reconhecem que o essencial é desenvolver o raciocínio e não a memorização, né, e fazem um esforço. Mas isso é uma coisa de caráter pessoal. Não há uma política nesse sentido. Muito pelo contrário, a política é sempre lidar com coisas contextualizadas e cuja solução já segue um padrão que já foi memorizado antes.

Isso acontece, por exemplo, no ENEM...

Claro! O que queria dizer na história da contextualização. Eu não sou contra não! Acho a contextualização extremamente importante. Eu acho que o aluno historicamente entende que duas laranjas mais três laranjas são cinco laranjas, mas entender que dois mais três é igual a cinco é um salto adiante enorme. Você se desprendeu daquela coisa concreta e agora você está no abstrato que dois mais três é igual a cinco. Então, essa passagem é importantíssima e o ENEM não está deixando isso acontecer. Está fixando o garoto sempre no concreto. Se a questão não falar de bananas, laranjas, tijolos ou bolas de gude, não serve. Quer dizer, o aspecto abstrato foi... Acabaram com isso. A educação, educação matemática, ela começa evidentemente no concreto, mas ela precisa dar o salto para o abstrato, para que lá de cima, a pessoa então possa olhar de baixo e ver que aquilo pode ser aplicado numa quantidade enorme de situações. Enfim... Eu sou um pouco pessimista nessa mudança porque isso depende realmente de uma política que venha do MEC. Eu até o momento não estou vendo nada nesse sentido.

Porque, retomando o que a gente tinha conversado, Wagner, eu acho que nem dentro da Universidade o sujeito acaba vendo isso. É uma compartimentação, ele vê a geometria projetiva, a geometria analítica, geometria euclidiana, geometria das transformações e sai reproduzindo, exatamente o que ele aprendeu. Não houve nenhum salto de qualidade de quanto ele saiu do Ensino Médio e foi para a Universidade. Foi um mero reprodutor daquilo aí.

Exato. Você vê, aquele dia em que nós nos encontramos no IMPA, eu estava, entre outras coisas, envolvido com esse mestrado. Vamos falar do Profmat, que tem uma carreira, uma cadeira, uma matéria sobre geometria euclidiana dos bons tempos, incluindo régua e compasso e tudo mais. Vai ser ótimo, mas veja só, é um programa que atinge o professor da escola pública, todos com bolsa, isso é excelente, mas são dois mil por ano. Ora, o que são dois mil? Quantos professores de matemática devem existir no nosso país? Talvez uns 200 mil. Quer dizer então que, esse esforço enorme que agora está sendo feito pela Sociedade Brasileira de Matemática, com o apoio da CAPES, ainda é uma gotinha d'água. Ainda é uma gotinha d'água, mas já é alguma coisa!

Bom, você tinha, da última vez que a gente se encontrou, você tinha falado das aberrações que você vê por aí no ensino da matemática documentado, ou seja, nos livros de matemática. Queria que você falasse sobre isso, se é que você encontra algo para me dar um exemplo.

Eu tenho. Bom, eu tenho várias coisas de memória. Os livros de matemática na década de 90 eu acho que atingiram assim a pior qualidade que se pudesse imaginar. Os autores paulistas dominaram o mercado do livro. Dominam até hoje. E muita gente sem competência em matemática se meteu a escrever livro e ganhou rios de dinheiro. Há um conhecido autor que eu só posso te falar quando o gravador estiver desligado (risos) que ficou riquíssimo! Mora em Miami e é conhecido. Você com certeza conhece os livros dele. E nos anos 2000, também por iniciativa da Sociedade Brasileira de Matemática, juntamos um grupo de pessoas para passar um pente fino nessas coleções de matemática, isso gerou um livro chamado Exame de Textos, que, surpreendentemente, teve uma boa acolhida e diversas aberrações que nos tínhamos visto foram corrigidas. Então, hoje, a qualidade do livro didático brasileiro já é melhor do que era há dez anos. Eles estão tendo mais cuidado. Também, com a história do PNLD-Plano Nacional do Livro Didático, o pessoal de lá que faz um julgamento das coleções liderado pelo Professor João Bosco Pitombeira, que é uma pessoa muito exigente, conhece muito bem matemática e educação matemática e não deixa passar livro que contém erros. Outro fator que faz com que as Editoras estejam hoje tomando mais cuidado.

Uma das coisas que está nesse livro. E numa outra oportunidade eu vou até te mostrar. No capítulo de sistemas lineares, então tudo era feito assim com determinante e os livros, como até hoje, jamais induzem o aluno a primeiro olhar para o sistema de equações, verificar se tem alguma particularidade, se tem coisas proporcionais, se ele nota alguma coisa, não e? É sempre: primeiro, calcule o determinante das hipóteses. Calcule o determinante disso, daquilo, e havia um exercício resolvido em que a resposta escrita no livro era um sistema três por três. Dizia assim: nesse sistema o X é impossível, o Y é impossível e o Z é indeterminado (risos). Isso apareceu no livro didático dessa pessoa que está podre de rica, porque ele estava fazendo aquela história de dar zero sobre zero, ou dar um sobre zero. Então, quanto ele calculou o delta X sobre zero, ele achou 1 sobre 0. Isso é sinal, não que o sistema fosse impossível, mas o X é que era impossível, o Y também, mas o Z indeterminado. Você vê que coisa, não é?

Outro livro também muito conhecido dessa pessoa, talvez tenha sido por distração, mas ele começa a ensinar coisas de lógica. Então, ele troca a condição necessária com condição suficiente, aí fica uma coisa sem sentido, fica uma loucura. Porque ele escreve P implica Q, e o Q, que é condição necessária, ele fala que é suficiente. Aí não se entende coisa nenhuma. E vai por aí!

Mas particularmente em geometria, você tem notado, não é? O desaparecimento dos teoremas que viraram axiomas...

Não! Viraram observações. Todos os teoremas viraram observações. Eu tenho feito esse tipo de serviço de ler os livros antes que eles sejam publicados. Em geral, os capítulos de geometria são muito ruins. Por exemplo, aqui é um capítulo que ele procura falar em semelhança, então não existe nenhuma definição de que são coisas semelhantes. Sempre tem uma palavra que está na moda, que é idéia. A idéia de semelhança, a idéia de não sei o que... Então a semelhança de triângulos em particular vai aparecer nessa página, o autor coloca assim: dois triângulos com os mesmos ângulos, e ele mesmo já coloca três medidas num e três medidas e no outro, cada uma dessas é 1,5 vezes as medidas dos lados do outro. Então, o próprio autor colocou os ângulos, colocou as medidas aqui, multiplicou por 1,5 e colocou aqui, e aí fez a descoberta. Olha só, está tudo na razão 2/3 (risos)... Ora, só tá na razão 2/3 porque ele botou! Então o autor está fingindo que está ensinando alguma coisa. E o aluno nessa idade ainda não tem discernimento para perceber que ele está sendo enganado. A razão deu 2/3 e tal, mas isso é porque o autor já tinha colocado antes. Um exemplo, do que está acontecendo em geometria. E assim vai. Às vezes a gente até ri, mas por outro lado, às vezes a gente fica tristíssimo... A gente fica tristíssimo!

Se você pegar, por exemplo, o Teorema de Tales, isso não existe mais...

E por um acaso esse aqui tem o Teorema de Tales que ele demonstra. Ele não usa essa palavra, não é... Ele diz que justifica usando semelhança. Ora, mas se a semelhança foi um chute completo, então que valor tem? Que valor tem aplicando semelhança de triângulos? Por exemplo, ele dá essa situação. Quando ele faz um desenho ele já põe esse ponto, esse, esse na mesma. Ora, mas quem disse que numa situação como essa você pode aplicar alguma proporção, se você não tem certeza que esses pontos são colineares. Como é que um aluno vai passar dessa situação para essa? Que é isso? São pessoas, isso aqui é tudo autor muito jovem que aprendeu muito mal e conseqüentemente não sabe escrever. Porque não tiveram uma boa formação. Aqui, existe um nome do Teorema, não existe a palavra demonstração. Não sei por que eles têm assim ojeriza e, então, ele tenta justificar, tenta provar usando alguma coisa que ele não provou antes. Isso daqui é um erro igual a você querer, por exemplo, demonstrar o Teorema de Pitágoras, usando a Lei dos Cossenos. Ora a Lei dos Cossenos vem depois. Então você chuta aquele negócio lá para querer demonstrar o que vem antes. Então, a geometria desses livros está muito ruim! Muito ruim. Não tem consistência absolutamente nenhuma. Não tem coerência nenhuma.

Entrevista com o professor da UFRJ - Flávio Dickstein

Bom, Flávio, eu queria que você começasse a contar um pouco a sua história, sua experiência desde o Colégio de Aplicação. Quando você entrou, o que você aprendeu no Aplicação?

Se você me perguntar o que foi de mais importante eu aprendi no Aplicação, respondo que foram coisas que não são relacionadas diretamente ao ensino, na verdade. Eu aprendi a ser gente no Aplicação, ainda mais que eu vivi naquela época tão dinâmica dos anos 60. Então, eu aprendi a ser solidário, a ser companheiro, a olhar para o outro, no Colégio de Aplicação... Essas são as coisas assim, o que formou o meu caráter, que eu acho que é o mais importante. Mas como aqui nós estamos falando... Vamos deixar essa parte de lado e eu vou falar um pouco do ensino. Eu aprendi no Aplicação também, em primeiro lugar a gostar da matemática, foi lá eu acho que eu comecei a me apaixonar não só pela matemática, mas pelo conhecimento em geral, então, o que o Aplicação me deu também foi esse amor pelo conhecimento. Eu acho que no Colégio de Aplicação existia o amor pelo conhecimento, de todo tipo de conhecimento. E isso era passado para os alunos, estava no ar no Colégio, e era passado para os alunos. Agora, em particular na minha formação profissional, o meu maior amor foi sempre pela matemática e eu aprendi a gostar da matemática no Colégio de Aplicação. E isso foi determinante na minha vida porque eu sou matemático até hoje e eu nunca fiz outra coisa a não ser matemática.

Agora eu queria que você pontuasse as diferenças do ensino que você teve e no que você acha que é ensinado hoje, por exemplo, aos estudantes de ensino fundamental e médio. O que diferencia o ensino de matemática da década de 60 no Colégio de Aplicação, do ensino de matemática do que os estudantes hoje na Universidade têm de matemática, ou carregam de matemática das series anteriores dos colégios de onde eles vieram.

Bom, eu acho que são coisas bem conhecidas. A gente vai conversar com qualquer professor em qualquer lugar do mundo, e eles vão dizer que o ensino hoje não era como no tempo deles, vão dizer que no tempo deles o ensino era muito mais aprofundado, muito mais rigoroso e que hoje as coisas estão degringolando. Talvez não seja verdade, a gente escuta isso. Se você lê Sócrates, você vai ouvir Sócrates falando isso, mas é verdade que todos nos temos o sentimento claro, e a impressão clara, de que o ensino hoje, quer dizer, que todas as coisas hoje continuam sendo verdadeiras, ou seja, que o ensino naquele tempo era muito mais rigoroso do que se fazia do ponto de vista da matemática, mais especificamente, isso é uma verdade incontestável, que todos os conceitos eram justificados, que todos os resultados eram bem justificados, isso significa que tudo era demonstrado, nada era apresentado como um fato da vida que não tem explicação, muito pelo contrário, a gente aprendia que o conhecimento foi feito através de muita discussão, de muita contradição, ao contrário do que acontece hoje, o que se apresenta aos estudantes é uma série de fatos inquestionáveis e isso é uma coisa muito ruim, porque eu acho que a cabeça em geral dessa geração é de que as coisas são assim porque são, e nunca se deram conta que a gente tem que se perguntar se não pode ser de outra maneira. Então, eu acho que era esse tom que existia no Colégio de Aplicação em particular, mas eu acho que no ensino daquela época em geral, e que hoje está faltando um pouco. Apesar disso, eu quero dizer que a agente se surpreende de quando em quando como nós estamos vendo agora nos acontecimentos lá no Oriente Médio e no norte da África, que as pessoas podem surpreender, e às vezes são melhores do que a gente pensa.

Muito bem. O professor de ensino médio era um professor diferente, Flavio. Era. O seu professor de ensino médio era um professor preocupado, então, com a demonstração de teoremas, você saiu do Colégio de Aplicação sabendo o quê era uma hipótese, o quê era uma tese, o quê era uma demonstração, uma redução a absurdo. Isso tudo, você aprendeu no teu ensino médio?

Aprendi. Tudo isso aprendi, toda vez que eu... Já naquela época toda vez que eu pegava um resultado qualquer, meu primeiro esforço, meu primeiro trabalho era tentar demonstrar aquilo, era assim uma coisa automática na minha cabeça. Pegava uma coisa e tentava eu mesmo mostrar porque que aquilo era verdade. Isso aqui realmente, o ensino era assim e foi assim que eu aprendi e eu aprendi bem. Você vai querer que eu dê esse testemunho. Eu não sei quando tempo depois, uns quarenta e muitos anos depois, quarenta e cinco anos depois eu me lembro de grande parte do que eu aprendi. Na matemática, eu me lembro de grande parte que eu aprendi sem nunca mais ter olhado para aquilo.

Bom, você acha que esse processo da democratização do ensino que veio com a lei 5692 de 1971, que extinguiu, por exemplo, o exame de admissão e fez com que todo mundo tivesse acesso ao ensino médio nos colégios públicos, isso massificou o ensino da matemática, evidente. E a massificação do ensino da matemática, eu acho que foi - bem eu não tenho que achar nada, mas tudo bem! (risos) quem tem que achar é você. De certa forma ela é diretamente proporcional a baixa de qualidade desse mesmo ensino. A gente nota hoje que a matemática é apresentada através de fatos, não é? O note que, observe que. Bom. A perda de qualidade é patente. O aluno na verdade é bom de matemática, apesar do ensino de matemática que ele teve. A resistência é pura e simplesmente pontual. Você acha que... Uma pergunta espinhosa... Você acha que é possível ter um ensino de massa, de matemática e com qualidade?

Eu tenho que ser otimista e tenho que dizer que sim. Embora eu não tenha a solução para esse problema, a pergunta é espinhosa porque o problema é muito espinhoso. O que eu queria dizer também, que eu ainda não disse aqui, contrariamente o que se diz em geral, a matemática é o resultado de uma evolução humana que o levou ao mais alto nível de abstração, quer dizer a matemática é uma das conquistas mais sofisticadas da evolução humana, ao lado, sei lá, da filosofia, da música, da literatura e de muitos outros aspectos. O que eu estou querendo dizer, eu estou dizendo isso porque a matemática é difícil! Assim como a filosofia é difícil! As pessoas têm tendência a dizer que basta um bom professor que todos os alunos aprenderão matemática automaticamente. Eu acho que isso não é verdade. Requer um nível de abstração, um grau importante de envolvimento, de interesse que não é de se esperar que todas as pessoas tenham. Então, se pretender que todas as pessoas, todos os alunos que vão estudar durante quatro, cinco anos matemática, saiam excelentes em matemática é a mesma coisa que pretender que os alunos que estudassem quatro anos ou cinco anos de música saiam excelentes músicos. Isso não vai acontecer porque o aprendizado da musica e o alto nível de silêncio, de qualificação de silêncio, que nem todos estão interessados em ter e nem todos são capazes de ter na verdade, porque aí existem muitas características individuais. Então, eu acho que o objetivo não pode ser esse. O objetivo é inalcançável e a gente tem que ter a modesta compreensão de que nem todos vão sair excelentes, mas o que é mais importante, eu acho, no ensino da matemática é isso que você apontou, o que a gente deveria pretender, antes de mais nada, é que todos entendam o que foi essa aventura humana que culminou na matemática, isso sim, eu acho que é um objetivo importante a ser atingido, mas importante do que se o aluno vai aprender o que é um seno, coseno, logaritmo. É o menos importante na vida dele, eu acho.

Certo. O que você acha então, que seria razoável para o cidadão comum aprender em matemática? A massificação fez com que muita gente tivesse o ensino médio, você sabe disso, hoje, não desmerecendo a profissão, você sabe que para ser gari da Comlurb, por exemplo, precisa ter o ensino médio. Isso faz com que você tenha analfabetos funcionais com ensino médio. O que seria importantíssimo, do teu ponto de vista, por garantir para o cidadão médio saber em matemática?

Nada específico. Eu acho que tem é que saber pensar. Eu acho que se a gente conseguir fazer com que todos os nossos alunos saibam pensar, eu acho que já teremos ganhado a parada. Eu acho que o problema que se queixa hoje, no Brasil é que a nossa mão de obra em geral é má qualificada. Eu acho o problema muito maior é que eles não sabem pensar, não aprenderam, não aprenderam a exercer esse raciocínio. Então é isso, o conteúdo é de somenos importância, sempre existirão aqueles que se interessarão pela matemática, se interessarão pela física, ou se interessarão pela informática, ou por qualquer outro tipo de conhecimento, advocacia etc. E esses darão os matemáticos, os físicos, os advogados, os médicos que serão necessários para o país. Então, a questão da massificação e da democratização é fundamental, só assim nós forneceremos, nós educaremos as pessoas para exercerem as diversas profissões de que o país precisa. Então, precisa massificar e depois a gente não precisa se preocupar porque haverá aquele percentual de pessoas que se dirigirão as mais diversas áreas e aprenderão aquelas coisas especificas que eles têm que aprender para exercer as suas profissões específicas.

Sim, então, isso de certa forma, o que você sonha com o ensino da matemática tem a ver com a mudança radical dos conteúdos que são abordados hoje. Eu acho que você não ensina a pensar fazendo com que um menino aplique repetidas vezes, reiteradas vezes, um teorema de Pitágoras para determinar a hipotenusa de um triângulo de catetos três e quatro, de sete oito, nove e dez, não é? Nós estamos falando de outra coisa...

...isso aí, não precisa nem dizer, obviamente que não. Nós estamos falando de um treinamento de trigonometrização ...

Hoje, não se ensina matemática, Flávio, pelo menos no ensino médio, a não ser alguns exemplos que a gente pode dar, são pontuais, não é generalizada a coisa. Na verdade, o ensino virou um ensino de aplicação de algoritmos. O garoto diante de qualquer problema, ele pensa que tem que procurar na memória dele um algoritmo que resolva aquele problema.

Eu sei disso porque eu sou professor na Universidade e recebo os alunos, mesmo os alunos que vão fazer matemática, e posso afirmar que a grande, a esmagadora maioria deles não tem a menor idéia do que é matemática. Aliás, eles recebem um choque. A primeira coisa que a gente faz no primeiro ano é mostrar para o aluno o que é matemática, porque eles chegam lá para fazer matemática, gostam de matemática, mas não tem a menor idéia do que é matemática, porque a matemática é precisamente o contrário disso que você acabou de falar. Eles foram ensinados que a matemática é isso, que você acabou de falar, e a matemática é precisamente o contrário disso, do que você acabou de falar.

Agora vamos voltar à questão do ensino massificado. A massificação do ensino, a generalização do ensino médio, fez com que se criasse na verdade uma espécie de pacto didático. Como a matemática, realmente é uma ciência árida, dura, difícil de ser entendida, realmente é, cria-se uma espécie de pacto entre o professor e o aluno que é assim: eu não te ensino e você também não me cobra muito, quer dizer, vamos adiante. A matemática passa a ser o seguinte: a aplicação do teorema de Pitágoras, a fórmula da PA, PG, seja lá o que for uma multiplicação de duas matrizes. A essência, a explicação, o porquê daquelas coisas estarem acontecendo, acho que nem o professor tem acesso, nem tampouco o aluno tem. Na verdade, passa a grande parte da vida escolar, ou talvez toda a totalidade da vida escolar, sem contato com a matemática. Você acha? É uma pergunta, na verdade. Você é capaz de ingressar num colégio e sair dele, no terceiro ano do ensino médio, sem nunca ter visto matemática na sua vida.

Não ter visto, não ter tido contato realmente com o raciocino, a argumentação da essência do que é matemática? A resposta é sim. Eu acho que sim. É possível, eu diria até provável, que boa parte dos professores que estão ministrando esse ensino não tenham tido esse contato. Então, não é possível ele apresentar isso ao aluno se ele mesmo, se a ele mesmo, não foi apresentada a essência da matemática. Então não é possível! Aí temos outra questão, que é que nos precisamos ter bons professores, formar bons professores, pagar bons salários, ter uma carreira atrativa para que a opção de licenciatura no vestibular não seja a opção daqueles que não tem chance de competir em outras carreiras e que são já os piores formados e então fica difícil. Para reverter esse processo é preciso, antes de mais nada, fazer como se fez no Japão, por exemplo, em que a sociedade resolveu num determinado momento pós-guerra que ia pagar excelentemente os professores de ensino médio para baixo e foi isso que fez com que... Bom, vinte anos depois você vê o resultado, mas isso tem que esperar um tempo, mas isso foi uma decisão de uma sociedade. Espero que a nossa sociedade também faça algum dia esse tipo de decisão e a gente vá colher os frutos em algum momento no futuro, acredito eu.

De que forma o ensino na Universidade também reproduz isso que a gente acabou de falar? Vou te citar um exemplo. Grande parte dos professores acha que geometria analítica serve para resolver os problemas de geometria analítica, não é? Não é mais um instrumento, a geometria analítica e a sintética não tem a menor interface. Isso também na Universidade de alguma forma é visto dessa forma, não é? Ou seja, álgebra linear, geometria analítica, geometria sintética são coisas totalmente estanques. De que forma a Universidade, aí eu estou falando das melhores Universidades do país, reforçam esse tipo de coisa na cabeça do próprio professor?

Eu acho que sim, eu não tenho muita experiência com o ensino de licenciatura, porque eu não dou aula para licenciatura, não sei exatamente como as coisas se passam, mas, pelo pouco que eu conheço, tenho impressão que você tem toda razão, o ensino lá também é ministrado para os professores de forma compartimentada, estanque, sem nada da dinâmica que realmente existe dentro da matemática. Talvez eu devesse fazer essa entrevista na semana que vem, porque na terça feira vai ser minha primeira aula. Eu vou dar aula esse ano no primeiro ano de cálculo vetorial e geometria analítica. A primeira pergunta que eu vou fazer para os alunos, já pensei muito bem como eu vou dar minha primeira aula, e a pergunta que vou fazer por alunos é o que é geometria analítica? E o que é cálculo vetorial? Eles estão curiosos e eu estou na expectativa de que ninguém vai saber me responder o quê é geometria analítica, embora eles saibam perfeitamente bem identificar uma coisa de geometria analítica, mas eu acho que ninguém vai responder o que eu gostaria que eles respondessem, que é a idéia do Descartes de juntar a geometria com a análise. Colocar no mesmo pacote a geometria e a análise. Eu acho que ninguém vai me responder isso!

Entrevista com Professor WALTER VILLA FILHO

Nós vamos falar aqui sobre o ensino no Colégio de Aplicação na década de 70.

Eu me formei pela UFRJ no curso de licenciatura em Matemática e bacharelado em Matemática e fiz pós graduação na Faculdade de Educação da UFRJ, fiz o mestrado na área de Avaliação Educacional e fiz também uma pós graduação em Pedagogia na área de Concentração de Administração Escolar e trabalhei no CAp de 1971 a 1996, foram 25 anos no Colégio de Aplicação. Trabalhei durante esse período apenas no que se chamava na época Segundo Grau, nos éramos oito professores e o Colégio de Aplicação tinha de quinta a oitava do Ensino Fundamental, antigo ginásio e primeira e segunda série do ensino do Segundo Grau, hoje Ensino Médio. O Colégio não tinha o primário, de primeira a quarta, nem tinha terceira série. Uma justificativa que na época se dava para a não complementação no Colégio de Aplicação dessas séries era, primeiro, a dificuldade de licenciandos para primeira a quarta série. Normalmente, o licenciando em matemática é preparado para trabalhar no Ensino Médio, ou então de quinta a oitava, já que os professores de primeira a quarta séries eram formados pela antiga Escola Normal e a Universidade não tem Escola Normal. E a terceira série nós não tínhamos porque era impossível determos o aluno de terceira série já que naquela época existia uma concorrência muito grande entre os Cursinhos, os cursos que preparavam para o vestibular. E os alunos do Colégio de Aplicação, como vinham com uma competência acadêmica muito grande, a gente tinha um programa que ia até no primeiro período das Universidades, na área tecnológica, e os Cursinhos vinham ao Colégio oferecendo bolsas, oferecendo prêmios e uma série de incentivos e levavam os garotos. Então, nós funcionávamos de quinta a oitava e primeira e segunda séries. A partir de 1980, talvez, 80 e poucos, criou-se o primário no Cap, isso aí eu me lembro, eu não me lembro exatamente quando que nós estendemos o curso de segundo grau incluindo também a terceira série, eu só me lembro que foi uma proposta feita pelo prof. Vitor Nótrica, que era um dos sócios do Miguel Couto, professor de química. Juntamos quatro professores, professor. Jose Luiz, de Física, Jose Luiz Werneck, de História, Vitor Nótrica, de Química e eu, Walter, de Matemática. A abordagem que nós fazíamos em termos de matemática no Colégio de Aplicação, era muito respeitada em função da coordenação que era desenvolvida pela professora Zaida Meireles Freire, onde nós nos reuníamos uma vez por semana, elaborávamos as provas em conjunto e sugeríamos questões e sugeríamos modificação em determinadas questões e a continuidade do trabalho que se iniciava na quinta série até a segunda série do Segundo Grau. Era uma integração vertical, onde o aluno mudava de professor, mas ele não sentia a falta de sintonia entre uma série e outra, mesmo na mudança de ciclo da quinta e oitava para o Ensino Médio, a partir do momento que nós tínhamos um currículo completamente integrado. Naquela época, nós dispúnhamos de seis aulas teóricas e mais uma de estudo dirigido. Nessas aulas de estudo dirigido, que era uma vez por semana, nós dividíamos a turma em grupos e trabalhávamos o conteúdo desenvolvido naquela semana. Normalmente, o estudo dirigido era na terça-feira, porque os dias de matemática no Colégio de Aplicação eram terça, quinta e sábado, ou era na última aula de sábado, onde a gente fechava a semana, ou na própria semana, ou na semana seguinte, por ser no primeiro tempo.

Procurávamos, na medida do possível, uma abordagem moderna, porém sem abrir mão da consistência e da metodologia da convenção dos conceitos, onde a gente admitia que um aluno naquela faixa etária fosse possível de absorver. Na fase de quinta a oitava, trabalhávamos muita álgebra que era a ferramenta que eles iriam manusear para absorver os conteúdos do segundo grau, e iniciarmos um trabalho de geometria na oitava série trabalhando com a geometria de posição e apresentando a eles os sólidos, não calculando área lateral, volume, apenas apresentávamos e estudávamos propriedades, para que eles tivessem um primeiro contato com a geometria espacial, já que ela seria abordada no segundo grau. Em termos de Segundo Grau, nós trabalhávamos iniciando pela teoria dos conjuntos, fazendo uma abordagem que a gente iniciava com lógica matemática. Trabalhávamos as proposições, trabalhávamos classe de equivalência. Na classe de equivalência, a gente definia para eles um ente fortíssimo que era vetor e a partir daí a gente iniciava um processo de associação que seria culminado na segunda série e depois na terceira, associação de equações às figuras, na realidade a gente estava começando a introduzir na primeira série a geometria analítica. Trabalhávamos na parte de álgebra, trabalhávamos cálculo probabilidade. Trabalhávamos o binômio de Newton, trabalhávamos aritmética ainda utilizando algoritmo de régua de cálculo, mensuração de terreno e construção de figuras planas irregulares, era um trabalho bastante interessante.

Na parte de análise, iniciávamos com teoria de conjuntos trabalhando lógica. Nós íamos ao estudo de função, função a gente estudava a fundo, não só o tipo de função de segundo grau, como a gente trabalhava raízes, enquanto na álgebra a gente estudava os binômios e chegando até binômio de Newton, triângulo de Pascal, dando toda a parte de análise combinatória com eles. Trabalhávamos também com a determinação de raízes, mostrando para eles que as equações, elas tinham uma representação gráfica, e as curvas associadas às equações, era uma coisa muito interessante. Quando a gente mostrava a eles que as raízes eram um dos pontos de interseção da curva com o eixo x e eles sempre muito curiosos queriam sempre saber mais e aprofundando. Nessa época eu me lembro, nós trabalhávamos com três grupos: um grupo de Tecnológica, todos com a mesma carga horária, um grupo de Biomédica e um grupo de Humanas. Mas como eles vinham de um ensino bastante consistente de quinta a oitava, o que representava para eles o estudo da matemática, que era a mentalidade da garotada do Colégio de Aplicação, eu não via isso em outro lugar, as disciplinas afins da área, elas proporcionavam a eles passar no vestibular. Então, História, Geografia, Português, na Área de Humanas; Química, Física, Biologia, na Área Biomédica; Matemática, Física e Química na Área Tecnológica. Porém, as disciplinas não específicas da área é que os classificavam. Então, eles estudavam tanto as específicas quanto as não específicas.

Por isso eles tiravam sempre primeiro, segundo e terceiro lugar. Porque eles eram bons nas específicas e nas não especificas. Normalmente o aluno que vai fazer a Tecnológica ele não tem muito amor por história, a geografia, o aluno que vai fazer Biomédica a mesma coisa, o aluno que vai fazer Humanas não tem muito amor pela matemática, pela física. Como lá todos eles tinham o mesmo tratamento, então, na realidade, entre aspas, nós tínhamos a mesma preparação para todos os alunos independente de área, então, isso fazia com que eles se sobressaíssem nos vestibulares.

Mas, se eu me recordo, na primeira série nós trabalhávamos geometria plana, e aí já estudando geometria de posição, com lugar geométrico, calculando centro de gravidade, não um desenho geométrico, era uma geometria plana baseada em demonstrações de teoremas e propriedades das figuras. Paralelamente a isso nós tínhamos uma disciplina chamada trigonometria, que a gente estudava toda trigonometria, a gente não ia à função inversa de arco-seno, arco - cosseno, mas nos íamos até o final da trigonometria no estudo de funções quando a gente estava trabalhando, isso facilitava o relacionamento, como eu já disse, porque era um professor só, então em trigonometria estabelecendo equivalência de arco e cálculo de arco, a gente na análise estava estudando a função trigonométrica porque eles tinham um aspecto algébrico e um aspecto funcional daquilo que estava acontecendo. A parte de álgebra era uma parte densa que a gente estudava, ia até polinômios, era uma parte bastante densa, matriz determinante, sistema, PA, PG, logaritmo, exponencial, análise combinatória, probabilidade, binômio de Newton. Na segunda série, nós aprofundávamos na geometria plana e entravávamos na geometria espacial, dando toda parte de cônicas, inclusive trabalhando elipse, hipérbole, parábola, com interpretação geométrica, aproveitando toda experiência que eles tinham no estudo de função, estabelecendo sempre uma relação entre as pontas da matemática. Em álgebra, a gente dava continuidade a esse programa, e eu me lembro que em álgebra o livro que nos adotávamos para exercício era o livro do Alberto Serrão, com quatro ou cinco volumes, ele era muito pesado em álgebra. Na parte de análise, até por formação acadêmica do professor, já que no vestibular eu dava a análise e álgebra linear, a gente estudava toda parte de função, trabalhava inversa, composta, depois íamos ao conceito de limite e estabelecíamos as demonstrações pela definição, os cálculos de limite pela definição, depois íamos à derivada, a partir do estudo de limite da posição da secante na curva, degenerando na tangente, estabelecendo todos os processos, associando a velocidade instantânea na física, a gente roubava um pouquinho na física, toda a taxa de variação de física a gente puxava, a parte de calor e tal, mostrava a eles que era a variação entre os implementos. Íamos até a derivada, a gente não pedia muitas fórmulas, era muito mais importante para eles entender o que era derivada do que derivar aqueles carroções. Mas a gente dava para eles uma tabela de fórmulas de derivadas. Mostrávamos que no caminho de volta pela derivada a gente chegava ao conceito de integral e no conceito de integral, integral simples, a gente mostrava para eles que era uma forma de calcular o volume pela revolução dos sólidos e chegávamos a equação diferencial de primeira e às vezes de segunda ordem. Então, o curso de cálculo que a gente dava na primeira, segunda e terceira séries, na parte de álgebra a gente recordava, na parte de geometria a gente desenvolvia todo o processo que foi feito nos anos anteriores e aí aprofundando e utilizando nível de dificuldade dos exercícios. E a partir do momento que eles estudavam na primeira série classe de equivalência e definiam o vetor da classe de equivalência, a gente retomava isso na segunda e depois na terceira, quando tinha terceira série, trabalhando vetor linearmente dependente, vetor linearmente independente, conceito de base e usando um livro que na época era um livro de cálculo e geometria analítica, que é o Smith-Gale, e a gente trabalhava o início de álgebra linear e eles entendiam perfeitamente bem a função da base que eles tinham, e até depois nos retornávamos em álgebra 1, era um curso que a gente dava na terceira série.

Em linhas gerais, as provas eram provas com um nível bastante dificultoso. Os alunos do Cap estudavam de tal maneira que se você se prendesse nas avaliações, nas aplicações formais e normais daquela disciplina, você não estava fechando o ciclo da aprendizagem com uma avaliação rigorosa ao nível de profundidade que eles chegavam. Se você bobeasse, 80% da turma tirava 10, então tínhamos umas provas muito bonitas, onde os professores sentavam com a Janete, que era parceira, a Silvia Barbosa, que era a nossa mentora, ela sabia matemática de uma forma, cara! A Silvia sabia tudo, absolutamente tudo. A Janete dava aula no ensino de Matemática na UERJ. Janete Bezerra. Ela faleceu. Então, nós sentávamos para montar as provas do bimestre e a gente criava ali na hora, coisas assim absurdamente difíceis que eles tinham que deduzir. Que eles tinham que... A gente ia à Taxonomia de Bloom, a gente ia ao nível de avaliação. Então, eram provas discursivas sempre, nunca teve prova de múltipla escolha, a gente dava cinco ou seis questões onde eles tinham dois tempos de aula, dois tempos de 50 minutos para resolver. Não sei o que mais dizer, tentei fazer uma abordagem...

Na parte de geometria analítica então vocês conseguiam fazer um link, um resgate da geometria plana, tratamento vetorial, analítico das curvas. A geometria analítica não aparecia como aparece nos livros didáticos, não soltos uma matéria totalmente independente e estanque, estava relacionada com outras...

Não, não, sempre relacionada pelo fato de ser um professor só. Quer dizer, você abordava os mesmos assuntos de forma, como é que vou dizer, sem quebra de continuidade, a partir do momento que era tua experiência, a tua visão que estava sendo colocada. Se tem um professor para dar geometria analítica e outro álgebra ou análise, provavelmente esse entrosamento ficaria prejudicado. Mas, pelo fato de ser apenas um professor, isso era facilitado.

Mas, curioso é o seguinte, que os alunos sabiam lidar, que geometria analítica era mais um instrumento para resolução dos problemas, não ficava a coisa categórica - esse é um problema de geometria analítica, pode ser, pode não ser, pode ser um problema de geometria analítica, plana, pode ser um problema de geometria...

Agora, o que você via nos alunos do CAp que você não viu nunca mais, Walter?

Inicialmente o processo de seleção. Existia um processo de seleção. O aluno no Colégio de Aplicação só entrava na quinta serie ou na primeira serie do Ensino Médio O processo de seleção, nós é que fazíamos as provas. Então, nós sabíamos os pré requisitos, porque as provas eram de matemática e português apenas, então nós sabíamos os pré requisitos que nós desejávamos que os alunos que viessem para o CAp tinham que dominar para que eles acompanhassem os nossos cursos... Então, era muito curioso porque na quinta série abria uma turma com 30 alunos, a primeira série do Ensino Médio já não eram 30 alunos, porque não era uma turma, porque já recebia turma de oitava série. Então, nessa primeira série, tinha duas vagas, três vagas, quatro vagas, porque a reprovação do CAp era mínima, era mínima. Eu não me lembro de 25 anos que eu trabalhei no Colégio de Aplicação eu acho que eu não reprovei mais que dez alunos. E assim mesmo, foram alunos, porque a Escola é Federal, ela tem uma outra coisa, quando um militar é transferido de um Estado para o outro, o filho dele tem acesso, pode ir para o Colégio Militar ou pode ir para o qualquer Colégio Federal, como o CAp é Federal, vinha militar transferido do Amazonas, do Ceará, Rio Grande do Sul, e eles entravam sem concurso. Então, eles constituíam, embora a direção explicasse, eles constituíam um pessoal que não acompanhava. O ritmo era acelerado. Você imagina, são cinco aulas de matemática por semana. Nós tínhamos dois, dois, um, era duplo, duplo depois um, e outro que era estudo dirigido que a gente não dava matéria, mas era onde a gente fazia o fechamento. Então, eu responsabilizaria o processo de seleção, pela manutenção desse alto nível dos alunos do Colégio de Aplicação na década de 70.

Na década de 80, com a eleição do professor Horácio Macedo, cuja filosofia era Universidade Para Todos, era uma política educacional, onde todos têm direito a tudo independente da sua origem, inclusive acadêmica, o concurso deu lugar ao sorteio. E aí ficou meio complicado, porque eu me lembro no primeiro e no segundo ano houve uma senhora revolução lá dentro, porque os alunos, isso nunca teve, os alunos reclamavam com os pais e os pais iam à escola reclamar o grau de acúmulo na prova, então era uma coisa que começou a, não digo baixar o nível, mas a não exigir tanto, em termos de criação como nós exigíamos. A partir daquele momento, eu acho que foi em 84, 85, 86, houve foi certo desestímulo, da minha própria pessoa eu comecei a trabalhar apenas na terceira série, em não trabalhar mais na primeira e segunda e só recebia a garotada de terceira série e a gente aumentou a carga de seis para sete aulas e aí dentro da medida do possível a gente ia para o programa e voltava, mas aí o nível começou, e a gente, quando você tem uma garotada ligada, curiosa e com o conhecimento, quer dizer tem uma máxima que diz ninguém ama o que não conhece. Eles admitiam, eles tinham o convívio com o sucesso, então eles eram estimulados a saber cada vez mais. A partir do momento que começa a se preocupar com a nota, que ele está tirando cinco, tirando quatro, porque que ele não tirou sete, aí começa a brigar pela nota e não pelo aprendizado que aquela prova está avaliando.

Aí foi nessa época que eu fui fazer Mestrado em Avaliação para ver se eu aprendia alguma coisa (risos). Então piorou, era essencialmente um processo da capacidade dos professores. No Colégio de Aplicação não tinha falta, o pessoal não faltava e isso era em matemática e em todas as outras disciplinas. Então, se por acaso houvesse alguma dificuldade, desastre ou operação, a gente dava um jeito e trabalhava com uma folha de exercício, numa sala. A garotada não ficava sem aula. E eles ficavam estudando, às vezes não tinha como cobrir e eles abriam o livro e ficavam estudando.

Quer dizer iam para o Colégio com prazer, inclusive aos sábados...

Sábados, nós tivemos lá um período que nós dávamos aula aos sábados, só na terceira série, mas independentes disso, eles iam para a escola no sábado. Você via muito, um bom aluno dando aula para os alunos fracos, quer dizer, teoricamente fraco. Você via eles praticando esportes, e a quadra era horrorosa, pingava água, parte de logística de prédio não existia, a gente trabalhava por amor, tanto nós quanto eles. E eles iam para lá, fazer trabalho, fazer esportes e iam conviver ali. Até hoje eles se reúnem. A primeira turma que eu dei aula, em 1970 eu fui licenciando e a primeira turma que eu dei aula se reúne até hoje, tem 40 anos, até hoje eles se reúnem. E aí telefonam e dizem - professor dá para o senhor vir aqui? A gente, quando pode, vai.

E todos eles são muito bem colocados, todos eles.

Eles eram alunos fora da curva

Veja bem, a caracteristica pelo processo de seleção, o Colegio de Aplicação sabendo que eles tinham aulas com licenciados, era uma escola experimental, não era uma escola qualquer e eles entravam com desejo do saber e isso era o que mais te motivava trabalhar. Eu morava naquele tempo na Tijuca e o primeiro tempo era 7 horas da manha, acordava as 5 e meia, feliz da vida, por dar aula no Colégio! Era um negócio assim fantástico, não havia compensação financeira, mas havia o resgate de viver aula (?) da pratica do ensino, muito bacana, uma experiência fantástica.

Deixa eu te perguntar. Voltar aqui ao o ensino da matemática mesmo, é curioso você sabe, porque estava atuando até agora há pouco na área de ensino. Você chega num curso superior hoje e o aluno não sabe o que que é um teorema, uma demonstração, um lema, absolutamente nada. Não sabem que as coisas devem ser demonstradas em matemática. O aluno do Cap convivia com isso, o aluno do Cap saia dali sabendo o que que é uma hipótese, o que que é uma tese?

A gente tirava corolário, tirava conseqüências e criava propriedade que a gente não tinha visto na sala de aula, isso era mostrado e demonstrado. Eu tenho na memória alguns alunos. Eles tinham a capacidade de criar soluções alternativas. Você desenvolvia um exercício no quadro, você demonstrava um teorema, e eles diziam - professor, mas eu acho que dá para fazer diferente! E a atitude, 15 alunos... (?) eu dizia - vem cá. Ele ia lá e fazia. (?) E criou a solução: ele fez Alfa é igual a zero, caiu num caso particular e depois... (risos). A gente demonstrava, a gente fazia demonstração por indução, cara! Eles na prova trabalhavam. É uma pena, Carlos, eu não tenho mais, é uma pena porque você ia ver, ia reconhecer, porque estava escrito lá, Colégio de Aplicação da UFRJ, nome e data, aí você ia ver que era aluno do Colégio de Aplicação, fora isso você ia dizer, isso aqui era prova de Faculdade. O nível era muito bom. Eles faziam demonstração, eles criavam soluções alternativas. Às vezes, a gente tinha que ter a humildade de reconhecer uma solução melhor apresentada por eles, sabe, era um lugar gostoso de trabalhar, mas eles trabalhavam, trabalhavam hipótese, tese, resolviam, eles faziam demonstração por indução: n=1 vale para n+1 eles faziam a demonstração e o Serrão tinha muita demonstração, o Alberto Serrão tinha muita demonstração.

Eu quando cheguei lá em 1970, o livro adotado era o do Thales e o Thales tinha na parte de matrizes e determinantes até o ADN e eu seguindo o programa, primeiro, eu estava botando o pé no Colégio de Aplicação, se não me engano, eu fui fazer estágio na turma do Reinaldo, aí o Reinaldo recebeu convite para ir para o Bahiense, foi, e eu, do estágio que eu fiz na turma dele, eu continuei com a regência. E falei matriz quadrada e a forma de cálculo era determinante e o sistema possível e determinado e os caras começaram e aí? E depois, e se for 4 por 4, como é que faz? Se você bobeasse, você ia a rebaixamento de ordem, cara! Eles iam pedindo e aí como é que faz? E aí, você tem 3 equações tem três variáveis, se tiver 4 equações continuam três variáveis, pode vir a quarta variável, mas aí não dá mais determinante, como é que faz? Pode vir a quarta variável? Perguntas desse nível. Você tinha que...

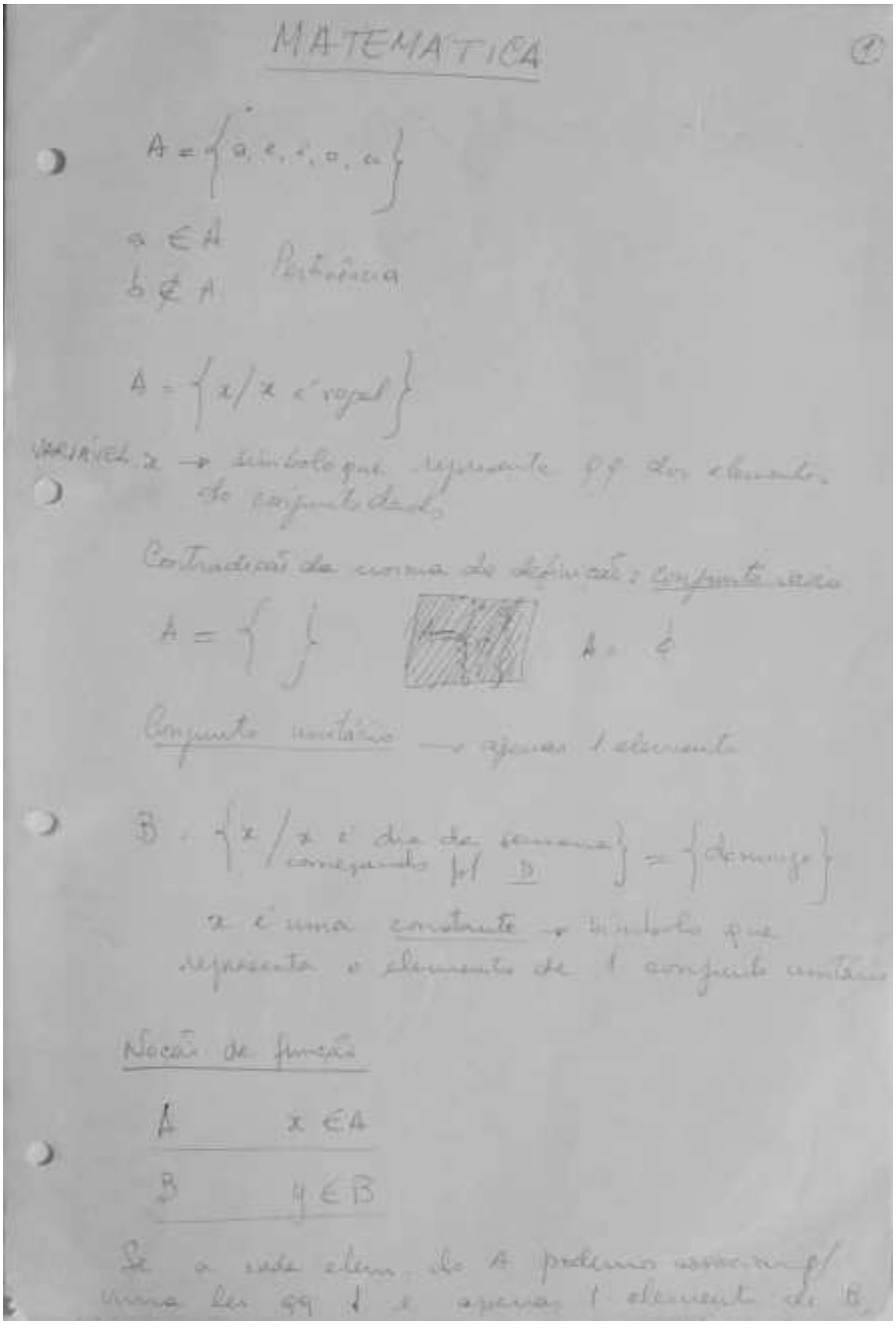
Então, eles estabeleciam pela curiosidade pela vontade do saber, de apreender, o nível. Então, quem estabelecia o nível eram eles. Não éramos nós, não. Eles é que estabeleciam e aí eles foram, foram e depois de um ano, dois anos, aí eu já estava de posse da regência, e naquela época aproveitando a pergunta que você me fez lá no início, naquela época não havia concurso, então havia os licenciandos que passavam pelo Colégio e nós recebíamos um grau porque nós éramos obrigados a fazer estágio em turmas de quinta à oitava. Em turmas de primeira, de terceira não, terceira não tinha licenciandos e aí os professores faziam uma avaliação nossa com critério e a Zaida chamava a gente e a gente dava uma aula para a Silvia que era a nossa paraninfa, que era a mais competente de todos e tinha humildade e simplicidade sem tamanho. Ela não sabia que o ela sabia cara! Aí nós éramos convidados a permanecer na Escola até que o concurso abrisse. Então você, depois de um ano, um ano e meio que eu trabalhei, sem receber e aí então, saiu a contratação com CLT, os professores que entravam no CAp com essa formação, não eram efetivos, não eram estatutários, eles eram celetistas e aí depois é que eles foram transformados em estatutários. Eu acho que trabalhei no CAp como celetista por uns 15 anos, até depois pela Universidade, e isso era o processo de contratação não só no CAp como na própria Universidade. Depois, eu fui para a Faculdade de Educação, para dar Didática de Ensino e Prática de Ensino também, na forma de contratação, porque o governo proibia de fazer concurso, era concurso, os professores foram ficando idosos, ficando idosos, se afastando e depois tem que ter pique, não é, pois a turma exige mesmo, você sabia que entrava as sete da manhã e saía de lá meio-dia e meia, sem direito a intervalo porque acabava a aula e eles vinham. E aí, cara, as dúvidas eram as mais fantásticas! Você não conseguia responder, então dizia: te trago na quinta-feira, isso aí está complicado! Não dá para ser bate pronto. (riso) A garotada te moldava profissionalmente, cara! Era uma coisa muito compensadora. Era muito. Você, como profissional, era um desafio, exigia um crescimento, inegavelmente. Você não enferrujava nunca, não cristalizava, e trazendo dúvidas de tudo quanto é lugar, quanto mais você... E pegavam aquelas provas de IME, aquelas provas do ITA, e traziam, cara! E programa que você não deu, cara! Isso aqui, sei lá, onde é que encontro isso? O cara ia lá estudar e tirar dúvida contigo. Então o projeto era além mar. Eles estabeleciam Sempre apoiados pelo Colégio, pela estrutura do ensino, eles tinham apoio muito grande da Zaida, em busca de material, aumento de carga horária, tudo que a gente brigava ela ia com a gente. Era isso, o que mais?

Eu acho que é basicamente isso. Eu acho que teu depoimento é fundamental Saber que algum dia existiu esse aluno, pode ser que exista ainda por ai...

E, veja bem, eu continuo achando, a gente teve até alguns atritos, na época do Horácio, eu fui representante na Comissão do Vestibular do Ensino Médio, tinha que ter alguém do Ensino Médio, especialista na Comissão do Vestibular para calibrar as provas. E a filosofia do professor Horácio era Universidade para Todos, eu me lembro que na época em 80, eu devia ter o quê, 35, 34 anos, eu dizia que não era para todos, não! O critério era de mérito. O governo tinha que criar alternativa para o aluno que não conseguisse entrar para a Universidade. Ele tinha que ir para a Escola Técnica, aprender uma profissão, porque o Brasil precisa do técnico e do doutor.

E a gente, no CAp, não abria mão de manter o nível, em função da população que estava entrando, não vinham com aquele tesão de aprender que a garotada anterior tinha.E, em algumas vezes lá, a gente atritou mas... A norma política, mas não sei como é que a gente, na área de ensino a gente não pode se envolver em nenhum projeto que não seja a meritocracia, não há! Eu acho muito mais importante você criar uma escola pública consistente, séria, que dê embasamento para o aluno carente, o ao afrodescendente, do que você abrir para ele uma vaga de ensino, que na verdade é um engodo. Eu depois que eu me afastei, coisa de uns 4 ou 5 anos atrás, houve uma dificuldade, eu acho que foi até humilde, de alguém dar aula de didática especial de matemática, para uma turma que estava se formando à noite. Eles não sabiam nada, nada de matemática. Eu tive que trabalhar com eles matemática de Ensino Médio, eles iam sair dalí para dar aula no Ensino Médio. Alguns entenderam a mensagem, outros não entenderam, porque queriam se formar, queriam apenas um diploma da UFRJ, para fazer o quê não sei, talvez professor do Município, para subir, eu não sei qual o objetivo, mas foi uma experiência muito negativa. E eu me lembro que num dos temas que a gente abriu a discussão, foi por cotas para entrar na Universidade. Eles discutiram, discutiram e a conclusão que a turma chegou é que era preferível dar uma Escola Pública de qualidade para que o aluno entrasse para a Universidade Pública e o que acontece é que ele vai a 1, 2, 3 períodos no máximo e ele sai. Ele não tem embasamento para dar continuidade. E aí, se a maioria entra na Universidade com esse nível, você é obrigado a baixar o nível, e aí você não está formando professores, está formando repetidor de aulas, sei lá o que você está formando! Eles não sabiam, não tinham idéia, eu me lembro da primeira vez que a gente... Eu tinha que ensinar a eles dar aula. Então nós vamos pegar o programa de ensino da segunda e terceira série, vamos dividir em pontas da matemática e ai nós vamos sortear os grupos, e aí os grupos vão escolher os temas que eles vão trabalhar para dar aula para os outros. Mais ou menos, o trabalho que eu fazia no CAp. Aí, cara, foi muito engraçado, porque os grupos se formaram e houve uma discussão interna. Um escolheu aritmética, outra álgebra, outro escolheu análise, e outro, geometria analítica. Quando estava tudo formado, a sala tinha quase 80 alunos. Quando tudo estava tudo formado, eu apaguei e troquei os temas dos grupos. Quase que eu apanhei!, Isso não vale! Como que isso não vale! Nós escolhemos! Tudo bem, cara, vocês escolheram porque é confortável e eu estou aqui para tirar o conforto, senão não tinha... No fim eles entenderam; no fundo muitos entenderam, outros não entenderam porque não estavam a fim daquilo, mas o professorado que está se colocando na rua aí...

ANEXO C – CAP - Notas de Aula



MATEMATICA ①

$A = \{a, e, i, o, u\}$

$a \in A$

$b \notin A$ Pertinência

$A = \{x / x \text{ é vogal}\}$

VARIÁVEL x → símbolo que representa qq dos elementos do conjunto dado

Contradição da norma de definição: Conjunto vazio

$A = \{ \}$ $A = \phi$

Conjunto unitário → apenas 1 elemento

$B = \{x / x \text{ é dia da semana começando por D}\} = \{\text{domingo}\}$

x é uma constante → símbolo que representa o elemento de 1 conjunto unitário

Noção de função

A	$x \in A$
B	$y \in B$

Se a cada elem. de A podemos associar p/ uma lei qq 1 e apenas 1 element. de B

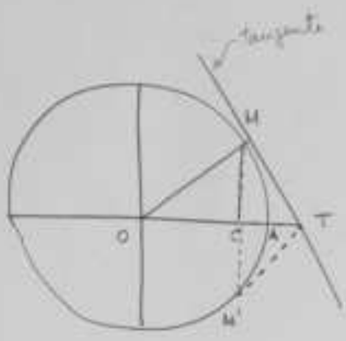
Matemática (13)

LIMITES NOTÁVEIS & EQUIVALÊNCIAS ENTRE ∞/ PEQUENOS

(1) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\text{sen } x}{x} = \frac{0}{0}$

$$\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1 \quad \boxed{\underset{x \to 0}{\text{sen } x \simeq x}}}$$

$R = 1$



$\widehat{AM} = x$

$\overline{MC} = \text{sen } x$

$\overline{MT} = \text{tg } x$

$\overline{MM'} < \widehat{MM'} < \overline{MT} + \overline{TM'}$

$\frac{\overline{MM'}}{2} < \frac{\widehat{MM'}}{2} < \frac{\overline{MT} + \overline{TM'}}{2}$

$\overline{MC} < \widehat{MA} < \overline{MT}$

$\text{sen } x < x < \text{tg } x$

$\div \text{ sen } x$

$1 < \frac{x}{\text{sen } x} < \frac{\cancel{\text{sen } x}}{\cos x} \cdot \frac{1}{\cancel{\text{sen } x}}$

$1 < \frac{x}{\text{sen } x} < \frac{1}{\cos x}$ INVERTENDO

$1 > \frac{\text{sen } x}{x} > \cos x$

Qdo $x \to 0$

$\lim\limits_{x \to 0} \cos x = 1$ $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} 2x}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{2x}{x} = 2$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{2\,\underbrace{\operatorname{sen} x}\ \underbrace{\cos x}_{\to 1}}{\underbrace{x}_{\to 1}} = 2$$

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{3}} \frac{\operatorname{sen}\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{x-\frac{\pi}{3}} = \lim_{x\to \frac{\pi}{3}} \frac{x-\frac{\pi}{3}}{x-\frac{\pi}{3}} = 1$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{x^{\cancel{2}}}{\cancel{x}} = 0$$

$$\lim_{x\to 0} \operatorname{sen} x \cdot \underbrace{\frac{\operatorname{sen} x}{x}}_{\to 1} = 0$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} 5x - \operatorname{sen} 3x}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{5x-3x}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{2x}{x} = 2$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{2\underbrace{\cos 4x}_{\to 1}\ \operatorname{sen} x}{x} = 2 \qquad \frac{\operatorname{sen} x}{x} \to 1$$

$\operatorname{sen} p - \operatorname{sen} q =$
$= 2 \cos \frac{p+q}{2} \operatorname{sen} \frac{p-q}{2}$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = \lim_{x\to 0} \underbrace{\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x \cdot x}}_{\to 1} = \lim_{x\to 0} \underbrace{\frac{\operatorname{sen} x}{x}}_{\to 1} \underbrace{\frac{1}{\cos x}}_{\to 1} = 1$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x \to 0 \\ \operatorname{tg} x \simeq x \end{array}}$$

---

(2) $$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{0}{0} \qquad \therefore \quad \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2} \qquad \boxed{\begin{array}{l} x \to 0 \\ 1-\cos x \simeq \frac{x^2}{2} \end{array}}$$

$$\frac{(1-\cos x)(1+\cos x)}{x^2(1+\cos x)} = \frac{1-\cos^2 x}{x^2(1+\cos x)} = \frac{\operatorname{sen}^2 x}{x^2(1+\cos x)}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{x^2(1+\cos x)} = \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{x^2}\,1}{\cancel{x^2}(1+\underbrace{\cos x}_{\to 1})} = \frac{1}{2}$$

(19)

$$\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos\frac{x}{2}}{x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{x^2}{4}}{2} \times \frac{1}{x^2} = \frac{1}{8}$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{1-\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{\left(x-\frac{\pi}{4}\right)^2} = \lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\left(x-\frac{\pi}{4}\right)^2}{2}}{\left(x-\frac{\pi}{4}\right)^2} = \frac{1}{2}$$

NEM TÔDAS AS QTIDDS $Q \to 0$, $\to 0$ C/ A MM INTENSIDD

COMPARAÇÃO DE INFINITÉSIMOS

$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \end{array} \right.$ são 2 infinitésimos

$\boxed{1^{\circ} \text{ caso}}$

$\frac{\alpha}{\beta} = K \quad K \neq 0$, α e β são infinitésimos de MESMA ORDEM

$K = 1 \to$ seriam infinitésimos equivalentes

Ex.: $\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen } 5x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{5x}{x} = 5$, sen $5x$ e x são infinitésimos de mesma ordem

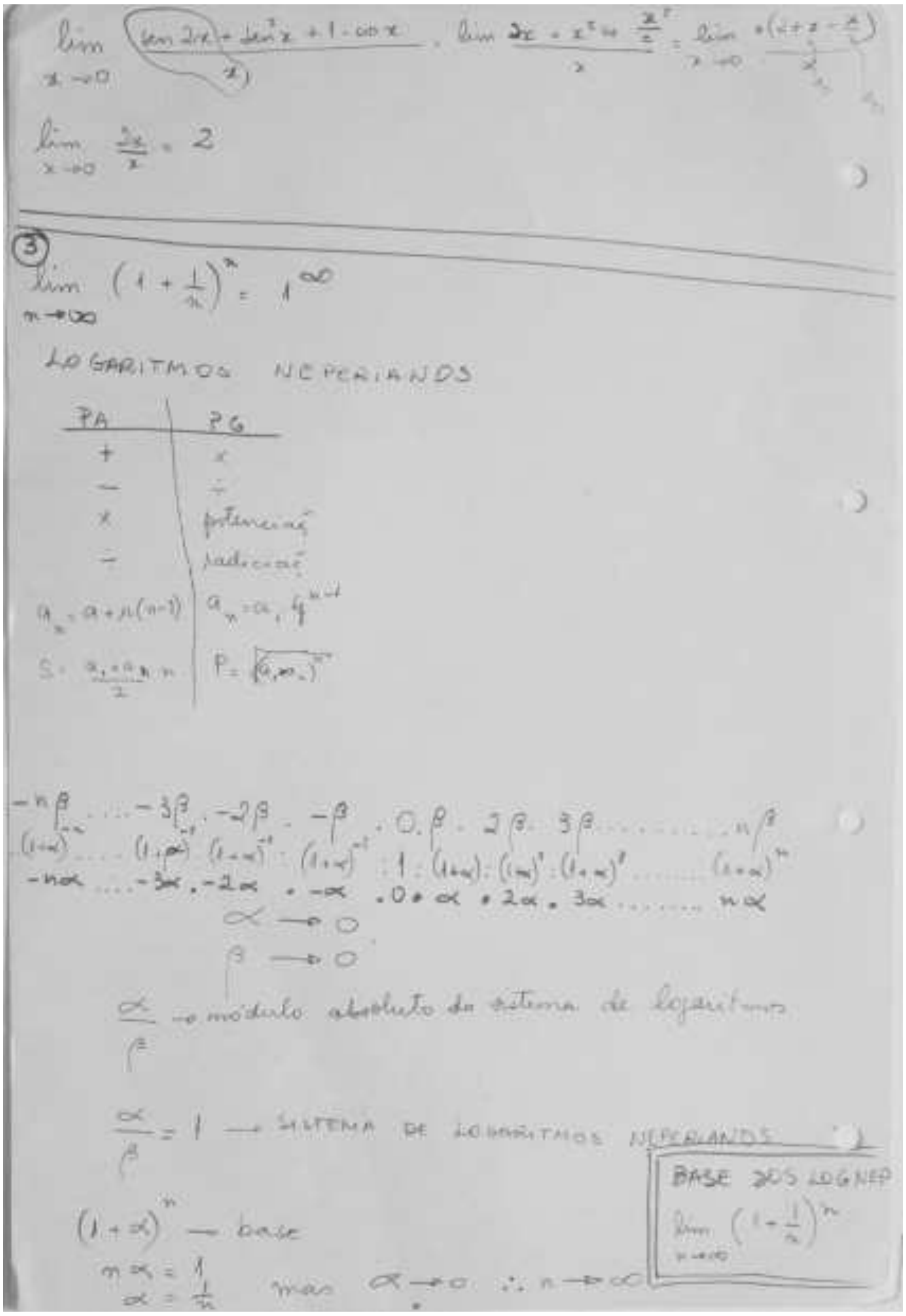
$\boxed{2^{\circ} \text{ caso}}$

$\frac{\alpha}{\beta} = K \quad K = 0$ isto quer dizer que $\alpha \to 0$ mais rapida/ que β, e α é um INFINITÉSIMO DE ORDEM SUPERIOR A β

Ex. $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{\text{sen } x} = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{x^2}{2}}{x} = 0$

($1-\cos x$) é um infinitésimo de ~~mais~~ ordem superior a x.

LEI DO DESPRÊZO $\longrightarrow$ Numa soma de infinitésimos, o valor limite depende do infinitésimo de MENOR ordem.



$\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen } 2x + \text{sen}^2 x + 1 - \cos x}{x}$

$\lim_{x \to 0} \frac{2x}{x} = 2$

③

$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1^{\infty}$

LOGARITMOS NEPERIANOS

PA	PG
+	×
−	÷
×	potenciação
÷	radiciação
$a_n = a + r(n-1)$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
$S = \frac{(a_1 + a_n)\, n}{2}$	$P = \sqrt{(a_1 a_n)^n}$

$-n\beta \ldots -3\beta \,.\, -2\beta \,.\, -\beta \,.\, 0 \,.\, \beta \,.\, 2\beta \,.\, 3\beta \ldots n\beta$

$(1+\alpha)^{-n} \ldots (1+\alpha)^{-3} : (1+\alpha)^{-2} : (1+\alpha)^{-1} : 1 : (1+\alpha) : (1+\alpha)^2 : (1+\alpha)^3 \ldots (1+\alpha)^n$

$-n\alpha \ldots -3\alpha \,.\, -2\alpha \,.\, -\alpha \,.\, 0 \,.\, \alpha \,.\, 2\alpha \,.\, 3\alpha \ldots n\alpha$

$\alpha \to 0$

$\beta \to 0$

$\frac{\alpha}{\beta} \to$ módulo absoluto do sistema de logaritmos

$\frac{\alpha}{\beta} = 1 \to$ SISTEMA DE LOGARITMOS NEPERIANOS

BASE DOS LOG NEP

$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

$(1+\alpha)^n$ — base

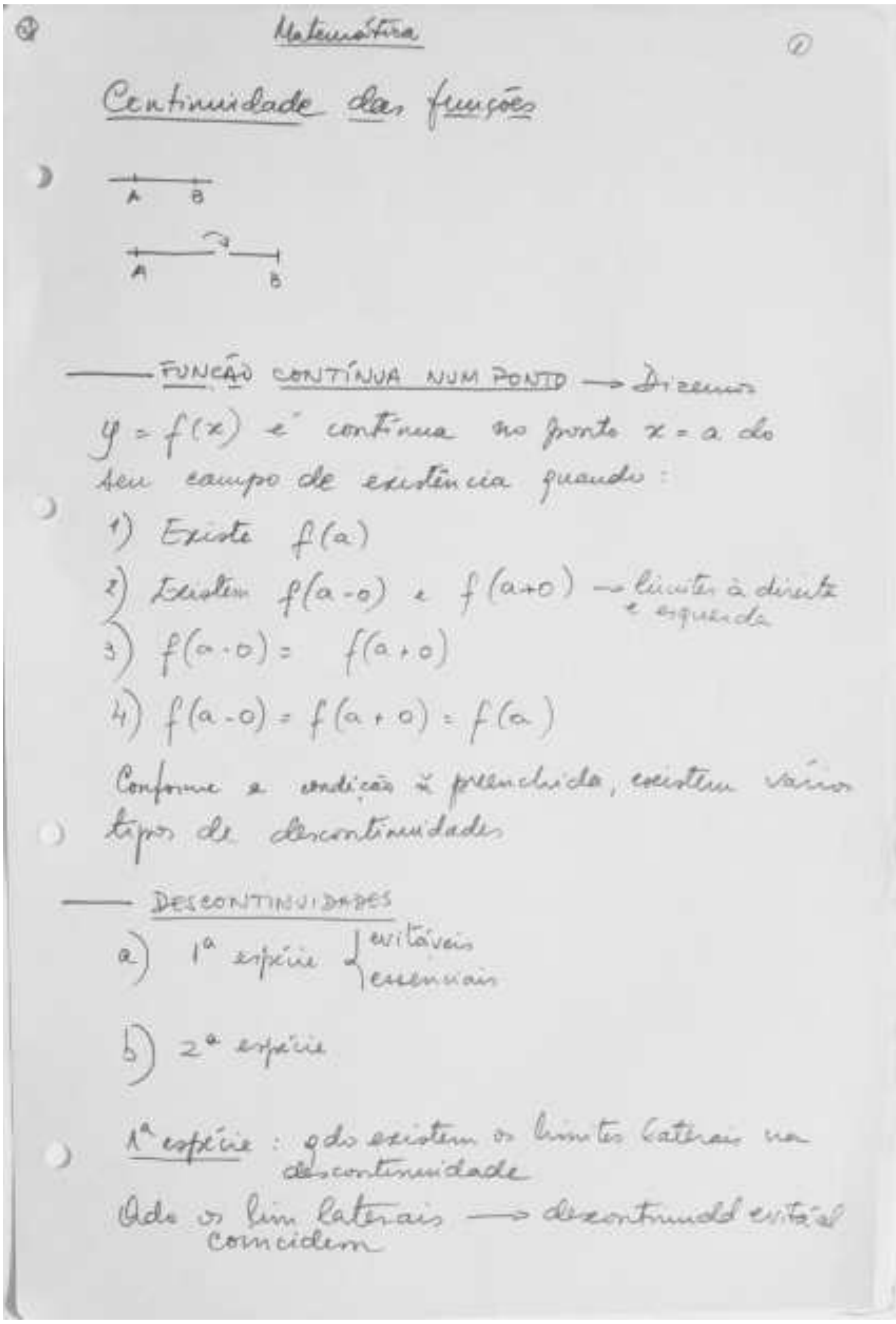
$n\alpha = 1$

$\alpha = \frac{1}{n}$ mas $\alpha \to 0 \therefore n \to \infty$

$$\frac{e^{x} - \frac{1}{e^{x}}}{x} = \frac{\frac{e^{2x} - 1}{e^{x}}}{x} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{x} \cdot x}$$

$\rightarrow 1$

16



Matemática (1)

Continuidade das funções

A B

A B

—— FUNÇÃO CONTÍNUA NUM PONTO → Dizemos $y = f(x)$ é contínua no ponto $x = a$ do seu campo de existência quando:

1) Existe $f(a)$
2) Existem $f(a-0)$ e $f(a+0)$ → limites à direita e esquerda
3) $f(a-0) = f(a+0)$
4) $f(a-0) = f(a+0) = f(a)$

Conforme a condição é preenchida, existem vários tipos de descontinuidades

—— DESCONTINUIDADES

a) 1ª espécie $\begin{cases} \text{evitáveis} \\ \text{essenciais} \end{cases}$

b) 2ª espécie

1ª espécie: qdo existem os limites laterais na descontinuidade

Qdo os lim laterais coincidem → descontinuid evitável

2ª espécie : qdo pelo menos 1 dos limites laterais deixa de existir

DESCONTINUIDADES DE 1ª ESPÉCIE

$\boxed{Ex1}$ $y = \dfrac{x^2-4}{x-2}$

$y_{(x=2)} = \dfrac{0}{0}$ → como ñ existe $f(a)$, há uma descontinudd desta função

$y = \dfrac{(x+2)(x-2)}{(x-2)}$ (ñ pode simplificar pdo $x \neq 2$)

$y_{x \neq 2} = x+2$

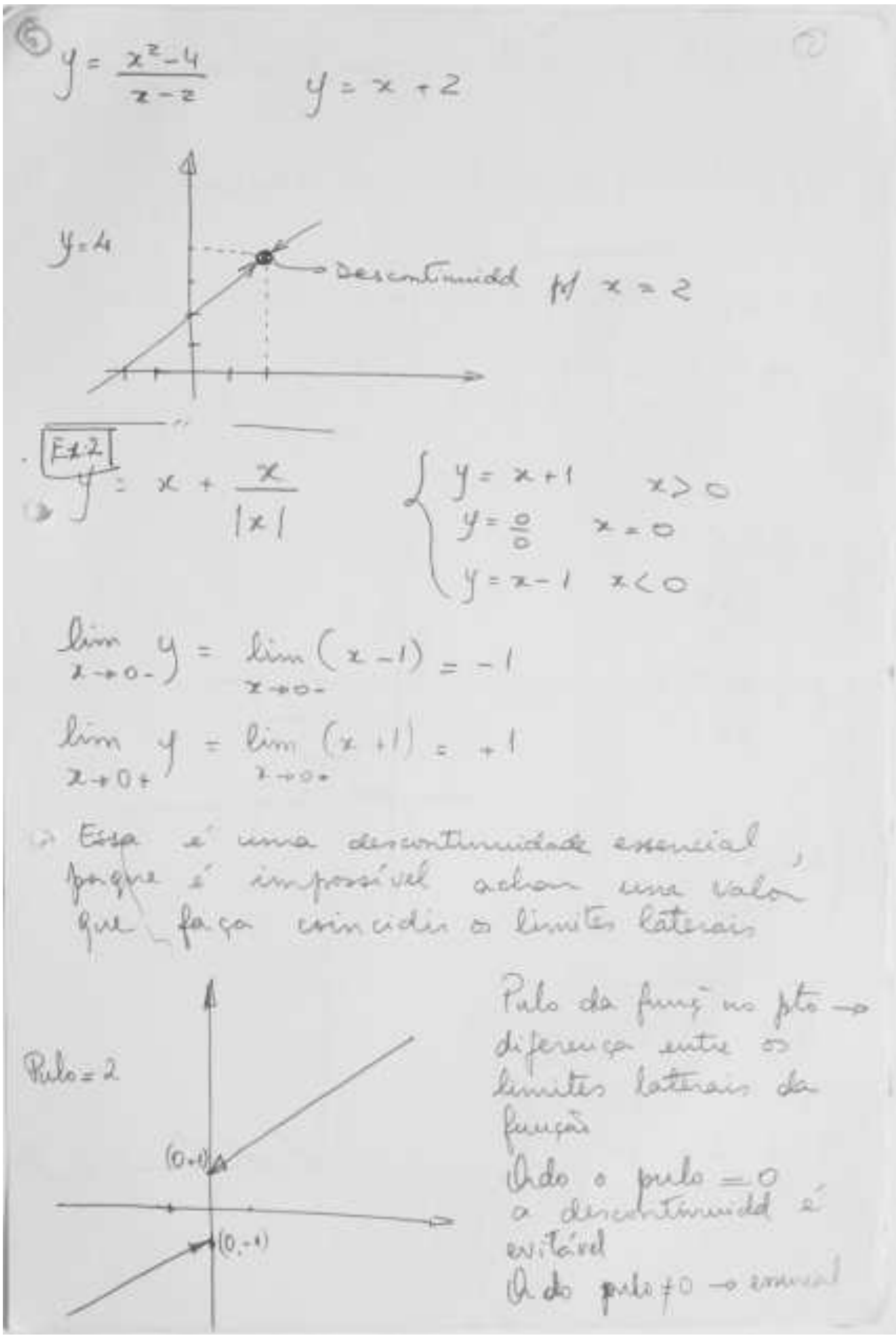
$$\begin{cases} x = 2-h \qquad y_{x=2-h} = 2-h+2 = 4-h \\ \lim\limits_{x \to 2^-} y = \lim\limits_{h \to 0} (4-h) = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2+h \qquad y_{x=2+h} = 2+h+2 = 4+h \\ \lim\limits_{x \to 2^+} y = \lim\limits_{h \to 0} 4+h = 4 \end{cases}$$

É uma descontinuidade evitável porque os limites laterais existem e coincidem

$$f(x) \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & x \neq 2 \\ 4 \to x = 2 \end{cases}$$

Função torna-se contínua desta forma — evitável pq o 4 é arbitrário mas preenche as necessidds de continuidd da funç



⑤ $y = \frac{x^2-4}{x-2}$ $\qquad y = x+2$

$y = 4$

→ Descontinuidd p/ $x = 2$

Ex 2

$y = x + \frac{x}{|x|}$

$$\begin{cases} y = x+1 & x > 0 \\ y = \frac{0}{0} & x = 0 \\ y = x-1 & x < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 0-} y = \lim_{x \to 0-} (x-1) = -1$$

$$\lim_{x \to 0+} y = \lim_{x \to 0+} (x+1) = +1$$

→ Essa é uma descontinuidade essencial, porque é impossível achar um valor que faça coincidir os limites laterais

Pulo = 2

(0,+1)

(0,-1)

Pulo da funç no pto → diferença entre os limites laterais da função

Qdo o pulo = 0 a descontinuidd é evitável

Qdo pulo ≠ 0 → essencial

$|f(a+0) - f(a-0)| = 0 \longrightarrow$ evitável

$|f(a+0) - f(a-0)| \neq 0 \longrightarrow$ essencial

—— // ——

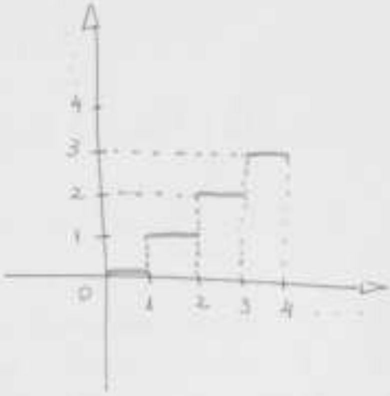
$y = E(x) \longrightarrow$ y é a parte inteira de x

Ex: $\left.\begin{matrix} x = 0,8 \\ x = 0,7 \\ x = 0,3 \end{matrix}\right\} y = 0$ $\left.\begin{matrix} x = 1,1 \\ x = 1,3 \\ x = 1,8 \end{matrix}\right\} y = 1$

$\begin{cases} 0 \leqslant x < 1 \\ y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 1 \leqslant x < 2 \\ y = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 2 \leqslant x < 3 \\ y = 2 \end{cases}$



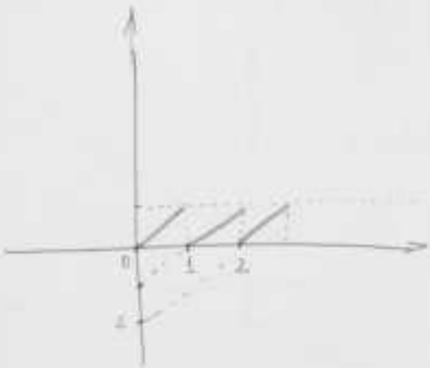
—— // ——

$y = x - E(x)$

$0 \leqslant x < 1 \rightarrow y = x$

$1 \leqslant x < 2 \rightarrow y = x - 1$

$2 \leqslant x < 3 \rightarrow y = x - 2$



(6)

$$\begin{cases} y_{x=2} = x - E(x) = x - 2 = 0 \\ \lim\limits_{x \to 2+} y = \lim\limits_{x \to 2+} (x-2) = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 2-} y = \lim_{x \to 2-} (x-1) = 1$$

O lim da funç coincide c/ o valor da funç no pto $x = 2$ pelo $x \to 2+$

A função é contínua à direita ∴

Funç à esquerda é descontínua

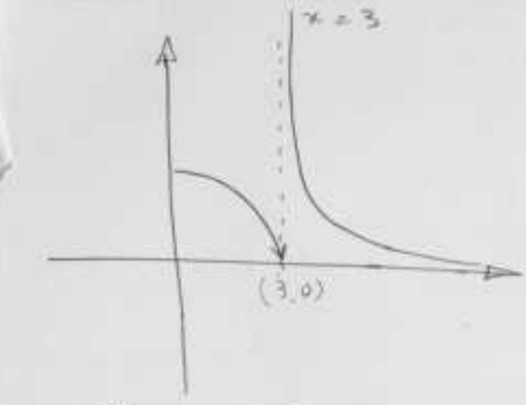
$$y = 2^{\frac{1}{x-3}}$$

$$y_{x=3} = 2^{\frac{1}{0}}$$

$$\lim_{x \to 3-} y = \lim_{h \to 0} 2^{\frac{1}{3-h-3}} = \lim_{h \to 0} 2^{\frac{1}{-h}} = 2^{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x \to 3+} y = \infty$$

Descontinuidd essencial c/ pulo infinito

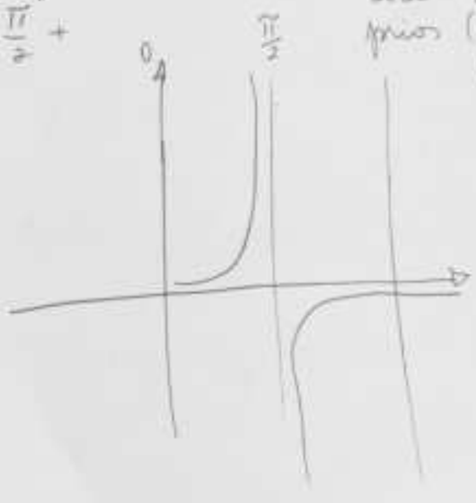


$y = tg\,x \qquad y_{x=\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{0}$

$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} tg\,x = +\infty$

$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} tg\,x = -\infty$

Descontinuidd de 1ª espécie c/ tendência a ptos impróprios (infinito considerado como ponto impróprio)



41

$$y = \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\lim_{x \to 1^+} y = +\infty$$

$$\lim_{x \to 1^-} y = +\infty$$

— " —

DESCONTINUIDADES DE 2ª ESPÉCIE

Ex $y = \text{sen}\,\frac{1}{x}$

$$y_{x=0} = \text{sen}\,\frac{1}{0}$$

$$\lim_{x \to 0^-} y = \lim_{x \to 0^-} \text{sen}\,\frac{1}{x} = \text{sen}(-\infty)$$

$\boxed{\text{ñ existe limite}}$

$$\lim_{x \to 0^+} y = \lim_{x \to 0^+} \text{sen}\,\frac{1}{x} = \text{sen}(+\infty)$$

Uma função é contínua num intervalo quando é contínua em cada ponto do intervalo.

PROPRIEDDS DAS FUNÇ'S CONTÍNUAS

1) A soma, a ≠ça, o produto e a potência de funções contínuas num ponto são funções contínuas nesse ponto

2) O quociente de 2 funções contínuas num ponto é uma funç contínua nesse pto qdo o denominador não se anula

3) A raiz de 1 função contínua num pto é uma funç contínua neste pto qdo a raiz existe.

8

Conceito da derivada

1

Derivada de uma função num ponto → Consideremos a função $y = f(x)$ definida e contínua num certo intervalo.

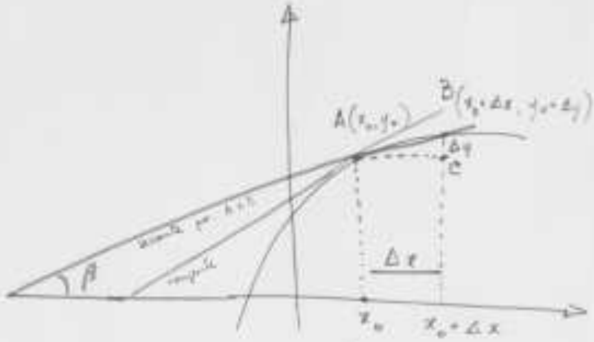
$y = f(x)$

x_0

$y_0 = f(x_0)$

Δx

$x = x_0 + \Delta x$



$y_0 + \Delta y = f(x_0 + \Delta x)$

$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$

Razão incremental ou razão dos acréscimos } → o quociente do acréscimo da variável dependente pelo acréscimo da variável independente

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

$\overline{BC} = \overline{AC}\ \mathrm{tg}\,\beta$

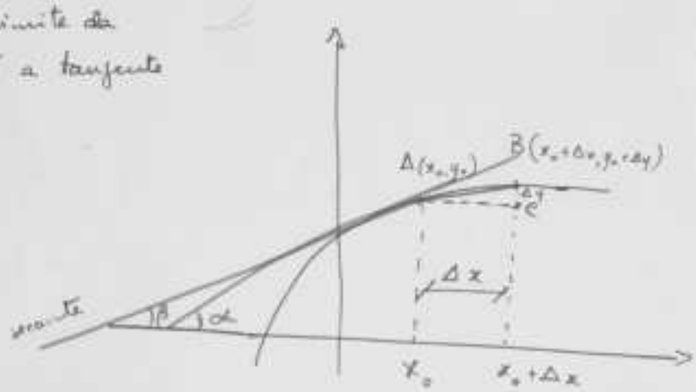
$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \mathrm{tg}\,\beta$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \mathrm{tg}\,\beta$$

DERIVADA → chamamos de derivada de uma função num ponto ao limite da razão incremental quando o acréscimo da variável independente no ponto considerado tende a zero.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} = y' = f'(x_0) = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=x_0}$$

A posiç. limite da secante é a tangente



$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\,\alpha$$

Geometricam/ a derivada de uma função num ponto é o coeficiente angular da tangente geométrica à curva no ponto considerado.

②

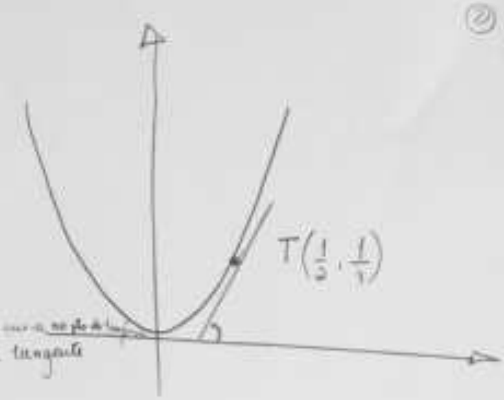
$y = x^2$

$x = \frac{1}{2}$

coef. ang. coef. linear

$y = ax + b$

$T\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$



Os valores das ordenadas [illegible]
devem preencher a eq. da reta tangente

$\therefore \frac{1}{4} = \frac{a}{2} + b$

No ponto T $\longrightarrow$ $x^2 = ax + b$

$x^2 - ax - b = 0$

$\Delta = 0$ para que a reta seja tangente e só exista 1 ponto em comum ~~[illegible]~~ entre a reta e a parábola

$a^2 + 4b = 0$

$4b = -a^2$

$b = -\frac{a^2}{4}$

$\frac{1}{4} = \frac{a}{2} - \frac{a^2}{4}$

$1 = 2a - a^2 \therefore a^2 - 2a + 1 = 0 \therefore (a-1)^2 = 0$

$\boxed{a = 1}$

O coeficiente angular da curva no ponto $x = \frac{1}{2}$ é $\underline{1}$.

$\boxed{y = x^2}$ $y' = 2x$

$y'_{x=\frac{1}{2}} = 1$

$y = x^2$

$y + \Delta y = (x + \Delta x)^2$

$y + \Delta y = x^2 + 2x\Delta x + \overline{\Delta x}^2$

$\Delta y = 2x\Delta x + \overline{\Delta x}^2$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x + \Delta x$

$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x$

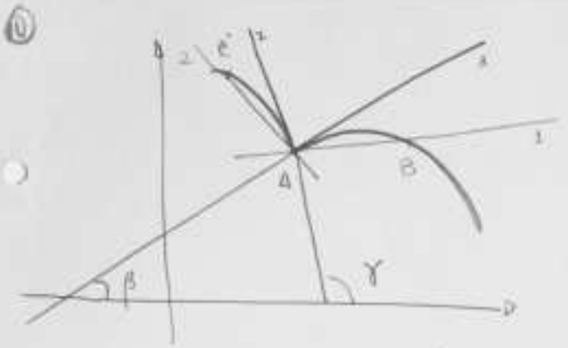
Condição $\boxed{\text{necessária}}$ de derivabilidade → é que a função seja contínua no ponto considerado.

ESTA CONDIÇÃO É NECESSÁRIA MAS NÃO SUFICIENTE

Ex:

O coeficiente angular desta reta ñ tem derivada pque ela faz um ang de 90° c/o eixo do x.

3



Dependendo do ponto considerado em relação a A, o ponto tem 2 derivadas.

<u>DERIVADAS LATERAIS</u> → Consideremos $y=f(x)$ definida e contínua num certo intervalo e seja x_0 um pto do intervalo.

Chamamos de DERIVADA À ESQUERDA do pto $x = x_0$ ao $\displaystyle\lim_{\substack{-h\to 0\\ h>0}} \frac{f(x_0-h)-f(x_0)}{-h} =$

$= f'(x_0-0)$

Chamamos DERIVADA À DIREITA do pto $x=x_0$ $\displaystyle\lim_{+h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{+h} = f'(x_0+0)$

$f'(x_0-0) = f'(x_0+0) = f'(x_0)$ → tangente única

Conceito cinemático da derivada

$$e = f(t)$$

f é uma lei física

$$e + \Delta e = f(t + \Delta t)$$

f de 1º grau: MRU
2º " MRUV

$$\Delta e = f(t + \Delta t) - f(t)$$

$$v_m = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta e}{\Delta t}$$

$$e = \cancel{e_0} + \cancel{v_0 t} + \cancel{\tfrac{1}{2} a t^2}$$

$$e + \Delta e = e_0 + v_0 (t + \Delta t) + \frac{1}{2} a (t + \Delta t)^2$$

$$e + \Delta e = e_0 + v_0 t + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (t^2 + 2 t \Delta t + \overline{\Delta t}^2)$$

$$e + \Delta e = \cancel{e_0} + \cancel{v_0 t} + v_0 \Delta t + \cancel{\tfrac{1}{2} a t^2} + a t \Delta t + \frac{1}{2} a \overline{\Delta t}^2$$

$$\Delta e = v_0 \Delta t + a t \Delta t + \frac{1}{2} a \overline{\Delta t}^2$$

$$v_m = \frac{\Delta e}{\Delta t} = v_0 + a t + \frac{1}{2} a \Delta t$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta e}{\Delta t} = v_0 + a t$$

(11)

Matemática

(1) $y = x^m$ (Função potência)

$$y + \Delta y = (x + \Delta x)^m$$

$$\Delta y = (x + \Delta x)^m - x^m$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x + \Delta x)^m - x^m}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x + \Delta x)^m - x^m}{\Delta x} =$$

$$(x + \Delta x)^m = x^m + m x^{m-1} \Delta x + \frac{m(m-1)}{2!} x^{m-2} \Delta x^2 + \ldots\ldots + \Delta x^m$$

$$(x + \Delta x)^m - x^m = m x^{m-1} \Delta x + \frac{m(m-1)}{2!} x^{m-2} \Delta x^2 + \ldots + \Delta x^m$$

$$\frac{(x + \Delta x)^m}{\Delta x} = m x^{m-1} + \underbrace{\frac{m(m-1)}{2!} x^{m-2} \Delta x}_{0} + \underbrace{\ldots + \Delta x^{m-1}}_{0}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x + \Delta x)^m - x^m}{\Delta x} = m x^{m-1}$$

$$\boxed{y = x^m \longrightarrow y' = m x^{m-1}}$$

Ex: $\begin{cases} y = x^3 \\ y' = 3x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2 \\ y' = 2x \end{cases}$

$\begin{cases} y = x \\ y' = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} y = x^8 \\ y' = 8x^7 \end{cases}$

② $y = a^x$ (Função exponencial)

$$y + \Delta y = a^{x+\Delta x}$$

$$\Delta y = a^{x+\Delta x} - a^x$$

$$\Delta y = a^x \cdot a^{\Delta x} - a^x$$

$$\Delta y = a^x (a^{\Delta x} - 1)$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a^x (a^{\Delta x} - 1)}{\Delta x} \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = a^x \cdot \frac{a^{\Delta x} - 1}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} a^x \times \frac{a^{\Delta x} - 1}{\Delta x} = a^x \cdot \frac{\cancel{\Delta x} \, L a}{\cancel{\Delta x}} = a^x L a$$

$$\boxed{\begin{aligned} y &= a^x \\ y' &= a^x L a \end{aligned}}$$

Ex. $y = 2^x \quad y' = 2^x L 2$

$y = 5^x \quad y' = 5^x L 5$

Caso especial

É o único caso em que a derivada da função é a própria função $\left\{ \begin{aligned} y &= e^x \quad \therefore y' = e^x L e \\ y' &= e^x \end{aligned} \right.$

12 3

$$y = \text{sen}\, x$$

$$y + \Delta y = \text{sen}\,(x + \Delta x)$$

$$\Delta y = \text{sen}\,(\underbrace{x + \Delta x}_{p}) - \text{sen}\, x$$

$$\Delta y = 2\,\text{sen}\, \frac{\Delta x}{2} \cos \frac{2x + \Delta x}{2}$$

$$\text{sen}\, p - \text{sen}\, q = 2\,\text{sen}\, \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

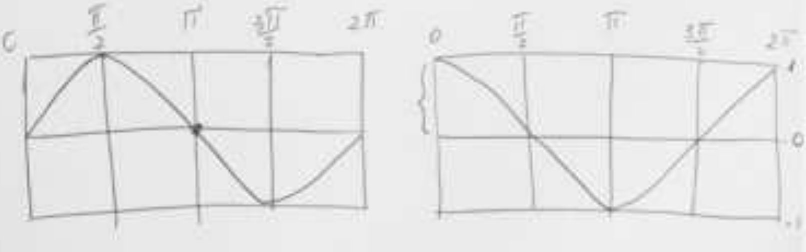
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2\,\text{sen}\, \frac{\Delta x}{2} \cos \frac{2x + \Delta x}{2}}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2\,\text{sen}\, \frac{\Delta x}{2} \cos \frac{2x + \Delta x}{2}}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{2}\, \frac{\cancel{\Delta x}}{\cancel{2}} \cos \frac{2x + \Delta x \to 0}{2}}{\cancel{\Delta x}} =$$

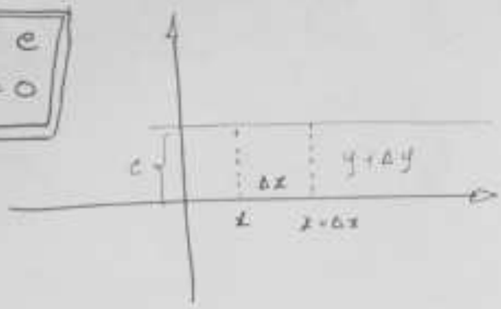
$$= \lim_{\Delta x \to 0} \cos \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \lim_{\Delta x \to 0} \cos x = \cos x$$

$$\boxed{\begin{aligned} y &= \text{sen}\, x \\ y' &= \cos x \end{aligned}}$$



PRINCÍPIO DA DERIVADA DA CONSTANTE

$$\boxed{\begin{array}{l} y = c \\ y' = 0 \end{array}}$$



$y = c$

$y + \Delta y = c$

$\Delta y = 0$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0}{\Delta x} \qquad \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim \frac{0}{\Delta x} = 0$$

A derivada de toda e qualquer constante é zero ⟶ a tangente de uma reta é coincidente com ela

Ex: $\begin{cases} y = \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \\ y' = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = \log 3 \\ y' = 0 \end{cases}$

PRINCÍPIO DA DERIVADA DA SOMA

$$\boxed{\begin{array}{l} y = u + v - t \\ y' = u' + v' - t' \end{array}}$$

$\begin{cases} u = f(x) \\ v = \varphi(x) \\ t = ?(x) \end{cases}$ Ex: $y = x^2 + \operatorname{sen} x + 7^x$

$$x \to \Delta x \begin{Bmatrix} u \to \Delta u \\ v \to \Delta v \\ t \to \Delta t \end{Bmatrix} y \to \Delta y$$

$$y + \Delta y = u + \Delta u + v + \Delta v - (t + \Delta t)$$

$$\Delta y = \Delta u + \Delta v - \Delta t$$

(13)

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta u}{\Delta x} + \frac{\Delta v}{\Delta x} - \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta x} - \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

$$y' = u' + v' - t'$$

$\boxed{\text{(Parte) A derivada de uma soma é a soma das derivadas das parcelas}}$

Ex: $y = x^4 + \operatorname{sen} x - 7^x$ | $y = x^3 + x^2 - x + 50$

$y' = 4x^3 + \cos x - 7^x L 7$ | $y' = 3x^2 + 2x - 1$

PRINCÍPIO DA DERIVADA DO PRODUTO

$y = u \cdot v$

$y + \Delta y = (u + \Delta u)(v + \Delta v)$

$\begin{cases} u = f(x) \\ v = \varphi(x) \end{cases}$

$x \to \Delta x \begin{cases} u \to \Delta u \\ v \to \Delta v \end{cases} \to y \to \Delta y$

$y + \Delta y = uv +$
$\quad + \Delta u v + u \Delta v + \Delta u \Delta v$

$$\Delta y = \Delta u \cdot v + u \Delta v + \Delta u \Delta v$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta u \cdot v}{\Delta x} + u \frac{\Delta v}{\Delta x} + \frac{\Delta u}{\Delta x} \Delta v$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \cdot v + u \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \Delta v$$

$$y' = u'v + uv' + u' \times 0$$ → ñ há derivada pq ñ há razão incremental

A derivada de um produto é a soma dos produtos de cada têrmo pela derivada do outro

$$\boxed{\begin{aligned} y &= u \cdot v \\ y' &= u'v + v'u \end{aligned}}$$

Ex. $y = (x^2 - 9)(x^3 + x - 5)$

$y' = 2x(x^3 + x - 5) + (x^2 - 9)(3x^2 + 1)$

<u>Caso particular</u>

$y = c\,v$

$y' = 0 \times v + v' \cdot c$

$y' = c\,v'$

$c \to$ cte

$v \to$ variável

Ex. $\begin{cases} y = 3x^2 \\ y' = 6x \end{cases}$

$\begin{cases} y = 7x^3 \\ y' = 21x^2 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 4x^3 - 7x^2 + 8x + 5 \\ y' = 12x^2 - 14x + 8 \end{cases}$

$y = \dfrac{x^3}{4} \to$ é 1 produto

$y = \dfrac{4}{x^3} \to$ é 1 quociente (depende da natureza do denominador, que deve ser 1 variável)

$\begin{cases} y = \dfrac{x^3}{4} \\ y' = \dfrac{3x^2}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} y = \dfrac{x^5}{5} \\ y' = x^4 \end{cases}$

$y = 4 + 5x + \frac{5}{2}x^2$

$e = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$\to y' = 0 + 5 + 5x$

$\to v = 0 + v_0 + at$

$\begin{cases} y = \dfrac{\operatorname{sen} x}{3} \\ y' = \dfrac{\cos x}{3} \end{cases}$

(14)

$y = u \cdot v \cdot t$

$y = (u v)\, t$

$y' = (uv)'t + t'(uv)$

$y' = u'vt + uv't + t'uv$

$$\boxed{\begin{aligned} y &= uvt \\ y' &= u'vt + v'ut + t'uv \end{aligned}}$$

Ex. $y = x^3(x^2+5)\,\text{sen}\,x$

$y = (x^5 + 5x^3)\,\text{sen}\,x$

Ex. $y = x^3\,\text{sen}\,x\,7^x$

$y = 3x^2\,\text{sen}\,x\,7^x + x^3\cos x\,7^x + x^3\,\text{sen}\,x\,7^x \ln 7$

$$\boxed{\begin{aligned} y &= u v t \ldots w \\ y' &= u'vt \ldots w + uv't \ldots w + uvt' \ldots w + uvt \ldots w' \end{aligned}}$$

Desenvolvimento da função quociente

$\begin{cases} y = uv \\ y' = u'v + uv' \end{cases}$

$y = \dfrac{u}{v}$

$u = y \times v$

$u' = y'v + yv'$

$u' = y'v + \dfrac{u}{v}\, v'$

$u' - \dfrac{u}{v}\, v' = y'v$

$\dfrac{u'v - uv'}{v} = y'v$

$$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} y &= \frac{u}{v} \\ y' &= \frac{u'v - uv'}{v^2} \end{aligned}}$$

A derivada de um quociente é o quociente da diferença [entre o produto da derivada do numerador e denominador e o produto do numerador pela derivada do denominador] pelo quadrado do denominador.

Ex: $\begin{cases} y = \dfrac{x^2 - 1}{3x} \\ y' = \dfrac{2x \times 3x - (x^2-1)3}{9x^2} = \dfrac{6x^2 - 3x^2 + 3}{9x^2} = \dfrac{3x^2+3}{9x^2} = \dfrac{x^2+1}{3x^2} \\ y' = \dfrac{x^2+1}{3x^2} \end{cases}$

<u>Caso particular</u>

$$y = \frac{c}{v}$$

$$y' = \frac{0 . v - c . v'}{v^2}$$

$$y' = -\frac{c\,v'}{v^2}$$

Ex $\begin{cases} y = \dfrac{3}{x^4} \\ y' = \dfrac{-12x^3}{x^8} \\ y' = -\dfrac{12}{x^5} \end{cases}$ $\begin{cases} y = \dfrac{1}{x} \\ y' = -\dfrac{1}{x^2} \end{cases}$

$\begin{cases} y = \dfrac{1}{x^m} \\ y' = -\dfrac{mx^{m-1}}{x^{2m}} = -mx^{-m-1} \end{cases}$ $\begin{cases} y = \dfrac{2}{x^4} \\ y' = -\dfrac{8}{x^5} \end{cases}$

(15) FUNÇÃO DE FUNÇÃO $\longrightarrow$ tôda vez que uma variável depende de outra através de uma, duas ou mais variáveis intermediárias, dizemos que a 1ª é função de função da última.

$y = \text{sen}^3 x \qquad u = \text{sen}\, x$

$y = u^3$ (variável intermediária)

$f_1(x) = \text{sen}\, x$

$f_2(u) = u^3$

$y = f_2\{f_1(x)\}$

$f_1(x) = x^2 + 3$

$f_2(x) = \sqrt{x}$

$f_2[f_1(x)] = \sqrt{x^2+3}$

$f_2(x) = \sqrt{x}$

$f_2(5) = \sqrt{5}$

Ex: $f_1[f_2(x)] = (\sqrt{x})^2 + 3 = x + 3$ $(x \geq 0)$ (campo de definição é uma reta)

isso é diferente de $y = x + 3$ que representa uma reta que vai de $+\infty$ a $-\infty$

PRINCÍPIO DA DERIVADA DAS FUNÇÕES DE FUNÇÕES

$y = f_1(u) \qquad u = f_2(x)$

$\dfrac{\Delta y}{\Delta u} \qquad \dfrac{\Delta u}{\Delta x}$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \equiv \frac{\Delta y}{\Delta u} \times \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta u \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta u} \times \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

$$\boxed{y'_x = y'_u \times u'_x}$$

Ex: $y = sen^3 x$ $u = sen\, x$
$u'_x = \cos x$

$y = u^3$

$y'_x = 3u^2 \times u'_x$

$y'_x = 3 sen^2 x \times \cos x$

Ex: $y = (x^2 - 3x + 5)^4$ $x^2 - 3x + 5 = u$
$u'_x = 2x - 3$

$y = u^4$

$y'_x = 4u^3 \times u'_x$

$y'_x = 4(x^2 - 3x + 5)^3 \times (2x - 3)$

Ex de generalização

$y = f_1(u)$ $u = f_2(v)$ $v = f_3(t)$ $t = f_4(x)$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta u} \times \frac{\Delta u}{\Delta v} \times \frac{\Delta v}{\Delta t} \times \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

$$\boxed{y'_x = y'_u \times u'_v \times v'_t \times t'_x}$$

Ex: $y = sen^3(x^2 - 2x + 5)$ $v = x^2 - 2x + 5$
$u = sen\, v$

$y = sen^3 v$

$y = u^3$

$$\boxed{y'_x = y'_u \times u'_v \times v'_x}$$

$y'_x = 3u^2 \times \cos v \times (2x - 2)$

16

$$y'_x = 3\,\text{sen}^2(x^2 - 2x + 5)\cos(x^2 - 2x + 5) \times (2x - 2)$$

ORDEM: EXPONENCIAL → POTÊNCIA → SENO → PRODUTO → SOMA

$$\begin{cases} y = \text{sen}^3 x \\ y' = 3\,\text{sen}^2 x \cdot \cos x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = (x^2 - 3x + 5)^4 \\ y' = 4(x^2 - 3x + 5)(2x - 3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \text{sen}^3(x^2 - 2x + 5) \\ y' = 3\,\text{sen}^2(x^2 - 2x + 5) \cdot \cos(x^2 - 2x + 5) \cdot (2x - 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \text{sen}\, 5x \\ y' = \cos 5x \cdot 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = e^x \\ y' = e^x \end{cases} \qquad \begin{cases} y = e^{5x} \\ y' = e^{5x} \cdot 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = e^{\text{sen}\, x} \\ y' = e^{\text{sen}\, x} \cdot \cos x \end{cases} \qquad \begin{cases} y = e^{\text{sen}^4 x} \\ y' = e^{\text{sen}^4 x} \cdot 4\,\text{sen}^3 x \cdot \cos x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = e^{\text{sen}^4(x^2 - 3x + 8)} \\ y' = e^{\text{sen}^4(x^2 - 3x + 8)} \cdot 4\,\text{sen}^3(x^2 - 3x + 8) \cdot \cos(x^2 - 3x + 8) \cdot (2x - 3) \end{cases}$$

y	y'
$\operatorname{sen} x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\operatorname{sen} x$
$\operatorname{tg} x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\operatorname{cossec}^2 x$
$\sec x$	$\sec x . \operatorname{tg} x$
$\operatorname{cossec} x$	$-\operatorname{cossec} x . \cot x$

$$\begin{cases} y = \cos x \\ y = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \\ y' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) x (-1) \end{cases} \quad y' = -\operatorname{sen} x$$

$$\begin{cases} y = \operatorname{tg} x \\ y = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \\ y' = \frac{\cos x . \cos x - (-\operatorname{sen} x)(\operatorname{sen}^2 x)}{\cos^2 x} \\ y' = \frac{1}{\cos^2 x} \quad \therefore y' = \sec^2 x \end{cases}$$

(17)

$$\begin{cases} y = \cot x \\ y = tg\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \\ y' = \sec^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot -1 \\ y' = -\operatorname{cossec}^2 x \end{cases}$$

$\cot x = \dfrac{\cos x}{\operatorname{sen} x}$ ou $\cot x = \dfrac{1}{tg\, x}$ ou $\cot x = tg^{-1} x$

Todos os caminhos levam a Roma

$$\begin{cases} y = \sec x \\ y = \dfrac{1}{\cos x} \\ y' = -\dfrac{-\operatorname{sen} x}{\cos^2 x} \\ y' = \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos^2 x} = \dfrac{1}{\cos x} \cdot \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \\ y' = \sec x \cdot tg\, x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \operatorname{cossec} x \\ y = \sec\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \\ y' = \sec\left(\frac{\pi}{2} - x\right) tg\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot -1 \\ y' = -\operatorname{cossec} x \cdot \cot x \end{cases}$$

Ex:
$$\begin{cases} y = tg\, \dfrac{1+x}{1-x} \\ y' = \sec^2 \dfrac{1+x}{1-x} \cdot \dfrac{1(1-\cancel{x}) - (-1)(1+\cancel{x})}{(1-x)^2} \\ y' = \dfrac{2}{(1-x)^2} \cdot \sec^2 \dfrac{1+x}{1-x} \end{cases}$$

Ex: $\begin{cases} y = \cos 8x \\ y' = -\operatorname{sen} 8x \cdot 8 \end{cases}$

Ex: $\begin{cases} y = \sec \frac{1}{x} \\ y' = \sec\left(\frac{1}{x}\right) \cdot tg\left(\frac{1}{x}\right) \cdot \frac{-1 \cdot 1}{x^2} \\ y' = -\frac{1}{x^2} \cdot \sec \frac{1}{x} \cdot tg \frac{1}{x} \end{cases}$

Ex: $\begin{cases} y = \operatorname{sen} (\cos x) \\ y' = \cos (\cos x) \cdot -\operatorname{sen} x \end{cases}$

Ex: $\begin{cases} y = tg^3 (2x-5) \\ y' = 3\, tg^2 (2x-5) \cdot \sec^2 (2x-5) \cdot 2 \therefore y' = 6\, tg^2 (2x-5) \cdot \sec^2 (2x- \end{cases}$

(8) FUNÇÕES INVERSAS → são as funções em que o domínio da 1ª se torna o contradomínio da outra e vice-versa.

Ex: $y = x^3$

x	y
2	8
−2	−8
−3	−27

$x = \sqrt[3]{y}$

y	x
8	2
−8	−2
−27	−3

Uma função só admite função inversa se a correspondência fôr 1 a 1.

Ex: $y = x^2$ $\quad x = \pm\sqrt{y}$

não é função, é uma relação

x	y
1	1
−1	1

Pode-se tornar 1 função biunívoca, restringindo o campo de definição.

Ex: $y = x^2 \quad 0 \leq x < +\infty \quad x = +\sqrt{y}$

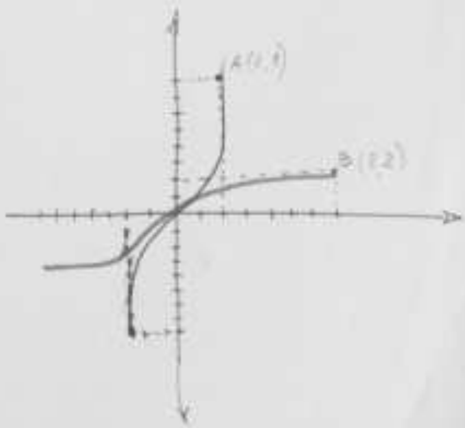
Só as funções biunívocas admitem função inversa.

$y = x^3 \longleftrightarrow x = \sqrt[3]{y}$

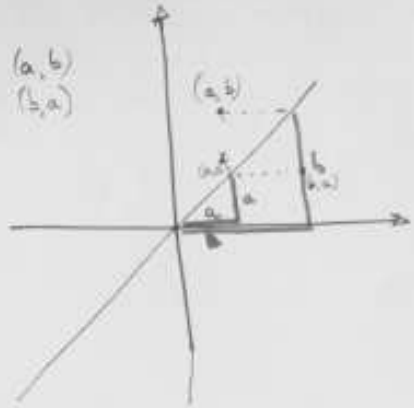
x	y
2	8
−2	−8

$y = \sqrt[3]{x}$

x	y
8	2
−8	−2
−27	−3

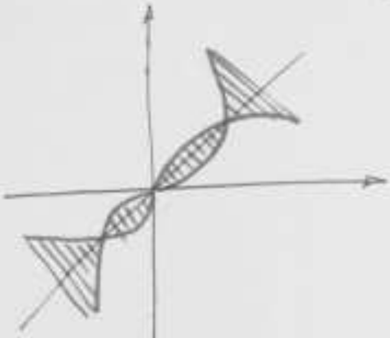


$y = x$



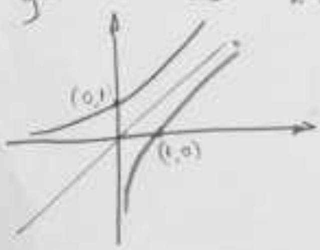
Tôda vez que se transforma uma função biunívoca em uma função inversa, seus pontos se dispõem simétricas em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares $(y = x)$

$y = x^2 \quad 0 \leqslant x \leqslant \infty \quad x = +\sqrt{y}$

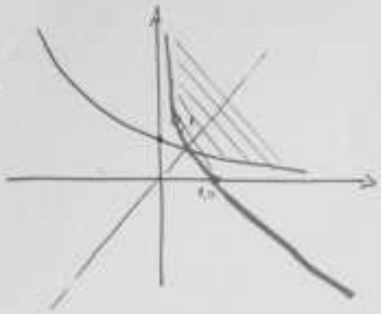


$x = -\sqrt{y}$

$y = b^x \quad b > 1 \quad x = \log_b y \quad y = \log_b x$



(19) $y = b^x \quad 0 < b < 1 \quad y = \log_b x$



PRINCÍPIO DA DERIVADA DAS FUNÇÕES INVERSAS

$y = f(x) \qquad x = f^{-1}(y)$

$x \to \Delta x \qquad y \to \Delta y$

$y \to \Delta y \qquad x \to \Delta x$

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x} \qquad \dfrac{\Delta x}{\Delta y}$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{\frac{\Delta x}{\Delta y}}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\frac{\Delta x}{\Delta y}}$$

$$\boxed{y'_x = \frac{1}{x'_y}}$$

Se duas funções são inversas as suas derivadas são aritméticas inversas

Ex. $y = 2x - 1$

$y' = 2$

$2x = y + 1$

$x = \frac{y}{2} + \frac{1}{2}$

$y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$

$y' = \frac{1}{2}$

$\boxed{Ex.}$ $y = \sqrt[m]{x} \longrightarrow y' = \frac{1}{m\sqrt[m]{x^{m-1}}}$

$x = y^m$

$x'_y = m\,y^{m-1}$

$y'_x = \frac{1}{m\boxed{y}^{m-1}} \quad \therefore \quad y'_x = \frac{1}{m\sqrt[m]{x^{m-1}}}$

Ex. $\begin{cases} y = \sqrt[3]{x} \\ y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \end{cases}$ $\quad \begin{cases} y = \sqrt[5]{x} \\ y' = \frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}} \end{cases}$ $\quad \begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{cases}$

$\begin{cases} y = \sqrt{\operatorname{sen} x} \\ y' = \frac{1}{2\sqrt{\operatorname{sen} x}} \cdot \cos x \end{cases}$ $\quad \begin{cases} y = \sqrt{x^2+1} \\ y' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} \end{cases}$

$\begin{cases} y = \sqrt{x^2-4x+3} \\ y' = \frac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x+3}} \end{cases}$

(20)

$$\begin{cases} y = \sqrt[m]{x} \\ y = x^{\frac{1}{m}} \\ y' = \dfrac{1}{m} x^{\frac{1}{m}-1} = \dfrac{1}{m} x^{-\frac{1-m}{m}} = \dfrac{1}{m\, x^{\frac{m-1}{m}}} = \dfrac{1}{m \sqrt[m]{x^{m-1}}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^{\frac{1}{3}} \\ y' = \dfrac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \dfrac{1}{3\, x^{\frac{2}{3}}} = \dfrac{1}{3 \sqrt[3]{x^2}} \end{cases}$$

DERIVADA DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA

$$y = \log_a x$$

$$x = a^y$$

$$x'_y = a^y \, La$$

$$y'_x = \frac{1}{a^y \, La} \quad \therefore \quad \boxed{y'_x = \frac{1}{x \, La}}$$

$$\begin{cases} y = Lx \\ y'_x = \dfrac{1}{x \, Le} \quad \therefore \quad y'_x = \dfrac{1}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \log \operatorname{sen} x \\ y' = \dfrac{\cos x}{\operatorname{sen} x} \quad \therefore \quad y' = \cot x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = L\left(x + \sqrt{x^2+4}\right) \\ y' = \dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+4}} \times \left(1 + \dfrac{1 \cdot \cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+4}}\right) \therefore y' = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = L\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}} \\ y' = \sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}} \times \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}} \times \dfrac{-1(1+x)-1(1-x)}{(1+x)^2} \\ y' = \dfrac{1}{\cancel{2}} \cdot \dfrac{\cancel{1+x}}{1-x} \times \dfrac{-\cancel{2}}{\cancel{(1+x)^2}_{(1+x)}} \quad \therefore \quad y' = \dfrac{1}{x^2-1} \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} y = L\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}} \quad \therefore \quad y = \dfrac{1}{2}\left[L(1-x) - L(1+x)\right] \\ y' = \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{-1}{1-x} - \dfrac{1}{1+x}\right] \therefore y' = \dfrac{1}{\cancel{2}} \cdot \dfrac{\cancel{2}}{x^2-1} \end{cases}$$

DERIVADAS SUCESSIVAS

$y = f(x)$

$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx}$

pode ser: funçaõ ou constante
logo, admite derivada
(derivada 2ª da funçaõ)

$y'' = f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2}$

$y''' = f'''(x) = \frac{d^3y}{dx^3}$

$\vdots$

$y^{[n]} = f^{[n]}(x) = \frac{d^ny}{dx^n}$

Função dessas derivadas: a derivada 2ª representa o coeficiente angular das suas tangentes para qualquer valor de x

$e = e_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$\frac{de}{dt} = v = v_0 + at$ coef. ang. da parábola

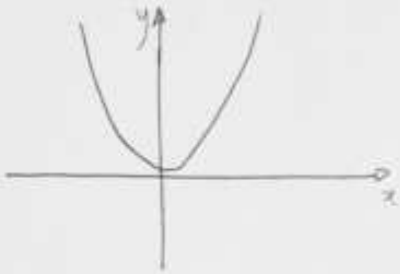
$\frac{d^2e}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = a$ coef ang da reta

$\frac{d^3e}{dt^3} = 0 \longrightarrow y = a$, é paralela ao eixo dos x.

(21) A derivada qualquer está para a anter
o que a derivada 1ª está para a funçã

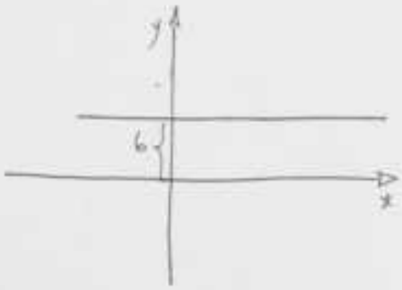
$y = x^3$

$y' = 3x^2$

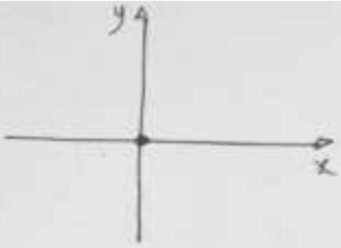


$y'' = 3x$

$y''' = 6$



$$y'''' = 0$$



Movimento harmônico

$$e = a \cos(wt + \varphi)$$

$$v = -a w \operatorname{sen}(wt + \varphi)$$ derivada 1ª

$$j = -a w^2 \cos(wt + \varphi)$$ derivada 2ª (em mecânica é a aceleraç do mov.)

Estudo da variação das funções

$\boxed{\text{1º teorema}}$: Em todo ponto em que uma função cresce, a derivada 1ª da função é positiva ou nula. (cuja ajuda → ⊕)

$$y = x^3$$

← p/ qq valor de x, y é positivo

$$y' = 3x^2$$

para $x = 0$, derivada 1ª é nula

(22) $y = \sqrt[3]{x}$

funç inversa,
gráfico simétrico

$y' = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ → derivada + salvo p/ $x = 0$

$\boxed{2^\circ \text{ teorema}}$ Em todo ponto em que uma funç ~~derivada~~ decresce, a derivada 1ª, caso existe é negativa ou nula.

$y = -x^3$

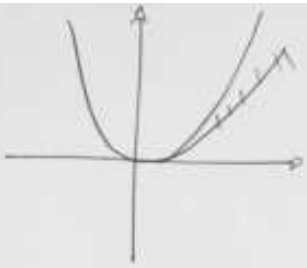
$y' = -3x^2$ Essa qtdd ñ pode ser positiva (angs obtusos)

p/ $x = 0$, a derivada 1ª é $= 0$

$y = -\sqrt[3]{x}$

Angs obtusos
salvo em $x = 0$, onde
a tg é $\perp$ ao eixo

$y = x^2$



$y' = 2x$ $\qquad x \leq 0$

$y' \leq 0$

de $-\infty, 0$ a curva decresce

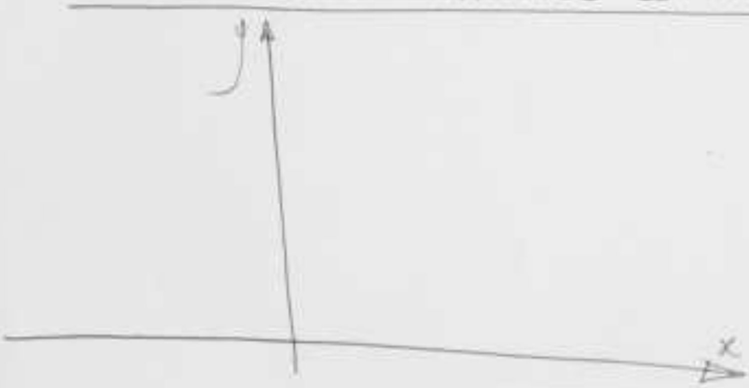
$x \geq 0$

$y' \geq 0$

de $+\infty, 0$ a curva cresce

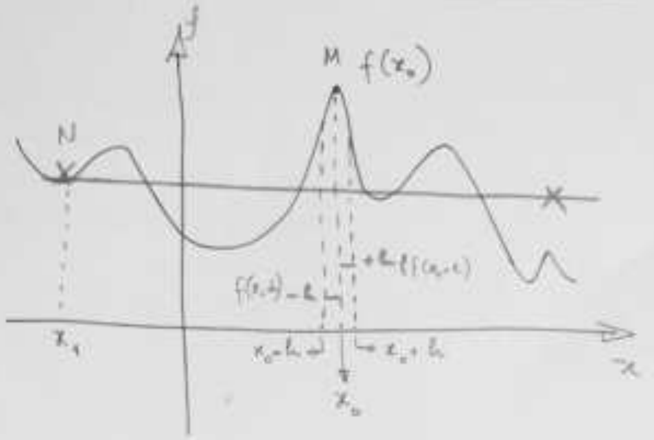
p/ $x = 0$, a função atingiu o seu mínimo valor.

TEORIA DOS MÁXIMOS & MÍNIMOS



23

TEORIA DOS MÁXIMOS E MÍNIMOS



$$f(x_0) > f(x_0 \pm h)$$

No ponto M existe um máximo relativo da função pq os ptos à direita e à esquerda têm ordenadas sempre menores que o pto M.

$$f(x_1) < f(x_1 \pm h) \longrightarrow \text{mínimo relativo}$$

O que importa são as ordenadas vizinhas ao ponto serem menores (máximo relativo) ou maiores (mínimo relativo) que a ordenada do ponto.

Determinação de máximos e mínimos

$\boxed{1^o \text{ teorema}}$: A condição necessária e suficiente para que num pto $x = x_0$ a função $y = f(x)$ passe para um máximo ou um mínimo é que:

1) A função exista nêste ponto
2) Que a derivada 1ª mude de sinal na vizinhança dêsse ponto.

(A derivada se anulando ou se tornando descontínua é um indício da existência de máximos e mínimos).

(Outro indício é a mudança de sinal nas proximidades do ponto)

MÉTODO PRÁTICO DE DETERMINAÇÃO DE MÁXIMOS E MÍNIMOS → determinam-se os valôres de $\underline{x}$ para os quais a derivada 1ª se anula ou é descontínua. Se na vizinhança dêsses ptos a derivada 1ª mudar de sinal e se a função existir nêsses ptos, teremos 1 máximo ou um mínimo.

$$y = \frac{x}{x^2+1}$$

$$y' = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} \therefore y' = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} \qquad 1-x^2=0 \text{ qdo } x = \pm 1$$

x		-1		1	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	↘		↗		↘
		mín		máx	

No ptos onde a derivada se anula, a tg é paralela ao eixo dos x.

24

x	Antes	máxima	depois
y	$\nearrow$		$\searrow$
y'	$+$ $\searrow$	0	$\searrow$ $-$
y''		$-$	

decresce sempre

negativa

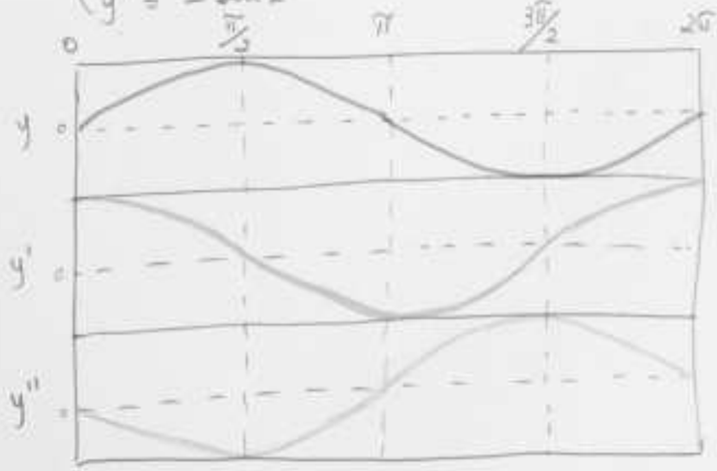
x	Antes	mínimo	depois
y	$\searrow$		$\nearrow$
y'	$-$ $\nearrow$	0	$\nearrow$ $+$
y''		$+$	

cresce

positiva

ESTUDO DA FUNÇÃO SENO

$$\begin{cases} y = \operatorname{sen} x \\ y' = \cos x \\ y'' = -\operatorname{sen} x \end{cases}$$



$$y'' = -\frac{2x\,(x^2+1)^2 - 2(x^2+1)\,2x\,(1-x^2)}{(x^2+1)^4}$$

para $x = \pm 1$

$y''_{x=-1} = \frac{8}{16}$ —o derivada 2ª é positiva

$y''_{x=+1} = -\frac{8}{16}$ —o derivada 2ª é negativa

$$\begin{cases} y = x^3 \\ y' = 3x^2 \\ y'' = 6x \end{cases}$$

Ex Determinar máximos e mínimos de

$y = x\, L x^2$ → existe de $-\infty$ a $+\infty$ salvo em $x=0$

$y' = Lx^2 + x\,\frac{1}{x^2}\cdot 2x$

$y' = Lx^2 + 2$ —o descontínua quando $x=0$

$Lx^2 + 2 = 0$

$Lx^2 = -2$

$x^2 = \frac{1}{e^2} = e^{-2}$

$x = \pm\frac{1}{e}$

$y'' = \frac{2x}{x^2} \quad \therefore \quad y'' = \frac{2}{x}$

25

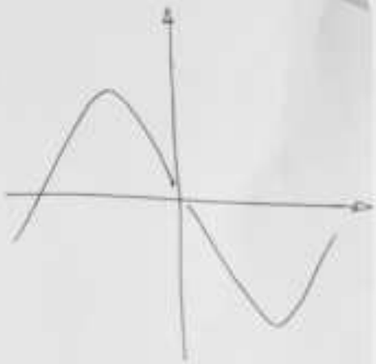
p/ $x = -\frac{1}{2}$: máximo

p/ $x = \frac{1}{2}$: mínimo

$x^2 - e^2 = 0$

$+ \quad -\frac{1}{2} \quad - \quad \frac{1}{2} \quad +$

$\nearrow \quad \searrow \quad \nearrow$



26

Matemática

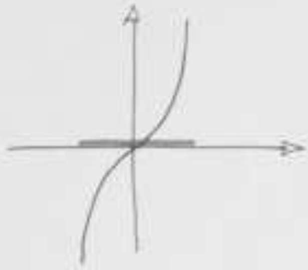
Pontos de inflexão de uma função → é o ponto onde a curva muda o sentido de sua concavidade.

Ex: $y = x^3$

$y' = 3x^2$

$y'' = 6x$

$x = 0$
pto crítico



A tangente atravessa a curva no ponto de inflexão

$\boxed{\text{1º teorema}}$

A condição necessária e suficiente para que no pto $x = x_0$ a função $y = f(x)$ tenha um pto de inflexão:

1) A função exista neste ponto
2) A derivada 2ª mude de sinal na vizinhança do ponto.

Ex: 1

x	Antes	inflexão	depois
y	⌒		⌣
y'	↘	mínimo descontínuo	↗
y''	−	0 descontínua	+

Ex: 2

x	A	I	D
y'	◡		◠
y'	↗	máximo descontínua	↘
y''	+	0 descontínua	−

Sempre que a concavidade da curva está virada para baixo, a derivada 2ª é ~~negat~~ ~~positiva~~ negativa. (∩ −)

Sempre que a concavidade está para cima a derivada 2ª é ~~negativa~~ positiva (∪ +)

Ex: $y = x^2$ $y' = 2x$ $y'' = 2 \rightarrow$ é >0, logo a concavidd está p/ cima

Ex:

$y = \sqrt[3]{x}$ $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ $y'' = \frac{1}{3} \cdot - \frac{\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}}}{\sqrt[3]{x^4}} \therefore y'' = -\frac{2x}{9x^2\sqrt[3]{x^2}}$

A tg é $\perp$ ao eixo dos x, logo ñ há derivada 1ª.

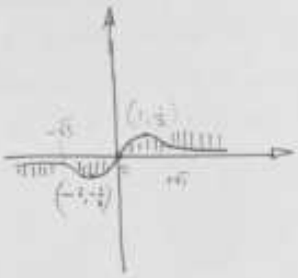
$$\begin{cases} y = \sqrt[3]{x} \\ y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \\ y'' = -\frac{2x}{9x^2\sqrt[3]{x^2}} \therefore y'' = -\frac{2}{9x\sqrt[3]{x^2}} \end{cases}$$

A derivada descontínua p/ $x = 0$, mas a função existe

(27) <u>Metodo prático de determinação dos ptos de inflexão</u> ⟶ determinam-se os valôres de <u>x</u> para os quais a derivada 2ª se anula ou é descontínua. Se para êstes valôres de <u>x</u> a função existir e se a derivada 2ª mudar de sinal na vizinhança dêstes pontos, teremos um ponto de inflexão no ponto considerado.

Ex: $y = \dfrac{x}{x^2+1}$ $\quad y' = \dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$ $\quad y'' = \dfrac{2x^3-6x}{(x^2+1)^3}$

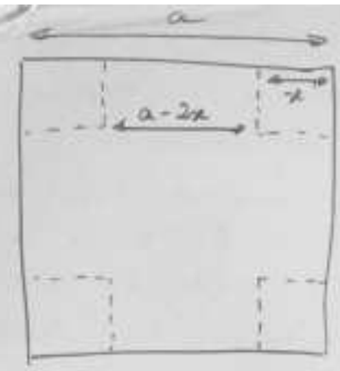
$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$



x		$-\sqrt{3}$		0		$+\sqrt{3}$	
$2x$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
x^2-3	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
p	$-$		$+$		$-$		$+$

ptos de inflexão

<u>Exercício</u>. Deseja-se fazer com uma fôlha metálica quadrada uma caixa, recortando para isso em seus cantos quadrados iguais e levantando as arestas. Determinar o comprimento de cada quadrado recortado de modo que o volume da caixa seja máximo. Lado da caixa <u>a</u>



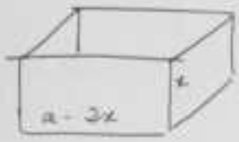
$V = (a-2x)^2 \cdot x$

$V = (a^2 - 4ax + 4x^2)\,x$

$V = a^2x - 4ax^2 + 4x^3$

$V' = a^2 - 8ax + 12x^2$

$V' = 12x^2 - 8ax + a^2$



Para obtermos os máximo e o mínimo, igualamos o trinômio a 0. Qdo a derivada 1ª se anula, a tg é // ao eixo dos x, e isso significa que atingimos um máximo ou mínimo

$12x^2 - 8ax + a^2 = 0$

$x = \dfrac{8a \pm \sqrt{16a^2}}{24}$

$x' = \dfrac{8a + 4a}{24} = \dfrac{a}{2}$

$x'' = \dfrac{8a - 4a}{24} = \dfrac{a}{6}$

$+ \quad \dfrac{a}{6} \quad - \quad \dfrac{a}{2} \quad +$

↗ máximo ↘ mínimo ↗

→ A derivada, para valores externos das raízes é positiva ($a \cdot +$) e para valores internos é negativa. Positiva → derivada cresce Neg → derivada diminui

A derivada 2ª no pto máximo é $-$
" " " " mínimo é $+$

$V'' = -8a + 2x$

$V'' = -8a + 12a = 4a > 0$

$V'' = -8a + 4a = -4a < 0$

ASSÍNTOTAS ①

Assíntota a uma curva é a sua tangente no infinito

Podem ser horizontais, verticais e inclinadas

ASSÍNTOTAS HORIZONTAIS

Dizemos que

$y = c$ é uma assíntota horizontal da curva representativa $y = f(x)$ q.do

$\lim_{x \to \infty} x = c$

$y = \frac{x}{x^2+1}$

1°) Determinar o campo de existência da função

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y	0	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0
y'		$-$	0	$+$			0	$-$	

2º) Estudar os limites da função

$$\begin{cases} x \longrightarrow \pm \infty \\ \text{ptos de descontinuidade} \\ \text{indeterminações} \end{cases}$$

3º) Determinar locais de intersecção dos eixos.

$$\begin{cases} x = 0 \longrightarrow \text{eixo dos } y \\ y = 0 \longrightarrow \text{eixo dos } x \end{cases}$$

4º) Derivada 1ª $\longrightarrow$ { extremos da função (máximos e mínimos) / intervalos onde a função cresce ou decresce

$$y' = \frac{x^2 + 1 - 2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1 - x^2}{(x^2+1)^2}$$

— denominador ñ se anula ∴ ñ há descontinuidade.

5º) Derivada 2ª (pto de inflexão)

6º) Interpretação gráfica

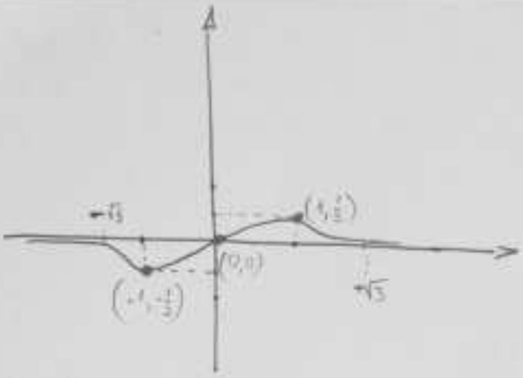
$$y' = \frac{1 - x^2}{(x^2+1)^2} \therefore y'' = \frac{2x^3 - 6x}{\underbrace{(x^2+1)^3}_{\text{sempre } \oplus}}$$

— a variação de sinal ~~da função~~ depende do numerador

$2x(x^2-3)$

x		$-\sqrt{3}$		0		$+\sqrt{3}$	
$2x$	−		−		+		+
x^2-3	+	0	−		−	0	+
P	−		+		−		+

②



ASSÍNTOTAS VERTICAIS

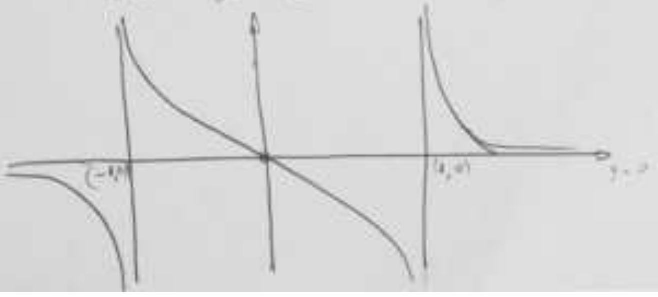
Dizemos que $x = ct$ é assíntota vertical da curva representativa $y = f(x)$ pelo $\lim_{x \to c} f(x) = \infty$

Ex: $y = \dfrac{x}{x^2 - 1}$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y	0	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	0	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	0
y'		$-$		$-$		$-$		$-$	

$y' = \dfrac{-1 - x^2}{(x^2-1)^2} = -\dfrac{1 + x^2}{\underbrace{(x^2-1)^2}_{\text{sempre } \oplus}}$

$\lim_{x \to 1^-} \dfrac{x^{+}}{x^2 - 1_{-}} = -$ $\qquad \lim_{x \to 1^+} \dfrac{+}{+}$



$$y'' = + \frac{2x^3 + 6x}{(x^2-1)^3}$$

$$y'' = \frac{2x\,(x^2+3)}{(x^2-1)(x^2-1)^2}$$

→ sinal só depende disto

x		-1		0		$+1$	
N	$-$		$-$		$+$		$+$
D	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
Q	$-$		$+$		$-$		$+$
		$\cap$		$\cup$			

Ex: $y = \frac{Lx}{x}$

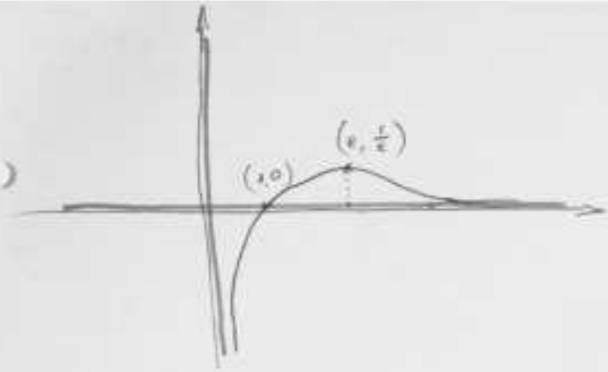
x		0		1		e		$+\infty$
y		$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	0
y'			$+$			0	$-$	

$$y' = \frac{1 - Lx}{x^2}$$

x^2 → sempre ⊕, sinal só depende do numerador

$1 - Lx = 0 \quad \therefore \quad 1 = Lx \quad \therefore \quad x = e$

$1 - Lx < 0 \quad \therefore \quad Lx > 1 \quad \therefore \quad x > e$



Ex: $y = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$ sempre (+) $\quad x \neq \pm 1$

x	$-\infty$	-1	0	$+1$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\infty$ $-\infty$	0		$+\infty$
y'					

2

x		$-e^2$		-1		0		1		e^2	
$8-2\ln x^2$	$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	0	$-$
x	$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$
$\ln x^2$	$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$
R	$+$		$-$		$+$		$-$		$+$		$-$

Exercício

$$y = x\, e^{-\frac{1}{x^2}}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$-\infty$ ↗ 0	0 ↗	$+\infty$
y'	$+$	$+$	

$$\lim_{x\to-\infty} x\cdot e^{-\frac{1}{x^2}} = -\infty\cdot 1$$

$$\left[\lim_{x\to 0^-} 0\times\infty\right] = \left[\lim_{x\to 0}\frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to 0}\frac{e^{-\frac{1}{x^2}}\times\frac{2x}{x^4}}{-\frac{1}{x^2}}\right] =$$

$$\left[\lim_{x\to 0}\frac{e^{-\frac{1}{x^2}}\cdot\frac{2}{x^3}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to 0} -\frac{2e^{-\frac{1}{x^2}}}{x}\right]$$

$$\lim_{x \to 0^-} 0 \times e^{-\frac{1}{0}} = 0 \times e^{-\infty} = 0 \times \frac{1}{e^{\infty}} = 0$$

$$\begin{cases} y' = 1 \cdot e^{-\frac{1}{x^2}} + x e^{-\frac{1}{x^2}} \dfrac{2}{x^3} \\[2ex] y' = \dfrac{x^2 e^{-\frac{1}{x^2}} + e^{-\frac{1}{x^2}} \cdot 2}{x^2} \\[2ex] y' = e^{-\frac{1}{x^2}} \cdot \dfrac{x^2+2}{x^2} = 1 \end{cases}$$

$$y^* = ax + b$$

$$\lim_{x \to \infty} \left(x e^{-\frac{1}{x^2}} - x \right) = \lim_{x \to \infty} x \left(e^{-\frac{1}{x^2}} - 1 \right) =$$

$$\lim_{x \to \infty} f'(x) = a$$

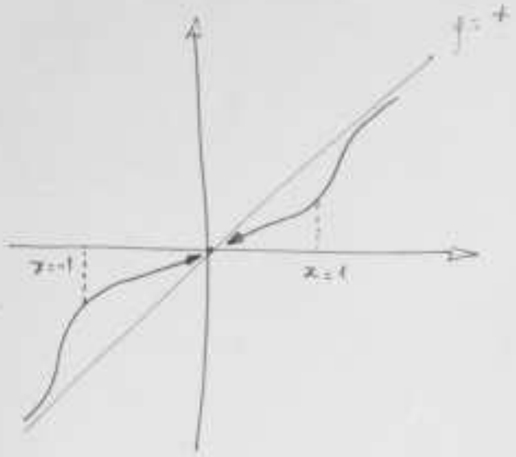
$$\lim_{x \to \infty} \left[f(x) - ax \right] = b$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}} - 1}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \to \infty} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}} \times \frac{2}{x^3}}{-\frac{1}{x^2}} =$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{-2 e^{-\frac{1}{x^2}}}{x} = 0$$

Assíntota inclinada $y = x$

3



$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}} \cdot x^2 + 2e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}} \cdot \frac{2}{x^3} \cdot x^2 + e^{-\frac{1}{x^2}} \cdot 2x + 2e^{-\frac{1}{x^2}} \cdot \frac{2}{x^3}}{2x}$$

$$y'' = \frac{e^{-\frac{1}{x^2}} \cdot (2x^2 + 2 - 4x^2)}{x^2 \cdot x^3}$$

$$y'' = \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}(2 - 2x^2)}{x^5}$$

$2 - 2x^2 = 0$
$x = \pm 1$

x		-1		0		1	
$2-2x^2$	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$
x	$-$		$-$	0	$+$		$+$
Q	$+$		$-$		$+$		
	$\cup$		$\cap$		$\cup$		$\cap$

④

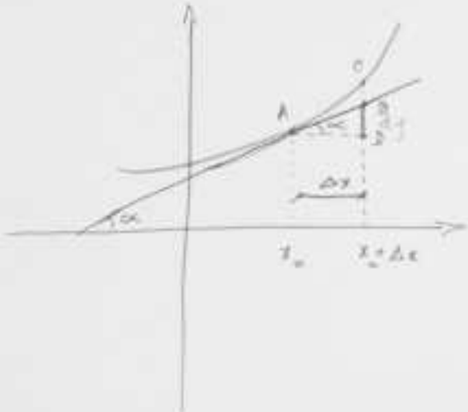
CONCEITO DE DIFERENCIAL

Diferencial de uma função num ponto

Consideremos $y = f(x)$ contínua e derivável num certo intervalo, e seja x_0 um pto do intervalo considerado. Chamamos de diferencial da função no ponto $x = x_0$ à expressão:

$$\boxed{dy = f'(x_0)\Delta x}$$

Δx sendo um acréscimo arbitrário da variável independente.



$BD = AD \, tg\,\alpha$

$AD = \Delta x$

$tg\,\alpha = f'(x_0)$

$BD = f'(x_0)\,\Delta x$

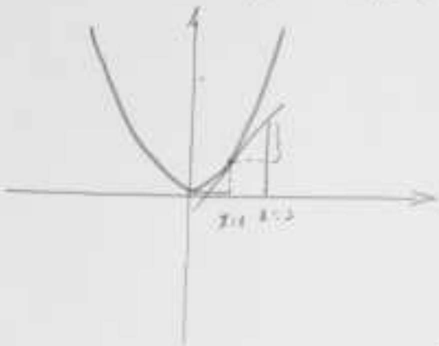
$BD = dy$

Interpretação geométrica: a diferencial de 1 função num pto é o acréscimo que sofre a ordenada da tangente à curva no pto considerado qdo passamos dêste pto p/ 1 pto da vizinhança

Qdo $\Delta x \to 0$, $dy \to \Delta y$.

Ex:

Determinar a variaç da ordenada da tg à curva $y = x^2$ no pto $x = 1$ qdo passamos dêste ponto p/ $x = 2$.



$y = ax + b$

$T(1,1)$

$1 = a + b$

$x^2 = ax + b$

$-x^2 - ax - b = 0$

$\Delta = 0$ (p/ ñ haver 2 ptos de tangência)

$a^2 + 4b = 0$

$b = -\dfrac{a^2}{4}$

$1 = a - \dfrac{a^2}{4} \quad \therefore \quad a^2 - 4a + 4 = 0$

$\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$

$y = 2x - 1$

$y_{x=1} = 1$

$y_{x=2} = 3$

$dy = 3 - 1 = 2$

$\boxed{dy = 2}$

$dy = f'(x_0)\Delta x$

$f(x) = x^2$

$f'x = 2x$

$f'(x_0) = f'(1) = 2$

$\Delta x = 2 - 1 = 1$

$dy = 2 \times 1 = 2$

Determinar a Δ da ordenada da funç $y = x^2$ qdo passamos de $x = 1$ p/ $x = 1,0057$

$$y = x^2 \begin{cases} y_{x=1} = 1 \\ y_{x=1,0057} = 1,0114 \end{cases} \qquad \Delta y = \cancel{0,11437}\ 0,0114$$

$dy = 2x\,\Delta x$

$dy = 2.1 \times 0,0057$

$dy = 0,0114$

$$\boxed{dy = d f(x)}$$

$$f(x) = x^2$$

$$d f(x) = 2x \cdot \Delta x$$

$$y = x$$

$$dy = dx = 1 \times \Delta x$$

$$dx = \Delta x$$

$$\boxed{dy = f'(x)\, dx}$$

$$dx = \Delta x$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = y' = f'(x) = \frac{dy}{dx}$$ } quociente de 2 diferenciais

razão entre 2 [illegible]

$$\frac{dy}{dx} = f'(x)$$

Ex

$$\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ dy = \dfrac{dx}{2\sqrt{x}} \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = y' \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = L \operatorname{sen} x \\ dy = \dfrac{1}{\operatorname{sen} x} \cdot \cos x \cdot dx \\ dy = \cot x \cdot dx \end{cases}$$

6

$$y = u^m \qquad \begin{cases} u = f(x) \\ du = f'(x)\,dx \end{cases} \qquad u' = f'(x)$$

$$y' = m\,u^{m-1} \cdot u'$$

$$dy = m\,u^{m-1}\,\underbrace{u' \cdot dx}_{du}$$

$$dy = m\,u^{m-1}\,du$$

Tôda derivada × a ~~derivada~~ diferencial da variável independente é a derivada da função

$$y = L\,v \qquad v = f(x)$$

$$y' = \frac{v'}{v}$$

$$dy = \frac{v'\,dx}{v} = \frac{dv}{v}$$

—//—

$$\begin{cases} y = uv \\ y' = u'v + uv' \\ dy = v\,du + u\,dv \\ dy = (u'v + uv')\,dx \end{cases} \qquad \begin{cases} y = \dfrac{u}{v} \\ y' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2} \\ dy = \dfrac{v\,du - u\,dv}{v^2} \end{cases}$$

Diferenciais sucessivas

$$d^2y = \left[f''(x)\,dx + f'(x) \cdot 0 \right] dx$$

$$d^2y = f''(x)\,dx^2$$

$$f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2}$$

$$d^ny = f^{[n]}(x)\,dx^n$$

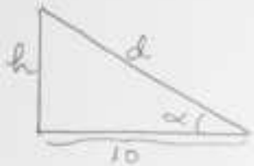
$$\frac{d^ny}{dx^n} = f^{[n]}(x)$$

CONCEITO DE INTEGRAL

$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 \\ y = x^2 + 5 \\ y = x^2 - 1 \\ y = x^2 + c \end{array}\right\} \rightarrow dy = 2x\,dx \qquad \underbrace{\int 2x\,dx}_{\text{integral indefinida}} = x^2 + \underbrace{c}_{\text{cte de integração}}$$

Quadro das primitivas imediatas

28 Exercício: Deseja-se iluminar o contorno de um ~~quadrado~~ gramado circular de 20 m de diâmetro por meio de uma lâmpada situada no seu centro. A que altura deveremos colocar essa lâmpada de modo que a intensidade luminosa seja máxima na periferia do gramado.



$$I = K\,\frac{\operatorname{sen}\alpha}{d^2}$$

$$d^2 = h^2 + 100$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{h}{d}$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2+100}}$$

$$I = K\,\frac{h}{(h^2+100)\sqrt{h^2+100}}$$

$$I = K\,\frac{h}{(h^2+100)^{\frac{3}{2}}}$$

$$I' = K\,\frac{(h^2+100)^{\frac{3}{2}} - h\,\frac{3}{\cancel{2}}(h^2+100)^{\frac{1}{2}}\cdot \cancel{2}h}{(h^2+100)^3}$$

$$I' = K\cdot(h^2+100)^{\frac{1}{2}}\cdot\frac{h^2+100-3h^2}{(h^2+100)^3}$$

$$I' = K \frac{(h^2+100)^{\frac{1}{2}}}{(h^2+100)^3} \cdot \underbrace{(100-2h^2)}$$

ñ pode ser nulo pq é soma de 2 □

só êste fator pode anular a derivada

$100 - 2h^2 = 0$

$h^2 = 50$

$h = 5\sqrt{2}$ m → intensidade luminosa máxima na periferia

$h = -5\sqrt{2}$ m → afundando a lâmpada, teremos a intensidade luminosa mínima

−	$-5\sqrt{2}$	+	$+5\sqrt{2}$	−
↘	mínimo	↗	máximo	↘

→ Ver quadro anterior

15

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2{,}71828\ldots\ldots \quad (\text{é um n.º irracional})$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \underline{\underline{e}}$$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 1 + n\,\frac{1}{n} + \frac{n(n-1)}{2!}\times\frac{1}{n^2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\times\frac{1}{n^3} + \ldots\ldots \frac{1}{n^n}$$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 1+1+\frac{1}{2!}\left(1-\frac{1}{n}\right)+\frac{1}{3!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)+\ldots\ldots \frac{1}{n!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots$$

$$\left[\begin{array}{l} n(n-1)\times\frac{1}{n^2} = \frac{n-1}{n} = \frac{n}{n}-\frac{1}{n} = 1-\frac{1}{n} \\ \cancel{n}(n-1)(n-2)\times\frac{1}{\cancel{n^3}\,n^2} = \left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right) \end{array}\right]$$

$$\frac{1}{n^n}\times\frac{n!}{n!} = \frac{1}{n!}\times\frac{\cancel{n}(n-1)(n-2)\ldots\ldots 1}{\cancel{n}\cdot n\cdot n\ldots\ldots n}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 1+1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}+\frac{1}{5!}+\frac{1}{6!}\ldots\ldots$$

2,5

2×3

$2\times3\times4$

$2\times3\times4\times5$

$2\times3\times4\times5\times6$

2,718...

$$\frac{120+30+6+1}{720} = \frac{157}{720} = 0{,}218$$

$\frac{1}{n} = x$

$n \to \infty \quad x \to 0$

$$\lim_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\frac{e^x - 1}{x} = \frac{\frac{1}{n}}{L\left(1+\frac{1}{n}\right)} = \frac{1}{n L\left(1+\frac{1}{n}\right)}$$

$$= \frac{1}{L\left(1+\frac{1}{n}\right)^n}$$

$e^x - 1 = \frac{1}{n}$

$x \to 0 \quad n \to \infty$

$e^x = 1 + \frac{1}{n}$

$x\, Le = L\left(1+\frac{1}{n}\right)$

$\| $

1

$x = L\left(1+\frac{1}{n}\right)$

$\log_e = L$

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{L\left(1+\frac{1}{n}\right)^n} = \frac{1}{Le} = \frac{1}{1}$$

$$\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1}$$

$$\boxed{x \to 0 \quad e^x - 1 \simeq x}$$

Ex: $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{\sin x} = \lim_{x \to 0} \frac{x}{x} = 1$

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{1+x-(-x+1)}{x} =$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cancel{1}+x+x-\cancel{1}}{x} = 2$$

$$\frac{e^x - e^{-x}}{x} = \frac{e^x - 1 - e^{-x} + 1}{x} = \frac{e^x - 1 - (e^{-x} - 1)}{x} =$$

$$= \frac{e^x - 1}{x} - \frac{e^{-x} - 1}{x} = 1 + 1 = 2$$

ANEXO D – Arquivo PROEDES

44 CANDIDATOS: 3 APROVADOS

A deficiência do ensino ministrado nos cursos primários e de grau médio evidenciada com o índice de reprovações verificado no Colégio de Aplicação, da Faculdade Nacional de Filosofia, onde 44 candidatos diputaram, em exames de meio do ano, 22 vagas para os cursos ginasial e científico, e apenas 3 lograram aprovação. Dos 24 candidatos inscritos para as nove vagas do curso ginasial, sòmente dois alcançaram média, e, dos 20 que diputaram as 13 vagas do científico, sò um foi classificado.

— Acredito que o grande número de reprovações decorre da falta de preparo dos alunos, que fizeram o primeiro semestre em outros colégios. A seleção aqui é rigorosa, não só porque os nossos professôres são todos diplomados pela FNF, como também porque preferimos admitir apenas os que estiverem realmente capacitados a seguir o ritmo normal de nosso ano letivo. O aluno, mal preparado, que entrasse agora, seria fatalmente reprovado no fim do ano — disse a UH o diretor do Colégio de Aplicação, Professor Luis Matos. JOE 037 P004

U.H 14/8/61

Vestibular

A filosofia do melhor ensino no Rio

Objetivo do Cap-UFRJ é o adulto crítico

O Colégio de Aplicação conseguiu passar do nono para o quinto lugar entre as escolas de melhor performance no vestibular da UFRJ e manter, este ano, a classificação. No ano passado ficou três meses sem aulas devido à greve dos professores, que estão com os salários defasados em relação ao terceiro grau, e as instalações deixam muito a desejar. Mesmo assim, o índice de aprovação dos inscritos foi de 53,45%.

"Estamos tentando aproveitar as férias para melhorar um pouco a fachada da escola. No ano passado, investimos no interior das salas, mas as carências ainda são muitas", explicou o vice-diretor Moacyr Barreto, acrescentando que o objetivo do colégio "é formar o cidadão crítico, capaz de refletir sobre as coisas".

Moacyr acredita que este estímulo à capacidade crítica dos alunos tem sido responsável pelo bom desempenho dos alunos no vestibular. As cadeiras sociais são as que mais possibilitam esta ênfase.

Ricardo Serpa

Moacyr Barreto diz que há carências no Cap-UFRJ

"Na cadeira de História, por exemplo, existe um projeto em que o texto do livro é composto pelos professores com grande participação dos alunos", disse.

O Colégio de Aplicação é gratuito e o acesso é feito através de exame de seleção. Este ano havia 30 vagas na primeira série do segundo grau, que foram oferecidas aos alunos do município e já estão preenchidas.

Imo. Sr. Diretor do Colégio de Aplicação da Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil

Samaritana de Vasconcellos Saldanha, mãe da aluna Heleny de Vasconcellos Saldanha, da 2ª série do curso científico desse colé - gio, atendendo à solicitação verbal de V.S., vem, pela presente, reafirmar , a bem da verdade, que considera injusta a maneira pela qual foram realizados os exames orais de Matemática da supra série, pelos seguintes motivos:

a) em represália a uma reclamação feita pelos pais de alunos de outras séries, em relação ao tempo excessivo em que os mesmos permaneciam em bancos de Matemática, chegando em alguns casos a 5 e até 7 horas, a direção desse educandário determinou que o tempo fosse reduzido para dez minutos com cada professor, havendo assim uma disparidade entre os dois critérios adotados no mesmo ano letivo, o que ocasionou que os alunos das diversas turmas não tivessem iguais oportunidades;

b) que, as questões formuladas não foram do tipo a serem solucionadas em tão curto tempo;

c) que, após o exame ponderei ao Prof. Oswaldo que não me pareceu viavel exigir que o aluno resolvesse as cinco questões por êle formuladas em dez minutos, e mais, que êle apressando ~~seguida~~ seguidamente certos alunos na solução das mesmas questões pertubou o raciocínio dos mesmos;

d) que, estando presente a Profª. Eleonora , supervisora da cadeira de Matemática, ela própria concordou ser excesso o tempo exigido, mas que estava sendo observada uma determinação superior;

e) que, essa questão de tempo determinado não foi observada duranrte todo o transcurso do exame, o qual a partir de determinada hora se processou mais lentamente,assim sendo , os primeiros alunos a serem examinados foram prejudicados, uma vez que tiveram menos tempo que outros para solucionar as questões formuladas.

Ante o exposto é a presente para requerer a V. S. que se digne tomar as providências cabiveis no caso, afim de resguardar direitos e para que não fique abalado o bom nome dêste educandario.

Rio de Janeiro, 19 de dezembro de 1961

Samaritana de Vasconcellos Saldanha

Em tempo: os alunos abaixo assinados declaram a veracidade dos fatos acima expostos.

Emanuel Leal Chaves
Vera Lúcia Ribeiro Vieira
Luiz Mota de Souza
Sergio Marques de Almeida
Vera de Vargas Guette
Heleny Saldanha

A Prof. Eleonora L. Ribeiro para informar. Em 21/12/1961

UNIVERSIDADE DO BRASIL

Rio de Janeiro,

Senhor Diretor do Colégio de Aplicação da F.N.Fi.,

Os alunos dêsse Colégio, promovidos à 3ª série do Curso Clássico, que assinam o presente, vêm solicitar de V.Sª a necessária autorização no sentido de que seja incluída no currículo de 1963 a cadeira de Matemática com um mínimo de 2 aulas semanais, de acôrdo com as possibilidades do horário para o ano próximo vindouro.

A presente solicitação justifica-se em face dêsses alunos pretenderem seguir a Fac. de Ciências Econômicas, onde há a exigência dessa matéria no vestibular.

Informamos, outrossim, que o número dos solicitantes poderá ser aumentado, uma vez que outros colegas ainda não se decidiram sôbre a carreira a seguir.

Agradecendo a atenção que dispensar a êste pedido, subscrevemo-nos,

atenciosamente.

[illegible]
[illegible]
[illegible]
Vera Lia G. de Cerqueira
[illegible]

Ao Sr. chefe da Coordenação para examinar a possibilidade de atendimento.
13/3/63 [illegible]

Sr Diretor
Em contato com o chefe de Matemática foi possível incluir no horário 2 aulas de Matemática por semana.
[illegible] 14/3/63

Rascunho
(com diferente [illegible]

C.Ap./FaN.Fi. - CICLO COLEGIAL - 1964/66

CURSO CIENTÍFICO						CURSO CLÁSSICO					
Nº	DISCIPLINA	I	II	III	TOTAL	Nº	DISCIPLINA	I	II	III	TOTAL
1	PORTUGUÊS	5	5	5	9	1	PORTUGUÊS	4	4	5	13
2	MATEMÁTICA	5	5	5	15	2	LATIM	4	4	5	13
3	FÍSICA	4	4	5	13	3	FRANCÊS	2	2	5	9
4	QUÍMICA	5	4	5	14	4	INGL. ou GREGO	4	4	5	13
5	BIOL. ou DESENHO	4	3	5	12	5	ESPANHOL	2	2	-	4
6	FILOSOFIA	-	3	-	3	6	ESTUD. SOCIAIS	4	4	5	13
7	ESTUD. SOCIAIS	2	2	-	4	7	FILOSOFIA	-	3	-	3
8	INGLÊS	2	2	2	6	8	MATEMÁTICA	2	-	-	2
						9	CIE.FIS.e BIOLOG.	3	2	-	5
	PRÁT. EDUCATIVAS						PRÁT. EDUCATIVAS				
a	EDUC. FÍSICA	2	1	1	4	a	EDUC. FÍSICA	2	2	1	5
b	ORIENT. EDUCAC.	1	1	1	3	b	ORIENT. EDUCAC.	1	1	1	3
TOTAL DE DISCIPLINAS		7	8	6		TOTAL DE DISCIPLINAS		8	8	5	
TOTAL DE AULAS		28	28	27		TOTAL DE AULAS		28	28	27	

frh/63

[illegible]

[illegible]

Nº	DISCIPLINA	I	II	III		TOTAL
1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	PRÁTICAS EDUCAT.					
a	EDUCAÇÃO FÍS.	1	[illegible]	1	1	[illegible]
	O.E.	[illegible]	[illegible]	-	-	[illegible]

Total de Aulas

[illegible] CLÁSSICO

Nº	DISCIPLINA	I	II	III A	III B	TOTAL
1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2	[illegible]	[illegible]	-	[illegible]	-	[illegible]
3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
6	[illegible]	-	-	[illegible]	[illegible]	[illegible]
7	[illegible]	-	[illegible]	-	-	[illegible]
8	[illegible]	-	-	[illegible]	[illegible]	[illegible]
9	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
10	[illegible]	-	-	[illegible]	[illegible]	[illegible]
11	[illegible]	[illegible]		-	-	
	PRÁTICAS EDUC.					
	EDUCAÇÃO FÍSICA	1	[illegible]	1	1	[illegible]
	O.E.	1	1	-	-	[illegible]

TOTAL DE AULAS

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO
U. F. R. J.
Horário da 1ª Série do Curso Científico - Turma [illegible]
Ano Letivo de 19 70

H O R A S	SEGUNDA-FEIRA	TERÇA-FEIRA	QUARTA-FEIRA	QUINTA-FEIRA	SEXTA-FEIRA	H O R A S	SÁBADO
7,30/8,20	[illegible] Dena	QUÍMICA Carlos Cesar	GEOGRAFIA João Rua	QUÍMICA Carlos Cesar	EDUCAÇÃO FÍSICA Bart./Antonia	7,30/8,15	FÍSICA José Luis
8,25/9,15	DESENHO Guilherme	QUÍMICA Carlos Cesar	PORTUGUÊS Beatriz	MATEMÁTICA Silvia	GEOGRAFIA João Rua	8,20/9,05	MATEMÁTICA Silvia
9,15/9,35	[illegible]					9,10/9,55	FÍSICA José Luis
9,35/10,25	BIOLOGIA Rose Lêa	MATEMÁTICA Silvia	FÍSICA José Luis	MATEMÁTICA Silvia	PORTUGUÊS Beatriz	9,55/10,15	L A N C H E
10,30/11,20	EDUCAÇÃO MORAL E CÍVICA (O.S.P.) Arno	MATEMÁTICA Silvia	EDUCAÇÃO FÍSICA Bart./Antonia	BIOLOGIA Rose Lêa	PORTUGUÊS Beatriz	10,15/11,00	QUÍMICA Carlos Cesar
11,25/12,15	DESENHO Guilherme	FÍSICA José Luis	DESENHO Guilherme	BIOLOGIA Rose Lêa	SOCIOLOGIA Dena	11,05/11,50	QUÍMICA Carlos Cesar

TTL/69

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO
U. F. R. J.
Horário da 2ª Série do Curso Científico
Ano Letivo de 19 70

H O R A S	SEGUNDA-FEIRA	TERÇA-FEIRA	QUARTA-FEIRA	QUINTA-FEIRA	SEXTA-FEIRA	H O R A S	SÁBADO
7,30/8,20	BIOLOGIA Rose Lêa / DESENHO João Carlos	FÍSICA Francisco	EDUCAÇÃO FÍSICA Bart./Antonia	FÍSICA Francisco	BIOLOGIA Rose Lêa / DESENHO João Carlos	7,30/8,15	QUÍMICA Vitor
8,25/9,15	BIOLOGIA Rose Lêa / DESENHO João Carlos	FÍSICA Francisco	EDUCAÇÃO MORAL E CÍVICA (O.S.P.) Arno	FÍSICA Francisco	BIOLOGIA Rose Lêa / DESENHO João Carlos	8,20/9,05	QUÍMICA Vitor
9,15/9,35	L A N C H E					9,10/9,55	FÍSICA Francisco
9,35/10,25	EDUCAÇÃO MORAL E CÍVICA (O.S.P.) Arno	MATEMÁTICA Reinaldo / BIOLOGIA Araujo	PORTUGUÊS Edgardo	MATEMÁTICA Reinaldo / BIOLOGIA Araujo	EDUCAÇÃO MORAL E CÍVICA (O.S.P.) Arno	9,55/10,15	L A N C H E
10,30/11,20	PORTUGUÊS Edgardo	MATEMÁTICA Reinaldo / -	QUÍMICA Vitor	MATEMÁTICA Reinaldo / PORTUGUÊS Dias [illegible]	EDUCAÇÃO FÍSICA Bart./Antonia	10,15/11,00	MATEMÁTICA Reinaldo
11,25/12,15	E.N.E. (Testes)	FÍSICA Francisco Eng.	QUÍMICA Vitor	FÍSICA Francisco Med.	PORTUGUÊS Edgardo	11,05/11,50	-

TTL/69

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO
U. F. R. J.
Horário da 1ª Série do Curso Clássico
Ano Letivo de 19 70

H O R A S	SEGUNDA-FEIRA	TERÇA-FEIRA	QUARTA-FEIRA	QUINTA-FEIRA	SEXTA-FEIRA	H O R A S	SÁBADO
7,30/8,20	HISTÓRIA Arno	LATIM Emilia	FRANCÊS Judith	HISTÓRIA DA FILOSOFIA Vânia	HISTÓRIA DA ARTE Ana Maria	7,30/8,15	HISTÓRIA DO TEATRO Milvete
8,25/9,15	EDUCAÇÃO FÍSICA Paulo/Ivany	LATIM Emilia	FRANCÊS Judith	BIOLOGIA Araujo	EDUCAÇÃO MORAL E CÍVICA (O.S.P.) [illegible]	8,20/9,05	LATIM Emilia
9,15/9,35	L A N C H E					9,10/9,55	HISTÓRIA DA FILOSOFIA Vânia
9,35/10,25	FRANCÊS Judith	PORTUGUÊS Darcy	INGLÊS Zarita	LATIM Emilia	INGLÊS Zarita	9,55/10,15	L A N C H E
10,30/11,20	INGLÊS Zarita	PORTUGUÊS Darcy	HISTÓRIA Arno	LATIM Emilia	FRANCÊS Judith	10,15/11,00	HISTÓRIA DA FILOSOFIA Vânia
11,25/12,15	HISTÓRIA Arno	BIOLOGIA Araujo	HISTÓRIA DA ARTE Ana Maria	PORTUGUÊS Darcy	ATELIER Ana Maria	11,05/11,50	PORTUGUÊS Darcy

TTL/69

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO
U. F. R. J.
Horário da 2ª Série do Curso Clássico
Ano Letivo de 1970

HORAS	SEGUNDA-FEIRA	TÊRÇA-FEIRA	QUARTA-FEIRA	QUINTA-FEIRA	SEXTA-FEIRA	HORAS	SÁBADO
7,30/8,20	EDUCAÇÃO FÍSICA Paulo/Irany	PSICOLOGIA Tania	FRANCÊS Sonia Maria	PSICOLOGIA Tania	EDUCAÇÃO MORAL E CÍVICA (O.S.P.) Sonia	7,30/8,15	PORTUGUÊS Darcy
8,25/9,15	FRANCÊS Sonia Maria	PORTUGUÊS Dina	FRANCÊS Sonia Maria	LATIM Emília	FRANCÊS Sonia Maria	8,20/9,05	PORTUGUÊS Darcy
9,15/9,35	L A N C H E					9,10/9,55	LATIM Emília
9,35/10,25	GEOGRAFIA Luiz Antonio	LATIM Emília	GEOGRAFIA Luiz Antonio	PSICOLOGIA Tania	GEOGRAFIA Luiz Antonio	9,55/10,15	L A N C H E
10,30/11,20	INGLÊS Lotte	LATIM Emília	EDUCAÇÃO MORAL E CÍVICA (O.S.P.) Sonia	PORTUGUÊS Darcy	INGLÊS Lotte	10,15/11,00	S.O.E. (Testes)
11,25/12,15	EDUCAÇÃO MORAL E CÍVICA (O.S.P.) Sonia	PORTUGUÊS Darcy	INGLÊS Lotte	PORTUGUÊS Dina	FRANCÊS Sonia Maria	11,05/11,50	-

ITA/69

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO
U. F. R. J.
Horário da 3ª Série do Curso Clássico
Ano Letivo de 1970

HORAS	SEGUNDA-FEIRA	TÊRÇA-FEIRA	QUARTA-FEIRA	QUINTA-FEIRA	SEXTA-FEIRA	HORAS	SÁBADO
7,30/8,20	EDUCAÇÃO FÍSICA Paulo/Irany	GEOGRAFIA Luiz Antonio	FRANCÊS Mª Beatriz	LATIM Emília	FRANCÊS Mª Beatriz	7,30/8,15	MATEMÁTICA Reinaldo LATIM Emília
8,25/9,15	FRANCÊS Mª Beatriz	PORTUGUÊS Darcy	HISTÓRIA Clara	GEOGRAFIA Luiz Antonio	EDUCAÇÃO MORAL E CÍVICA (O.S.P.) Clara	8,20/9,05	MATEMÁTICA Reinaldo LATIM Emília
9,15/9,35	L A N C H E					9,10/9,55	PORTUGUÊS Darcy
9,35/10,25	FRANCÊS Mª Beatriz	GEOGRAFIA Luiz Antonio	ECONOMIA Terezinha	PORTUGUÊS Darcy	HISTÓRIA Clara	9,55/10,15	L A N C H E
10,30/11,20	EDUCAÇÃO MORAL E CÍVICA (O.S.P.) Clara	PORTUGUÊS Dina	INGLÊS Lotte	PORTUGUÊS Dina	INGLÊS Lotte	10,15/11,00	PORTUGUÊS Darcy
11,25/12,15	INGLÊS Lotte	LATIM Emília	-	MATEMÁTICA Reinaldo	INGLÊS Lotte	11,05/11,50	-

ITA/69

GRADE CURRICULAR DO ENSINO DE 2º GRAU

ANO LETIVO DE 1980

CURRÍCULO	1a.série A e B	2a.série A e B	3a.série
Língua Portuguesa e Lit. Brasileira	3	3	3
Geografia	2	2	2
História	2	2	2
Educação Moral e Cívica	-	1	-
Organização Social e Política do Brasil	-	-	1
(M)atemática	4	4	4
Biologia	3	3	4
Física	3	3	4
Química	3	3	4
Francês e Inglês	2	2	2
Educação Artística	2	2	-
Desenho Geométrico	1	1	-
Educação Física	2	2	2
TOTAL DE AULAS SEMANAIS	28	28	28

OBS.: O ensino de Francês e Inglês tem carater optativo. O direito de opção deverá ser exercido pelos alunos no ato da matrícula à primeira série com a concordância por escrito dos respectivos responsáveis e será válida, em carater definitivo e irretratável, até o final da última série do ensino de 2º grau.

ffb/79

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE NACIONAL DE FILOSOFIA

PLANO DE CURSO DE MATEMÁTICA

1956

1º Período

Curso: Científico - Série: 3ª

I - Objetivos específicos

Particulares - Unidade I

1ª categoria: automatismos:

habilidade específica: cálculo.

hábitos: raciocínio, precisão, exatidão, clareza, analogia, conclusão, ordem.

2ª categoria: elementos ideativos:

Aquisição dos conhecimentos e informações da Unidade I da 3ª série do Curso Científico do Programa Oficial.

3ª categoria: elementos emotivos

Atitudes: atenção, rigor cultural, crítica e auto-crítica apreciação do valor da Matemática através da Geometria Analítica e Limite.

Interêsses: Pela resolução de problemas e exercícios em transmitir o que sabe e em leituras de livros matemáticos sôbre os assuntos.

Preferências: leituras culturais

Ideais: amor ao conhecimento desinteressado, culto à verdade, amor à ciência.

IV - CARACTERIZAÇÃO SUMÁRIA DO MÉTODO OU DOS PROCEDIMENTOS DIDÁTICOS

Quanto à Geometria Analítica: É necessário introduzí-la tornando claro o seu objetivo, aproveitando os conhecimentos anteriores dos alunos como o da representação geométrica de números relativos o que leva de uma maneira natural à noção de função. O método predominante é o dedutivo complementado por exercícios de aplicação.

Quanto ao limite: Deve ser introduzido partindo de uma dada função e estudando o seu comportamento quando a variável independente se aproxima de um dado valor por valores superiores e inferiores. Neste caso o método deve ser indutivo, pois devem ser dados os diferentes valores e as correspondentes conclusões tiradas pelos alunos. É a única maneira de fazer com que o aluno compreenda a definição de limite. Depois desta ser estabelecida o método dedutivo também funcionará assim como deve haver grande número de exercícios

V-1) LIVRO DIDÁTICO: CURSO DE MATEMÁTICA 3º ANO COLEGIAL (clássico e científico) Manoel Jairo Bezerra.

2) Meios auxiliares (unidade I)

Geométrie Analytique - Smith and Gale
Problemas e Exercícios de Geometria Analítica no Plano - Herbert F. Pinto
Problemas de Geometria Analítica - (1ª Parte) - Roberto Peixoto
Lições de Álgebra e Análise - Bento Jesus Caraça II
Curso de Análise Matemática - Volume I J. Abdelhay
Curso Preliminar de Análisis Matemático - Navarro Borrás
Sixto Rios
Elements de Calcule Differentiel et Integral Granville
Exercices Methodiques de Calcul Intégral - Frehy.

VI - RELAÇÃO DAS PRINCIPAIS ATIVIDADES DE CLASSE E EXTRACLASSE

Infelizmente o número de aulas disponíveis, insuficiente para o cumprimento do programa, não nos permite pensarmos em outras atividades se não àquelas que aulas normais comportam como tarefas, testes, provas, exercícios, etc.

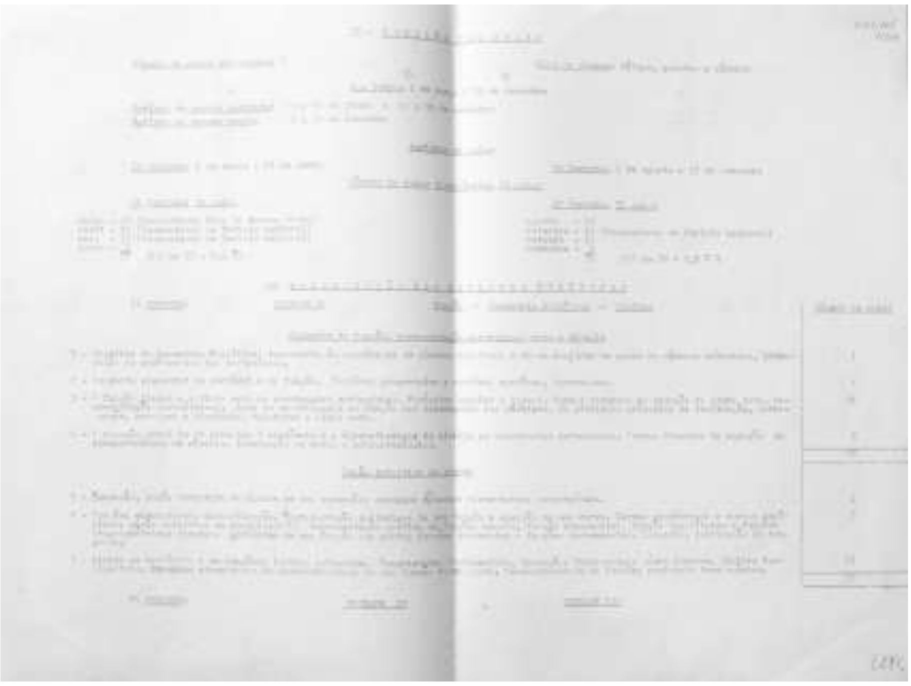
OBSERVAÇÕES:

1º) A ordem dos assuntos da Unidade I foi modificada em relação ao Programa Oficial porque achamos ser a Geometria Analítica ~~sendo~~ mais acessível ao aluno do que Limites e portanto mais adequada a uma motivação para início do curso assim como estabelece ligação entre estudos já realizados pelo aluno de álgebra e geometria.

2º) Achamos inteiramente insuficiente o número de aulas disponíveis para que êste programa possa ser dado como deve.

Eleonora Lobo Ribeiro

ELEONORA LOBO RIBEIRO



EXP046
P040

Rio de Janeiro, 4 de agosto de 1960
Centro de Matemática e Física

Caro colega,

Quando foi ventilada a idéia de criar-se no C.Ap. um centro de matemática e física, pelos professôres das referidas matérias, um grupo de alunos de diversas turmas propôs-se a organizar seus regulamentos. Nada mais acertado do que compor a 1ª Diretoria do centro com êstes elementos, que eram os mais entrosados com as finalidades da nova entidade. Sendo assim a diretoria ficou composta de:

Diretor ....: Bruno Del Bianco
Vice-Diretor ....: Ugo Marotta
Tesoureiro ....: Luiz Mota
Secretária ....: Ana Maria de Araujo
Encarregado do material.: Enio Perelberg

Representantes :

4ª série ....: Ana Maria de Araujo
1º científico ....: Enio Perelberg
2º " ....: Sergio Hokis
3º " ....: Ugo Marotta
1º clássico ....: Julio Celso Ramos
2º " ....: Leonardo Castilho
3º " ....: Ana Maria Larqué

Coordenadora de Matemática : Eleonora Lobo Ribeiro
Coordenadora de Física : Elza Vieira de Souza Teixeira
Licenciando de Matemática : Leon Jordan Filho
Licenciando de Física : Anselmo Salles Paschoa

Cumpre-nos ainda o dever de citar os nomes de Mario Marcial e Luis Carlos Tornaghi, que mesmo não fazendo parte da diretoria muito colaboraram para a elaboração dos regulamentos e primeiras atividades do Centro.

Por outro lado, muito em breve, traremos ao seu conhecimento os regulamentos do centro, assim como o programa de atividades para o 2º semestre dêste ano. Constará principalmente de visitas, excursões, experiências e a ajuda mútua entre os alunos das diversas turmas nas dificuldades que possam encontrar em matemática ou física. Como podem ver, e como poderão ver ainda melhor no programa de atividades, êle reúne o útil ao agradável; porém sem a sua colaboração, como material humano, nada poderá ser feito e outras boas idéias e programações serão desperdiçadas.

Esperando que em momento algum nos falte a sua preciosa colaboração e, que o programa de atividades venha lhe agradar, contamos com novas sugestões e qualquer crítica construtiva.

Pela Diretoria - Bruno Del Bianco

ffb/60

EXPOSIÇÃO
1960

CENTRO DE MATEMÁTICA E FÍSICA DO C.Ap.
Programa para o 2º semestre
de 1960

Horário para tirar dúvidas:
(qualquer série)

Mês	dia
Agôsto	8
Setembro	10
Outubro	8
Novembro	12 e 19

Demais atividades
(para 4ª série e 2º ciclo)

Agôsto

Dia 13 — Palestra sôbre o uso de material didático.
Prof. Osvaldo Assis Gomes.

Dias 20 e 27 — Aulas de Física preparatórias para a visita a Escola de Eletrônica do Exército.
Prof. Elza Vieira - Maria de Lourdes Medeiros e licenciandos de Física.

Visitas do mês:
(em data a ser fixada)
1) Exposição de Física nuclear.
2) Escola de Eletrônica do Exército.

Setembro

Dia 3 — Film de Física nuclear: Nosso amigo " O Átomo"

Dias 17 e 24 — Treino de manejo de réguas de cálculo.
Prof. Roberto Bethlem e licenciando de matemática.

Visitas do mês:
(em data a ser fixada)
1) Instalações de Física e ao Cérebro Eletrônico da P.U.C.

Outubro

Dia 1 — Filme de matemática sôbre polígonos.

Dia 22 — Preparação para a visita ao Observatório Nacional.
Prof. Luís Eduardo.

Dia 29 — Interessantes experiências no Laboratório de Física do C.Ap.
Prof. Elza Vieira - Maria de Lourdes Medeiros e licenciandos de Física.

Visitas do mês:
(em data a ser fixada)
Observatório Nacional.

Novembro

Dia 5 — Filme de Física (a ser escolhido)

Dia 26 — Maratonas de matemática entre as seguintes turmas do 1º ciclo
2ª séries .... A e D
2ª " .... B e C
3ª " .... A e B
Local: Auditório do C.Ap.

Nota: 1º) Só poderão fazer as visitas programadas os alunos que só tiverem inscrito com antecedência e os que tiverem assistido as aulas preparatórias. Na falta de uma destas duas condições o aluno não poderá participar da visita.

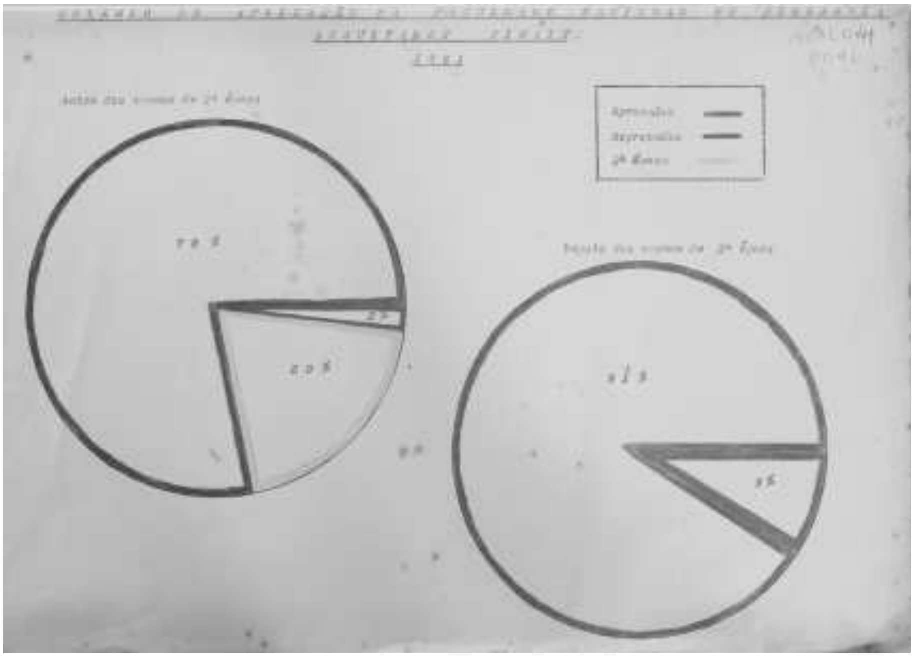
2º) Qualquer alteração na programação, será notificada aos representantes das diversas turmas.

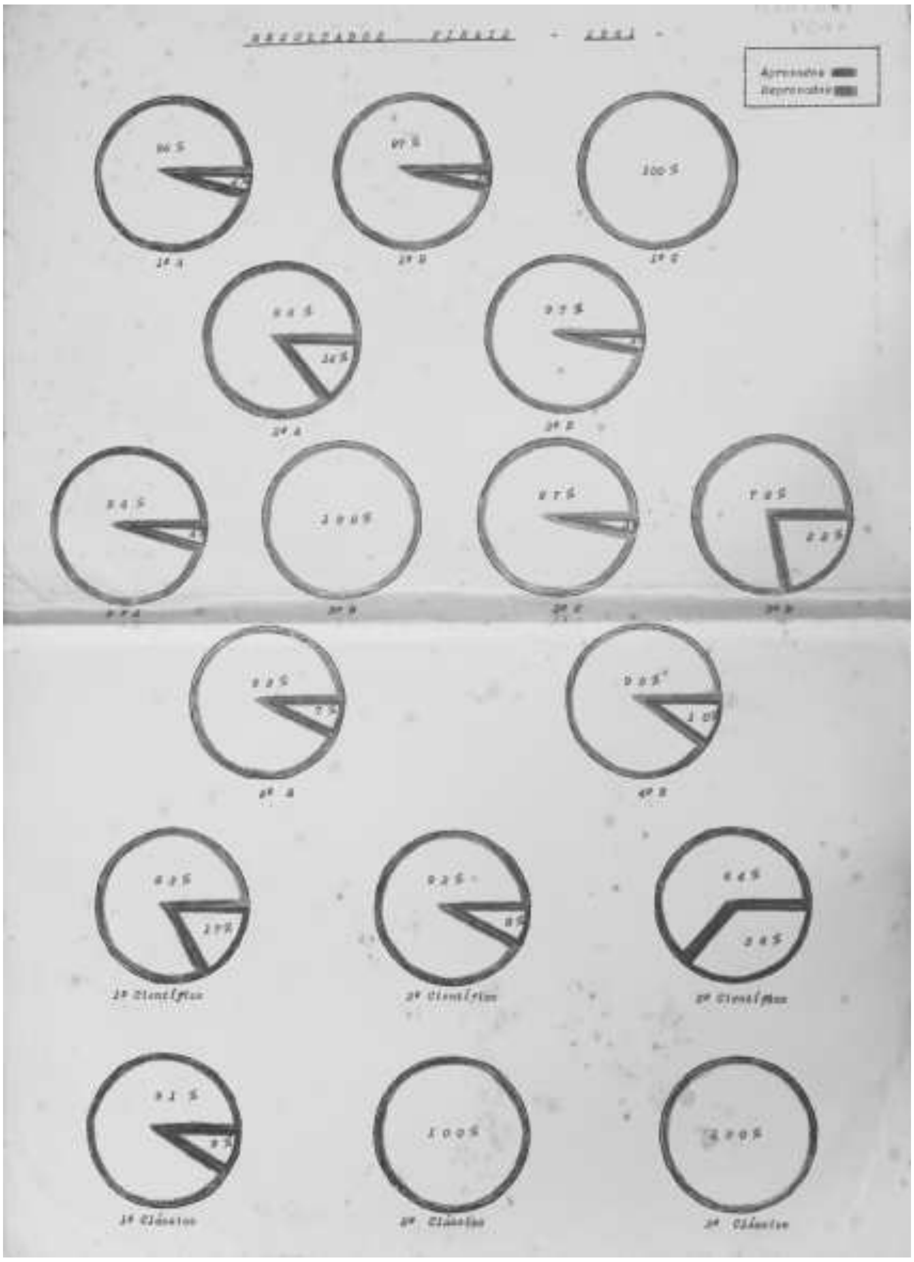
Desde já, esperando que o programa lhe tenha agradado, e contando com a sua prestimosa colaboração, agradece

A DIRETORIA - Bruno Del Bianco

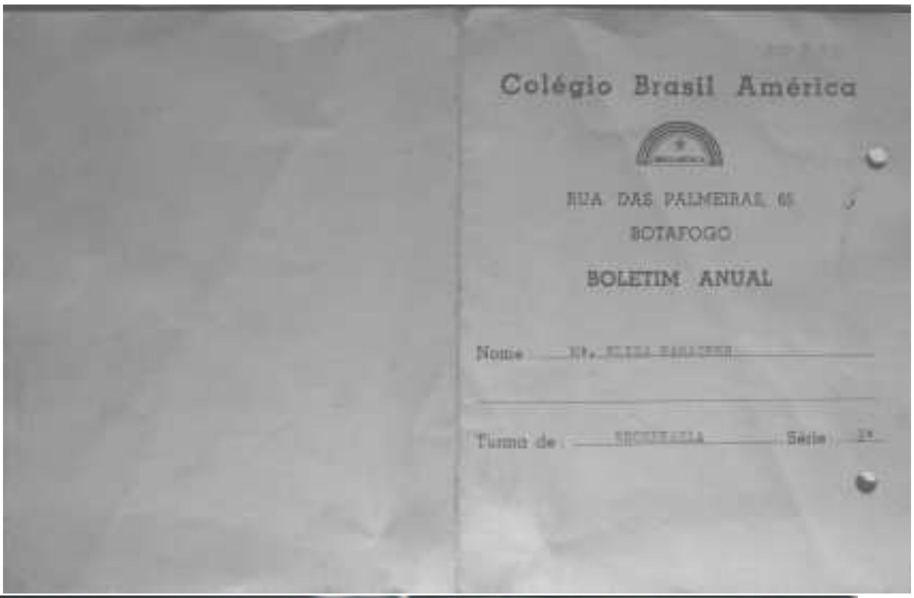
Bruno del Bianco

FTR/60





ANEXO E – Cursinhos e Convenios



Colégio Brasil América

RUA DAS PALMEIRAS, 65

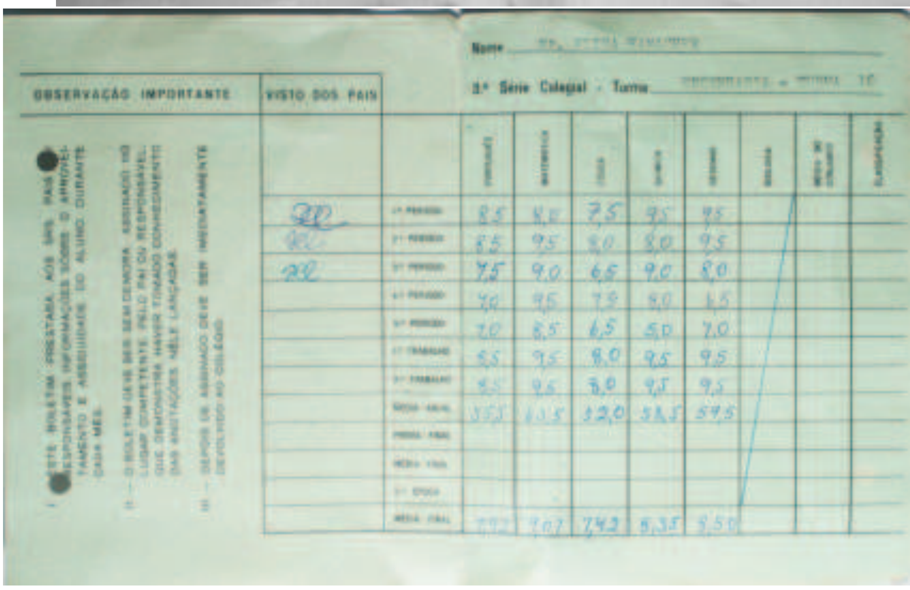
BOTAFOGO

BOLETIM ANUAL

Nome

Turma de

Série



Nome

3ª Série Colegial - Turma

OBSERVAÇÃO IMPORTANTE

VISTO DOS PAIS

1º PERÍODO	8,5	8,0	7,5	9,5	9,5			
2º PERÍODO	8,5	9,5	8,0	8,0	9,5			
3º PERÍODO	7,5	9,0	6,5	9,0	8,0			
4º PERÍODO	7,0	9,5	7,5	8,0	6,5			
5º PERÍODO	7,0	8,5	6,5	5,0	7,0			
1º TRABALHO	5,5	9,5	8,0	9,5	9,5			
2º TRABALHO	9,5	9,5	8,0	9,5	9,5			
MÉDIA ANUAL	55,5	63,5	52,0	58,5	59,5			
PROVA FINAL								
MÉDIA FINAL								
2ª ÉPOCA								
MÉDIA FINAL	7,92	9,07	7,43	8,35	8,50			

ANEXO F – Estudos Dirigidos e Provas

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO
DATA: 26-8-69
ALUNO: Lilian Krakowski TURMA: 2ª [illegible]

1- Seja p a proposição "José é rico" e q a proposição "Faz frio". Escreva as proposições:

a) $\sim(\sim p)$ José é rico.

b) $p \wedge q \longrightarrow p$ Se José é rico e faz frio, então José é [illegible]

c) $p \longleftrightarrow q \vee p$ José é rico, se e somente se faz frio ou José é [illegible]

2- Construa a tabela de valôres lógicos da proposição:

$$(p \wedge q) \wedge [\sim p \vee q]$$

3- Prove:

$$[(p \wedge q) \longrightarrow r] \Longleftrightarrow [(p \longrightarrow r) \vee (q \longrightarrow r)]$$

4- Prove a tautologia:

$$(p \longrightarrow q) \wedge \sim q \longrightarrow \sim p$$

5- Verifique se é tautologia:

$$(r \wedge s) \vee (r \wedge p) \longrightarrow (r \longrightarrow s \vee p) \wedge \sim p$$

Não

6- Verifique se é contradição:

$$s \wedge (p \vee t) \longleftrightarrow \sim p \wedge [(\sim s \vee \sim t) \longrightarrow s]$$

7- Prove que $p \longrightarrow q \wedge t$ é consequência lógica de $(p \longrightarrow q) \wedge (p \longrightarrow t)$

8- Definindo $p * q$ através da tabela de valôres lógicos:

p	q	p * q
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Prove que:

$$[\sim(p * q) \wedge p] \longrightarrow q \Longleftrightarrow \sim(p \wedge \sim q)$$

9- Determinar o valor-verdade das seguintes proposições, onde x, y, z pertencem ao conjunto dos números reais:

a) $\forall x, \quad |x| = x$ F

b) $\exists (x, y), \quad x^2 + y = y^2 + x$ V

c) $\exists (x, y, z), \quad x + y + z = 100$ V

10) Quantifique as variáveis das seguintes funções proposicionais a fim de obter proposições verdadeiras. Considere que as variáveis pertencem ao conjunto dos inteiros maiores que zero.

a) $x^2 - y = 0 \vee y$ é par $\exists [x / x \geq par]$

b) $3t < 2$ $\forall t / t$ $\exists [t \mid 3t < 2]$

11) Seja o conjunto universal $U = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ e seja $A = \{a, b, c, d, e\}$ $B = \{a, c, e, g\}$ e $C = \{b, e, f, g\}$

Achar:

a) $A \cup C$ f) $B' \cup C$

b) $B \cap A$ g) $(A - C)'$

c) $C - B$ h) $C' \cap A'$

d) B' i) $(A - B')'$

e) $A' - B$ j) $(A \cap A')'$

12) Trace o diagrama de Venn para os três conjuntos não vazios A, B, C de tal maneira que A, B, C tenham as seguintes propriedades:

a) $A \subset B, \quad C \subset B, \quad A \cap C = \emptyset$

b) $A \subset B, \quad C \not\subset B, \quad A \cap C \neq \emptyset$

c) $A \subset C, \quad A \neq C, \quad B \cap C = \emptyset$

d) $A \subset (B \cap C), \quad B \subset C, \quad C \neq B, \quad A \neq C$

13) Determine:

a) $U \cup A$ d) $\emptyset \cap A$ g) $U \cap A$ j) $\emptyset \cup A$

b) $A \cup A$ e) $A' \cap A$ h) $A' \cup A$

c) $\emptyset'$ f) U' i) $A \cap A$

14) Provar:

a) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

b) $(A - B) \cap B = \emptyset$

15) Dados:

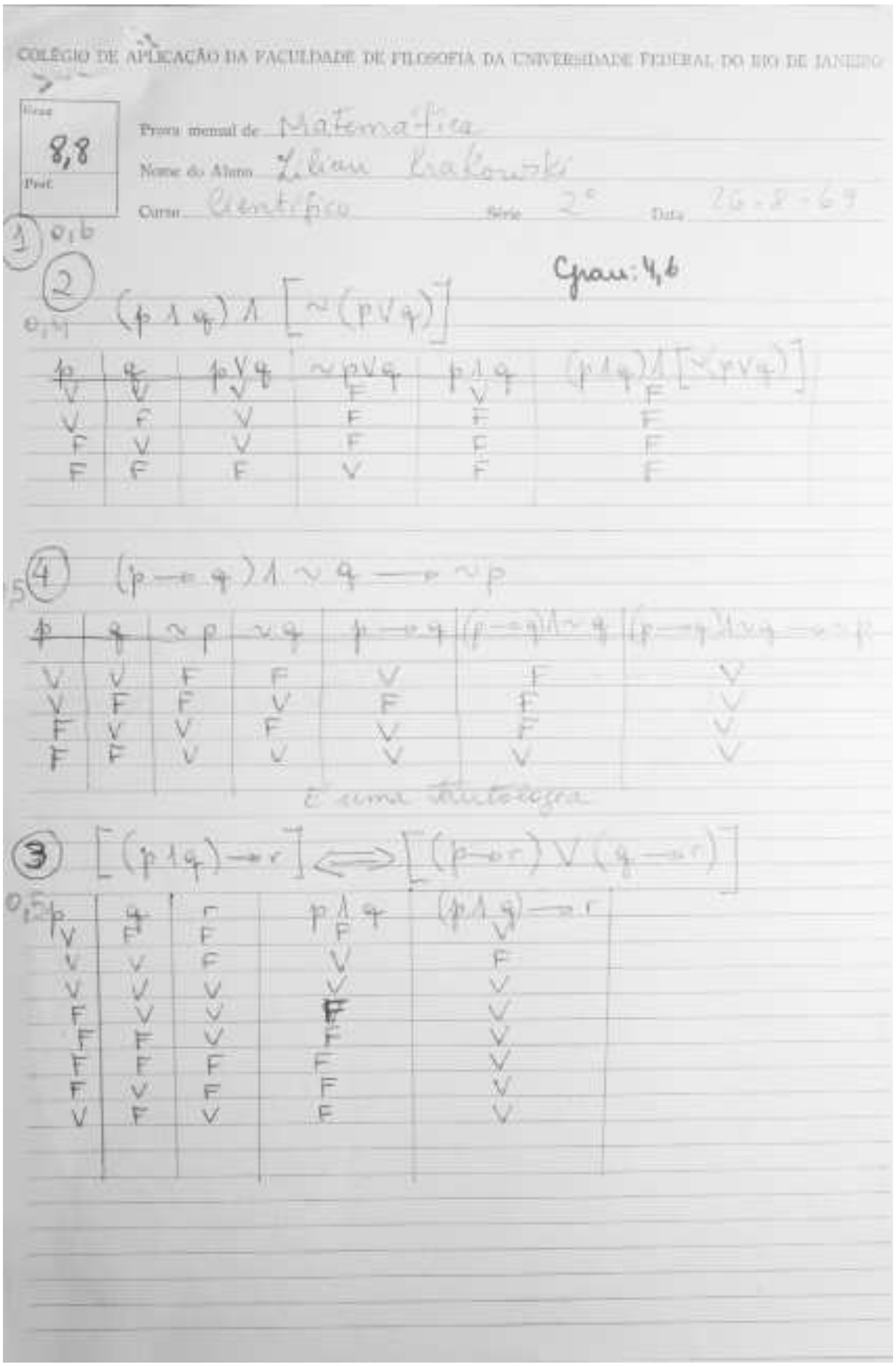
$A = \{x \in R \mid x - 2 = 1\}$

$B = \{x \in R \mid (x^2 - 3x - 2 = 0) \wedge (x - 1 = 0)\}$

Determinar:

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$



COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE FILOSOFIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Grau: 8,8

Prof.

Prova mensal de Matemática

Nome do Aluno Lilian Krakowski

Curso Científico Série 2º Data 26-8-69

1) 0,6

Grau: 4,6

2) 0,4 $(p \wedge q) \wedge [\sim(p \vee q)]$

p	q	$p \vee q$	$\sim p \vee q$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge [\sim(p \vee q)]$
V	V	V	F	V	F
V	F	V	F	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	F	V	F	F

,5 4) $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$
V	V	F	F	V	F	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V

É uma tautologia

3) $[(p \wedge q) \rightarrow r] \Longleftrightarrow [(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)]$

0,5

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow r$
V	F	F	F	V
V	V	F	V	F
V	V	V	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	V
F	V	F	F	V
V	F	V	F	V

p	q	r	$p \to r$	$q \to r$	$(p \to r) \vee (q \to r)$
V	F	F	F	V	V
V	V	F	F	F	F
V	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V
F	V	F	V	F	V
V	F	V	V	V	V

Está demonstrada a equivalência porque as tabelas de valores lógicos são iguais em ambas as proposições

0,5

5 $(r \wedge s) \vee (r \wedge p) \to (r \to s \vee p) \wedge \sim p$

r	s	p	$r \wedge s$	$r \wedge p$	$s \vee p$	$\sim p$	$(r \wedge s) \vee (r \wedge p)$	$r \to s \vee p$
V	F	F	F	F	F	V	F	F
V	V	F	V	F	V	V	V	V
V	V	V	V	V	V	F	V	V
F	V	V						
F	F	V						
F	F	F						
F	V	F						
V	F	V						

$(r \to s \vee p) \wedge \sim p$	$(r \wedge s) \vee (r \wedge p) \to (r \to s \vee p) \wedge \sim p$
F	V
V	V
F	F

não é tautologia

0,5

6 $s \wedge (p \vee t) \leftrightarrow \sim p \wedge [(\sim s \vee \sim t) \to s]$

s	p	t	$p \vee t$	$\sim p$	$\sim s$	$\sim t$	$\sim s \vee \sim t$	$(\sim s \vee \sim t) \to s$	$\sim p \wedge [(\sim s \vee \sim t) \to s]$
V	F	F	F	V	F	V	V	V	~~V~~
V	V	F	V	F	F	V	V	V	F
V	V	V	V	F	F	F	F	V	F
F	V	V	V	F	V	F	V	F	~~F~~
F	F	V	V						
F	F	F	F						
F	V	F	V						
V	F	V	V						

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE FILOSOFIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Grau

Prof.

Prova mensal de Matemática

Nome do Aluno Lilian Lakowski

Curso Científico Série 2ª Data 26-8-69

2 continuação da questão 6

$s \wedge (p \vee t)$	$s \wedge (p \vee t) \to \sim p \wedge [(\sim s \vee \sim t) \to s]$
F	F
V	F
V	F
F	V — não é contradição

0,5

7 $(p \to q) \wedge (p \to t) \to (p \to q \wedge t)$

se for tautologia, $p \to q \wedge t$ é consequência lógica de $(p \to q) \wedge (p \to t)$

p	q	t	$p \to q$	$p \to t$	$q \wedge t$	$p \to q \wedge t$	$(p \to q) \wedge (p \to t)$	[illegible]
V	F	F	F	F	F	F	F	V
V	V	F	V	F	F	F	F	V
V	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	F	V

Está provado que $p \to q \wedge t$ é consequência lógica de $(p \to q) \wedge (p \to t)$

8

0,5

p	q	$p \veebar q$	$\sim(p \veebar q)$	$(\sim p \veebar q) \wedge p$	$(\sim p \veebar q) \wedge p \to q$
V	V	F	V	V	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	F	V

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim(p \wedge \sim q)$
V	V	F	F	V
V	F	V	V	F
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V

Existe equivalência porque as tabelas de valores lógicos das duas proposições são iguais

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA U.F.R.J.

2ª ANO CIENTIFICO = ESTUDO DIRIGIDO INTRODUÇÃO À TEORIA DOS CONJUNTOS

PROFESSOR:

ALUNO:

ESTUDO DIRIGIDO

1 - RESERVAR OS CONJUNTOS UTILIZANDO-SE DE UMA PROPRIEDADE CARACTERÍSTICA DÊLES.

a) Os rios do Brasil
b) Conjunto formado pelos países das Nações Unidas.
c) O conjunto formado pelas letras: a,b,c,d,e soluções (3 soluções)

2 - RESCREVA AS SEGUINTES PROPOSIÇÕES USANDO A NOTAÇÃO DE CONJUNTO

a) se não pertence a A
b) D é um elemento de E
c) F não é um subconjunto de C

3 - SEJA M = {r, s, t} Diga-se cada uma das quatro proposições abaixo está certa ou errada.
Se uma delas estiver errada, diga por que.

a) R M -
b) R M -
c) {R} E M -

4 - QUAIS DÊSTES CONJUNTOS SÃO FINITOS..

a) Os meses do ano
b) {1, 2, 3... 99,100}
c) As pessoas que habitam a terra
c) X X é par
e) 1, 2, 3...

5 - QUAIS DÊSTES CONJUNTOS SÃO IGUAIS R, T, S ; R, T, R, S ; T, S, T, R
S, R, S, T ?

6) - QUAIS DÊSTES CONJUNTOS SÃO IGUAIS ?

1) - X X é uma letra da palavra "AROMA"
2) - AS LETRAS QUE APARECEM NA PALAVRA "AMOR"
3) - X X é uma letra na palavra "ROMA"
4) - As letras: a, r, o e m

7 - QUAIS OS SEGUINTES CONJUNTOS SÃO DIFERENTES:

$\emptyset$, {0} ; {$\emptyset$} ?

8 - QUAIS DÊSTES CONJUNTOS SÃO CONJUNTOS NULOS ?

1) A = {X | X é uma letra antes de a no alfabeto} A = $\emptyset$
2) B = {X | (X^2 = 9) e (2 x =)}
3) C = {X | X $\neq$ X}
4) D = {X | X + 8 = 8} =

\- segue -

FÔLHA 1

[illegible]

[illegible] 2/10/69

Nome do aluno: [illegible]

Grau: 8,4

1ª questão: Complete os claros da justificativa apresentada abaixo de que a proposição: $\forall r, s, t, (r // s) \wedge (s \times t) \rightarrow r \times t$, é falsa.

Justificativa

2,5 1. $r // s \rightarrow (r = s) \vee ((r \cap s = \emptyset) \wedge \exists \pi / (r \subset \pi) \wedge (s \subset \pi))$

2. 1º caso: $(r = s) \wedge (s \times t) \rightarrow r \times t$

3. 2º caso: $((r \cap s = \emptyset) \wedge \exists \pi / (r \subset \pi) \wedge (s \subset \pi)) \wedge (s \times t)$

3.1. Consideremos a tautologia $(t \subset \pi) \vee (t \not\subset \pi)$

3.2 1ª parte: $(t \subset \pi)$

3.2.1. $(t \subset \pi) \wedge (s \times t) \wedge ((r // s) \wedge (r \subset \pi) \wedge (s \subset \pi)) \rightarrow r \times t$

pois r, s, t são [illegible]

3.3. 2ª parte: $(t \not\subset \pi)$

3.3.1. $(s \subset \pi) \wedge (t \not\subset \pi) \wedge (s \times t) \rightarrow t \times \pi$

3.3.2 $(s \times t) \rightarrow \exists A / s \cap t = \{A\}$ $s \subset \pi$

3.3.3. $(A \in s) \wedge (s \subset \pi) \rightarrow A \in \pi$ $s \cap r = \emptyset$

3.3.4. $(A \in s) \wedge (\cancel{r \not\subset s}) \rightarrow A \notin r$

3.3.5. $(\cancel{t \not\subset \pi}) \wedge (A \in \pi) \wedge (A \in t) \rightarrow \{A\} = t \cap \pi$

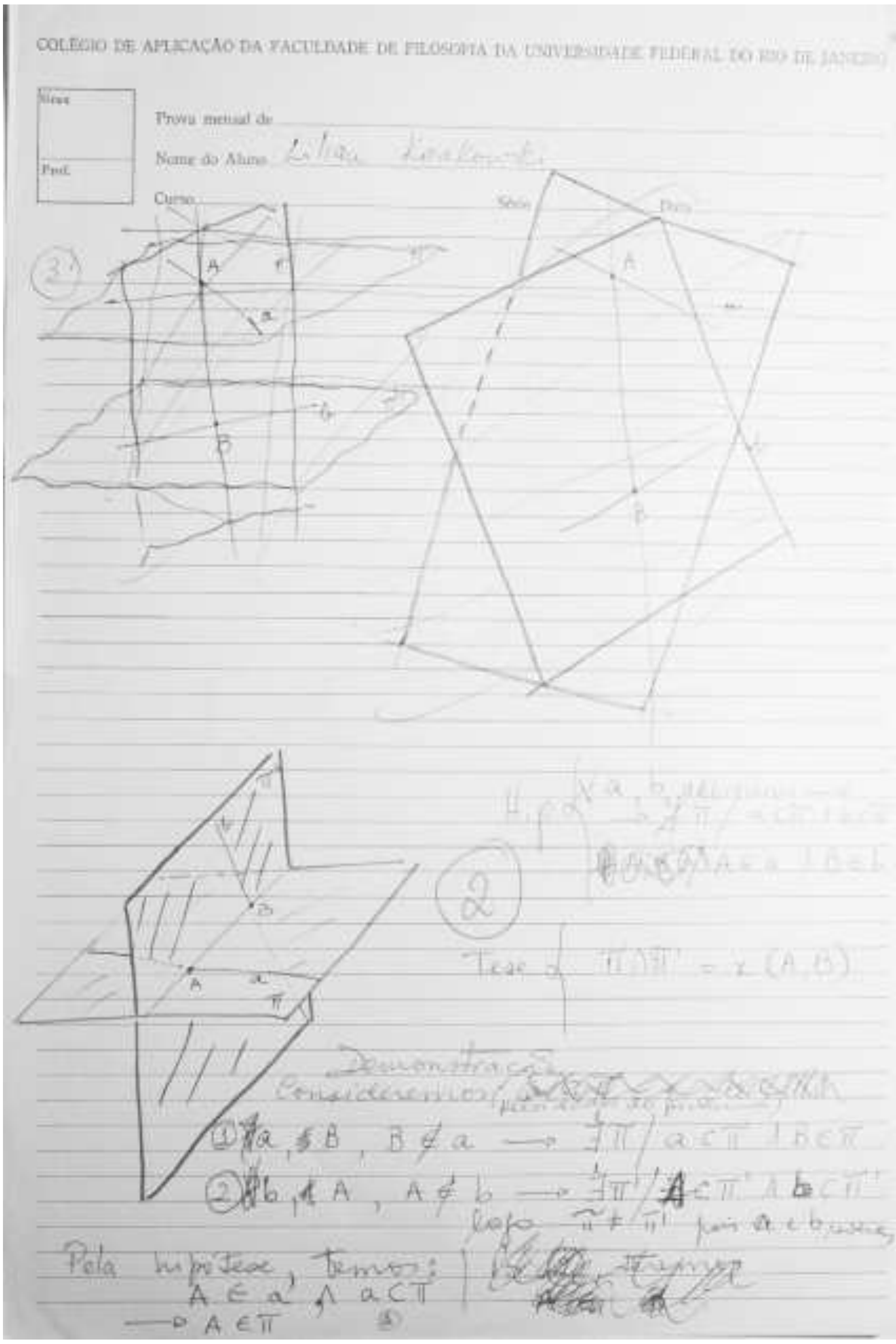
3.3.6. $(A \notin r) \wedge (r \subset \pi) \wedge (t \cap \pi = \{A\}) \rightarrow r \cap t = \emptyset$

3.3.7 $(r \subset \pi) \wedge (t \times \pi) \wedge (r \cap t = \emptyset) \rightarrow r$ e t reversas

3.3.8 A proposição é falsa (item 7)

2ª questão: Demonstre, por absurdo, que: "Se duas retas
3 r e s são reversas e r está contida no plano π,
então, ou s é secante a π ou s e π não possuem
ponto comum."

4,9



COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE DE FILOSOFIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Nota
Prof.
Prova mensal de
Nome do Aluno
Curso
Série
Data
3)
A
B
a
b
π
π'
2
Tese { π ∩ π' = r (A, B)
Demonstração
Consideremos:
① ∀a, ∀B, B ∉ a → ∃π / a ⊂ π
② ∀b, ∀A, A ∉ b → ∃π' / A ∈ π'
Logo π ≠ π'
Pela hipótese, temos:
A ∈ a ∧ a ⊂ π
→ A ∈ π ③

Temos ainda, pela consideração (2), que

$A \in \pi'$ $\therefore$ $\boxed{A \in \pi \wedge \pi'}$ (I)

Pela hipótese, teremos:

$B \in b \wedge b \subset \pi' \Rightarrow B \in \pi'$ e pela consideração (1),

temos que $B \in \pi$ $\therefore$ $B \in \pi \wedge \pi'$ (II)

Se temos $A \in \pi \wedge \pi'$ $\wedge$ $B \in \pi \wedge \pi'$ $\therefore$

$\times (A, B) \in \pi \wedge \pi'$ CQD

dois pontos determinam uma única reta

3) 1, 6
5
5) 0 1
5
2) 0 1
4) 0
3) 2 4, 6

18/9/69

Lilian Krakowski

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA UFRJ.
VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM. SÉRIE: 2º ANO CIENT.
DATA: 18.9.69 HORÁRIO: 10h30min a 11h20min

16

1ª QUESTÃO: Indicar com V ou F as proposições respectivamente verdadeiras ou falsas:

a) Três pontos A, B, C distintos determinam um único plano. V
b) Existe um e um só plano que contém um triângulo dado. V
c) Se duas retas distintas não são paralelas elas são concorrentes. F
d) Se a interseção de duas retas é um conjunto vazio, elas são paralelas. F
e) A condição $a \cap b = \emptyset$ é necessária para que a e b sejam reversas. V
f) A condição $a \cap b = \emptyset$ é suficiente para que a e b sejam reversas. F
g) Um ponto A e uma reta r determinam um único plano.
h) Se duas retas são secantes existe um único plano que as contém. V
i) Se quatro pontos são três a três não colineares então êles são não coplanares. F
j) Se quatro pontos são não coplanares então são três a três não colineares. V

2ª QUESTÃO: Prove que:
$\forall r, s, t; (r, s, t \subset \pi): (r // s) \wedge (s \not\parallel t) \rightarrow r \not\parallel t$

3ª Questão: Sejam os pontos A e B pertencentes, respectivamente, às retas reversas a e b. Demonstre que a interseção dos planos $\alpha(A, b)$ e $\alpha(B, a)$ é a reta $x(A, B)$.

4ª QUESTÃO: Mostre que num mesmo plano π a relação de paralelismo é uma relação de equivalência.

5ª QUESTÃO: Seja $r // s$ e $r \subset \pi$. Mostre que $s // \pi$.

Estudo Dirigido

I) Seja $r // \pi$. Prove que $(r \subset \pi_1) \wedge (\pi_1 \cap \pi \neq \phi) \rightarrow (\pi_1 \cap \pi) // r$.

Hip $\{ r // \pi$ $\qquad$ Tese $\{ (r \subset \pi_1) \wedge (\pi_1 \cap \pi \neq \phi) \rightarrow (\pi_1 \cap \pi) // r$

1°) $r \subset \pi$

$r \subset \pi_1 \wedge r \subset \pi \rightarrow r \subset (\pi \cap \pi_1) \rightarrow r = (\pi \cap \pi_1) \rightarrow$

$r // (\pi_1 \cap \pi)$

2°) $r \not\subset \pi \rightarrow r \cap \pi = \phi$ (pois $r // \pi$ p/ hip)

$r \subset \pi_1$ (p/ h) e $(\pi \cap \pi_1) \subset \pi_1$. Então são coplanares. Logo são paralelas ou secantes. Suponhamos, por absurdo, que são secantes

Então

$(\pi \cap \pi_1) \times r \rightarrow \exists D / D \in (\pi \cap \pi_1) \wedge r \rightarrow D \in \pi$

$D \in \pi \wedge D \in r \rightarrow D \in \pi_1 \wedge D \in (\pi \cap r) \rightarrow \pi \cap r \neq \phi$

o que contraria a hip. Logo $(\pi \cap \pi_1) // r$

C.q.d.

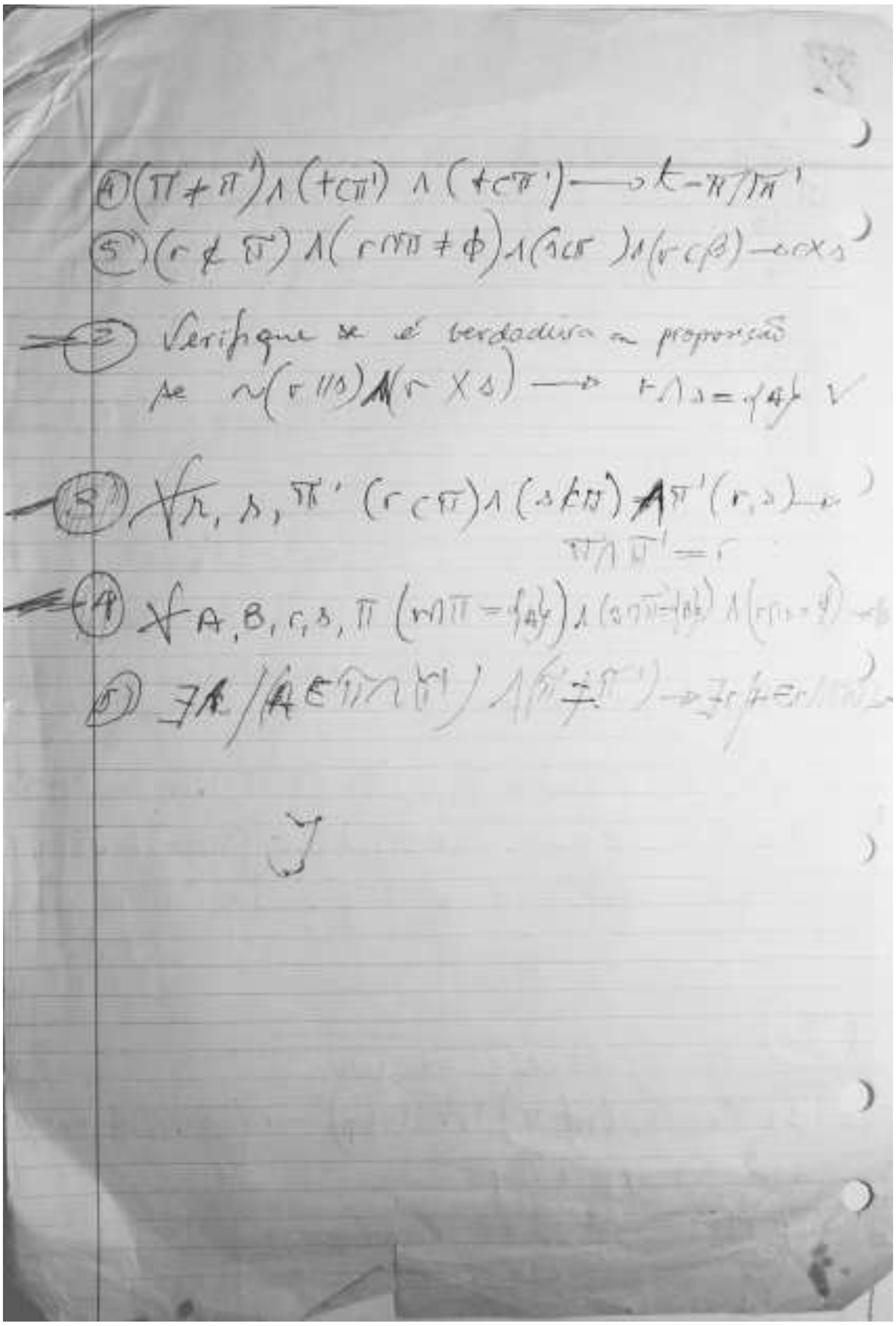
II)

Estudo dirigido

1) $(r - s) \wedge (r \not\subset \pi) \wedge (r \cap \pi \neq \phi) \rightarrow (s \not\subset \pi) \wedge (s \cap \pi \neq \phi) \rightarrow s \not\parallel \pi$

2) $(r \subset \pi) \wedge (s \not\subset \pi) \wedge (\pi \neq \pi') \rightarrow \pi \cap \pi' \neq \phi$

3) $(s \subset \pi') \wedge (s \not\subset \pi) \wedge (\pi \cap \pi' \neq) \rightarrow s \cap \pi \neq \phi$



(4) $(\pi \neq \pi') \wedge (t \subset \pi') \wedge (t \subset \pi') \longrightarrow t = \pi / \pi'$

(5) $(r \not\subset \pi) \wedge (r \cap \pi \neq \phi) \wedge (s \subset \pi) \wedge (r \subset \beta) \longrightarrow r X s$

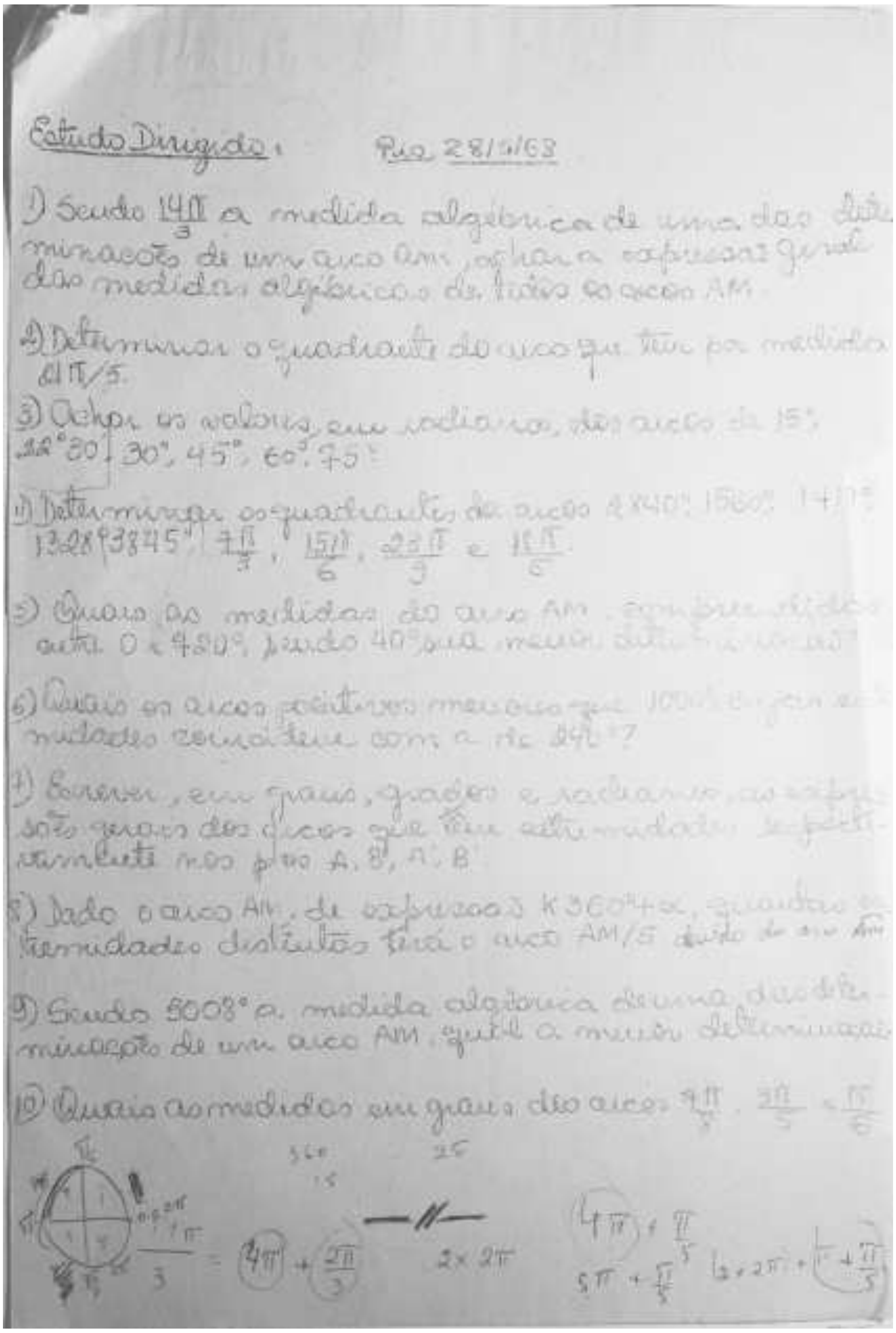
(2) Verifique se é verdadeira a proposição
se $\sim(r \parallel s) \wedge (r X s) \longrightarrow r \cap s = \{A\}$ V

(3) $\forall r, s, \pi' \ (r \subset \pi) \wedge (s \subset \pi) \wedge \pi'(r, s) \longrightarrow$
$\pi \cap \pi' = r$

(4) $\forall A, B, r, s, \pi \ (r \cap \pi = \{A\}) \wedge (s \cap \pi = \{B\}) \wedge (r \cap s = \phi) \longrightarrow$

(5) $\exists A / A \in \pi \cap \pi' \wedge (\pi \neq \pi') \longrightarrow \exists r / r \in \pi \cap \pi'$

J


Estudo Dirigido: Rio 28/5/63

1) Sendo $\frac{14\pi}{3}$ a medida algébrica de uma das determinações de um arco AM, achar a expressão geral das medidas algébricas de todos os arcos AM.

2) Determinar o quadrante do arco que tem por medida 41π/5.

3) Achar os valores em radianos, dos arcos de 15°, 22°30', 30°, 45°, 60°, 75°.

4) Determinar os quadrantes dos arcos 2840°, 1560°, 1417°, 1328°3845", $\frac{7\pi}{3}$, $\frac{15\pi}{6}$, $\frac{23\pi}{9}$ e $\frac{11\pi}{6}$.

5) Quais as medidas do arco AM, compreendidas entre 0 e 420°, sendo 40° sua menor determinação?

6) Quais os arcos positivos menores que 1000° cujas extremidades coincidem com a de 242°?

7) Escrever, em graus, grados e radianos, as expressões gerais dos arcos que têm extremidades respectivamente nos pontos A, B, A', B'.

8) Dado o arco AM, de expressão K360°+α, quantas extremidades distintas terá o arco AM/5 dado do arco AM

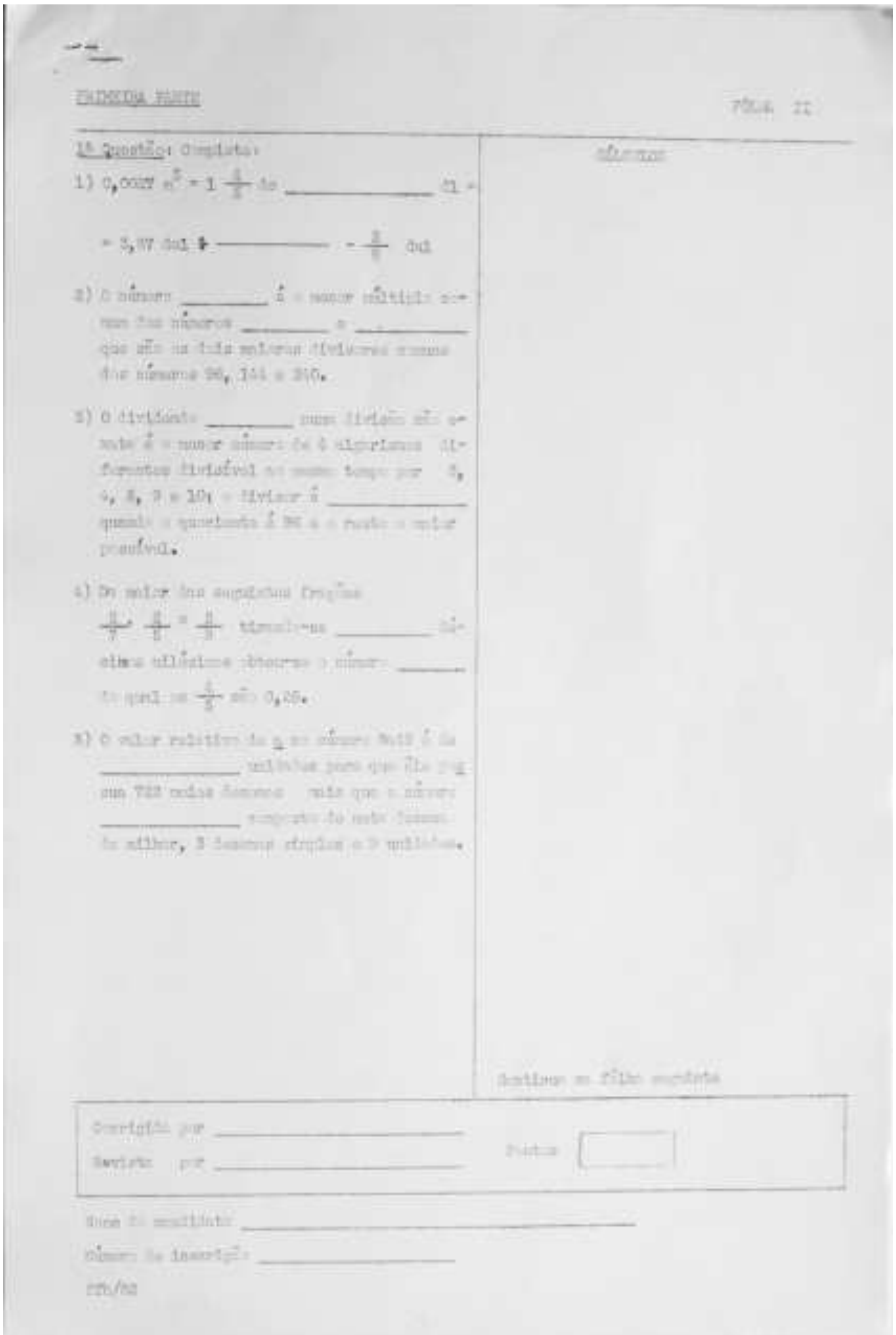
9) Sendo 5008° a medida algébrica de uma das determinações de um arco AM, qual a menor determinação

10) Quais as medidas em graus dos arcos $\frac{7\pi}{3}$, $\frac{3\pi}{5}$ e $\frac{\pi}{6}$

$\frac{7\pi}{3} = 4\pi + \frac{2\pi}{3}$ 2× 2π

$4\pi + \frac{\pi}{5}$ $5\pi + \frac{\pi}{5}$ $2 \cdot 2\pi + \pi + \frac{\pi}{5}$

ANEXO G – Exame de Admissão



PRIMEIRA PARTE — FÔLHA II

1ª Questão: Complete:

CÁLCULOS

1) 0,0027 m^3 = 1 [illegible] ______ [illegible]

= 5,?? dal [illegible] ______ [illegible] dal

2) O número ______ é o menor múltiplo comum dos números ______ e ______ que não se [illegible] dos números 96, 111 e [illegible].

3) O dividendo ______ numa divisão não exata é o menor número de 4 algarismos diferentes divisível ao mesmo tempo por 3, 4, 5, 9 e 10; o divisor é ______ quando o quociente é 90 e o resto o maior possível.

4) Da soma das seguintes frações [illegible] tirando-se ______ décimos milésimos obtem-se o número ______ do qual os [illegible] são 0,[illegible].

5) O valor relativo de 5 no número [illegible] é de ______ unidades para que êle [illegible] mais [illegible] que o número ______ composto de [illegible] dezenas de milhar, 5 dezenas simples e 8 unidades.

Continue na fôlha seguinte

Corrigido por ______

Revisto por ______

Pontos

Nome do candidato ______

Número de inscrição ______

[illegible]

SEGUNDA PARTE FÔLHA III

Resolver a expressão seguinte e dê o resultado final o mais simples possível.

Observação: Só será considerada a expressão cujo desenvolvimento for indicado.

$$2 + 3 \times \frac{1}{3} - \left(0,\overline{333333}\ldots \times 7 \frac{3}{[illegible]} + \frac{1}{1 \frac{1}{[illegible]}} \right) =$$

Cálculos

Resposta

Continua na fôlha seguinte

Corrigida por ______________________

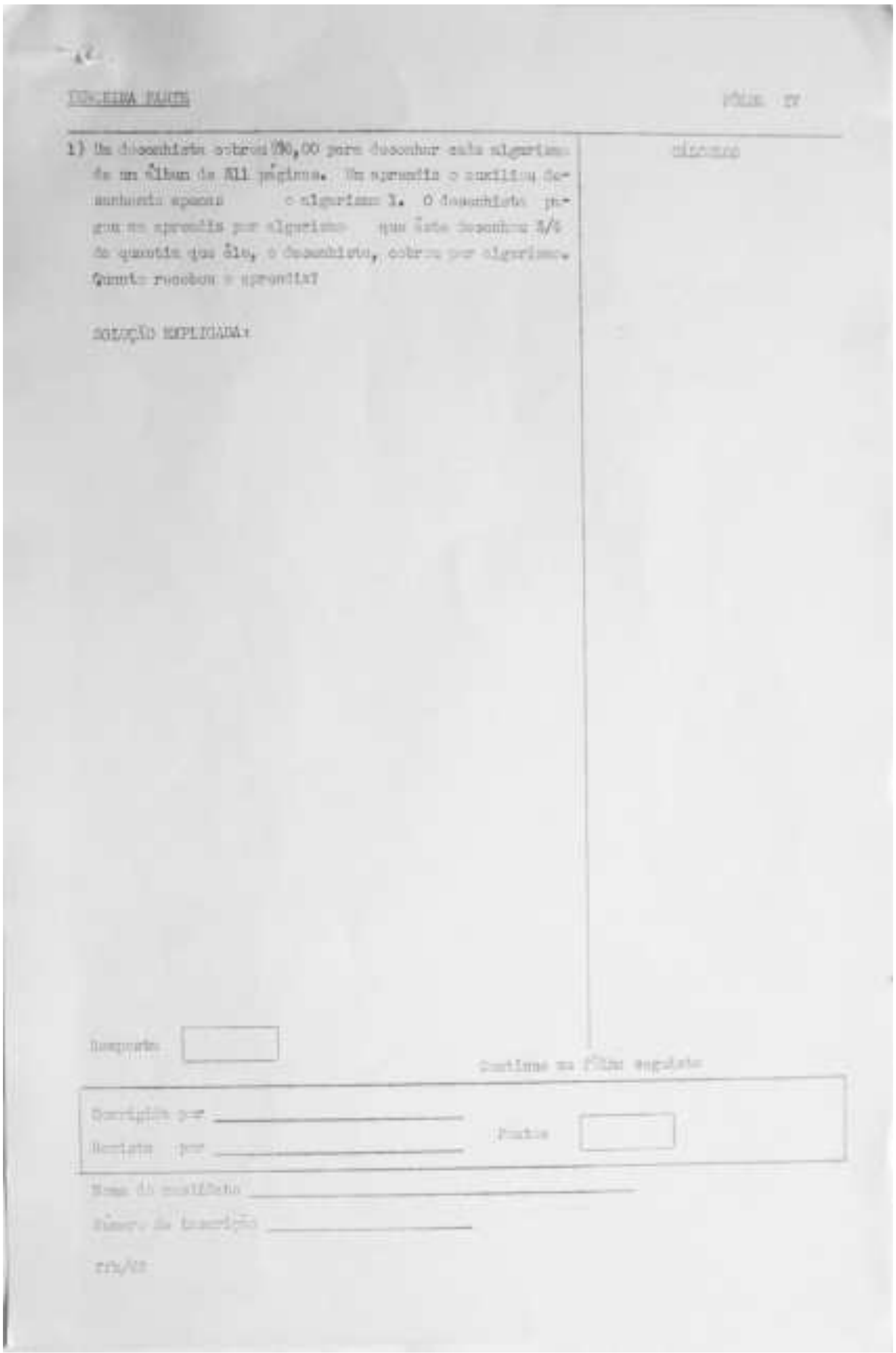
Revista por ______________________

Pontos

Nome do candidato ______________________

Número de Inscrição ______________________

FFL/02



TERCEIRA PARTE

FÔLHA IV

1) Um desenhista cobrou [illegible]0,00 para desenhar cada algarismo de um álbum de 811 páginas. Um aprendiz o auxiliou desenhando apenas o algarismo 1. O desenhista pagou ao aprendiz por algarismo que êste desenhou 3/4 da quantia que êle, o desenhista, cobrou por algarismo. Quanto recebeu o aprendiz?

SOLUÇÃO EXPLICADA:

CÁLCULOS

Resposta

Continue na fôlha seguinte

Corrigida por ____________________

Revista por ____________________

Pontos

Nome do candidato ____________________

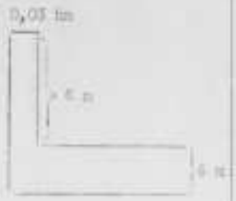
Número de inscrição ____________________

[illegible]

TERCEIRA PARTE (continuação) FÔLHA 7

2) Uma varanda tem a forma de um L como mostra a figura. O perímetro da varanda é de 4 400 centímetros. O chão vai ser recoberto com ladrilhos retangulares cujas medidas são 0,015 dam e 2 dm. Quantos ladrilhos serão necessários?

SOLUÇÃO EXPLICADA



CÁLCULOS

Resposta

Continue na fôlha seguinte

Corrigido por ____________________

Revisto por ____________________ Pontos

Nome do candidato ____________________

Número de inscrição ____________________

FTB/82

SEGUNDA PARTE (continuação) FÔLHA VI

8) Num edifício há duas cisternas que, quando cheias, contêm juntas 16 000 litros. A maior delas comporta 2 000 litros mais que a outra. A menor pode encher 3 caixas. Calcular a capacidade de cada uma destas caixas sabendo-se que o triplo da capacidade da primeira é igual ao quíntuplo da capacidade da segunda e que o quádruplo da capacidade da 2ª é igual a nove vêzes a capacidade da terceira.
SOLUÇÃO EXPLICADA

CÁLCULOS

Resposta

Continua na fôlha seguinte

Corrigido por ______________

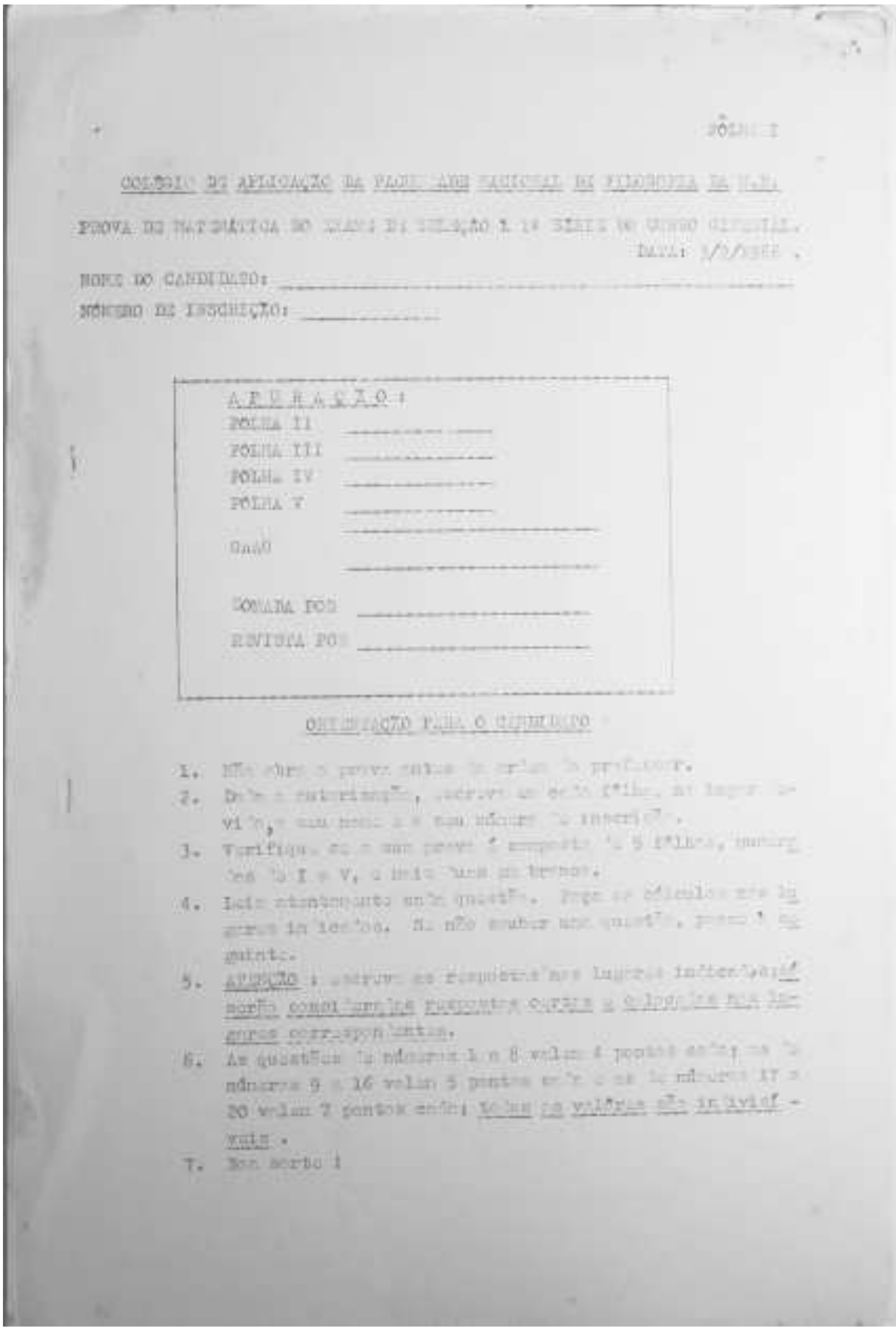
Revisto por ______________

Pontos

Nome do candidato ______________

Número de inscrição ______________

[illegible]



FÔLHA I

COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA FACULDADE NACIONAL DE FILOSOFIA DA U.B.

PROVA DE MATEMÁTICA DO EXAME DE SELEÇÃO À 1ª SÉRIE DO CURSO GINASIAL.

DATA: [illegible]

NOME DO CANDIDATO: ______________________

NÚMERO DE INSCRIÇÃO: ____________

APURAÇÃO:

FÔLHA II ____________

FÔLHA III ____________

FÔLHA IV ____________

FÔLHA V ____________

GRAU ____________

SOMADA POR ____________

REVISTA POR ____________

ORIENTAÇÃO PARA O CANDIDATO

1. Não abra a prova antes da ordem do professor.
2. [illegible], escreva em cada fôlha, no lugar devido, o seu nome e o seu número de inscrição.
3. Verifique se a sua prova é composta de 5 fôlhas, numeradas de I a V, e [illegible].
4. Leia atentamente cada questão. [illegible] Se não souber uma questão, passe à seguinte.
5. ATENÇÃO: escreva as respostas nos lugares indicados; só serão consideradas respostas certas as colocadas nos lugares correspondentes.
6. As questões de números 1 a 8 valem 4 pontos cada; as de números 9 a 16 valem 5 pontos cada e as de números 17 a 20 valem 7 pontos cada; todos os valôres são indivisíveis.
7. Bom sorte!

FOLHA II

QUESTÕES - COMPLETE:

CÁLCULOS

1) O número [illegible] 415 [illegible] 37,223 de ________ unidades.

2) Dividindo-se 21,014 dal por 0,007 obtém-se ________ quilolitros.

3) $\left(2\frac{2}{5} \times 3\frac{2}{5}\right) : 6\frac{2}{5} - 1 =$ ____

4) $\frac{2}{3}$ de $\left(1 - \frac{1}{5}\right)$ [illegible] = 0,3 de ____________ m

5) $\frac{2}{5}$ de 3,00001 [illegible] = ____________ dl

6) Em 8/6 há ________ [illegible].

7) Quatro e vinte e cinco [illegible] foram divididas por quinze [illegible] meninos e [illegible] meninas, [illegible] [illegible]. [illegible] foram divididas apenas entre as meninas. Cada menina recebeu ________ maçãs.

8) Do número ________ [illegible] a soma 3/8 [illegible] de 1320 unidades.

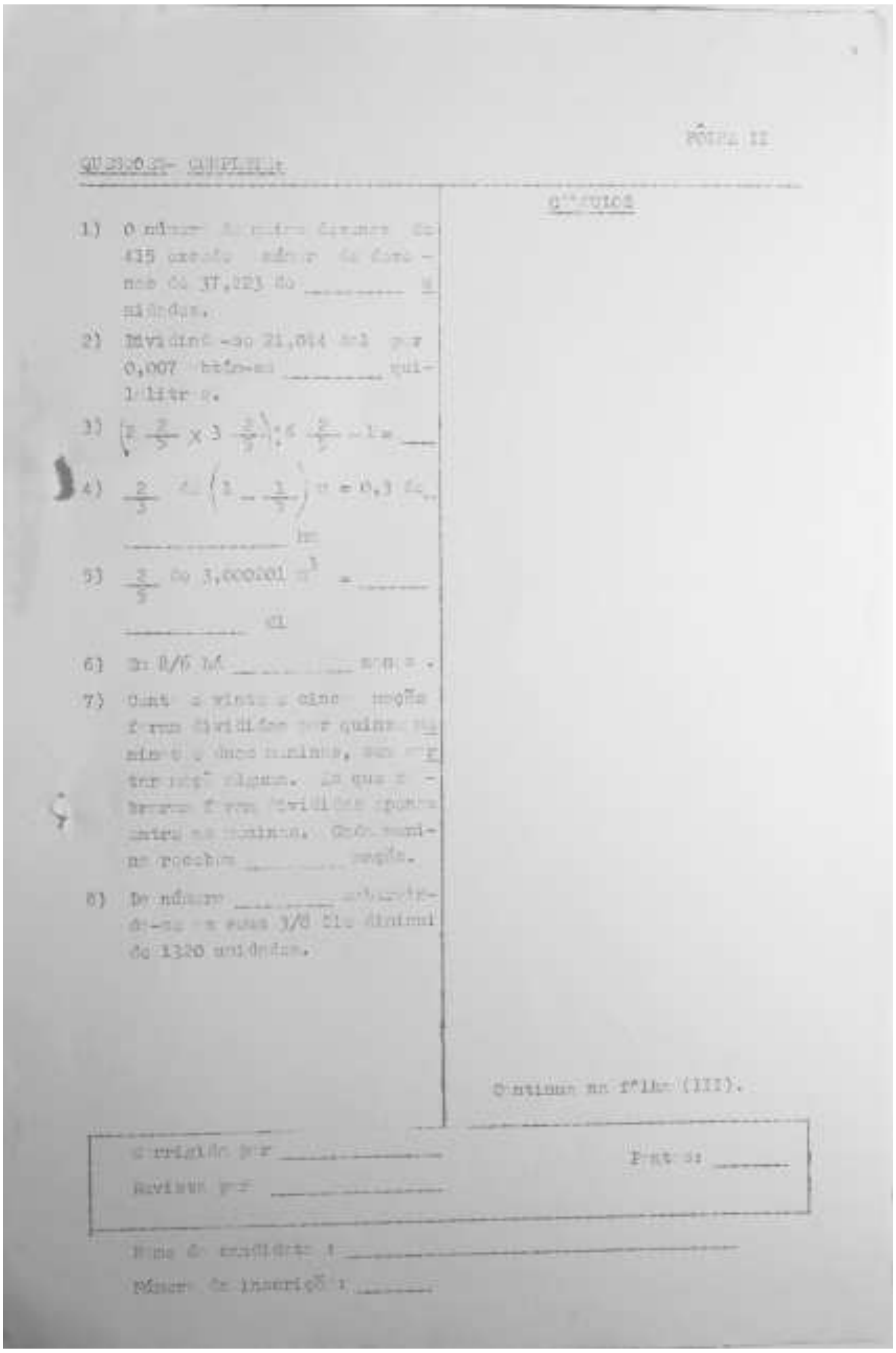
Continua na folha (III).

Corrigido por ____________ Pontos: ______

Revisto por ____________

Nome do candidato: ______________________________

Número de inscrição: ______



FÔLHA II

QUESTÕES- COMPLETE:

CÁLCULOS

1) O número [illegible] 435 [illegible] 37,223 de ________ unidades.

2) Dividindo-se 21,014 [illegible] por 0,007 obtém-se ________ quilolitros.

3) [illegible] = ____

4) $\frac{2}{3}$ [illegible] $\left(1 - \frac{1}{3}\right)$ [illegible] = 0,3 de ____________ hm

5) $\frac{2}{5}$ de 3,000001 m^3 = ____________ cl

6) [illegible] ____________ [illegible].

7) Cento e vinte e cinco maçãs foram divididas por quinze meninos e doze meninas, [illegible]. [illegible] Cada menina recebeu ________ maçãs.

8) Do número ________ subtraindo-se os seus 3/8 êle diminui de 1320 unidades.

Continua na fôlha (III).

Corrigido por ______________ Pontos: ______

Revisto por ______________

Nome do candidato: ______________________________

Número de inscrição: ______

CONTINUAÇÃO :

9) Um quadrado de 1 metro de lado contém ________ quadrados de 1/3 de decímetro de lado.

10) O mdc de 240 e n é 48, onde n é menor. Sabe-se que n é múltiplo de 9. O valor do nº n é = ________ .

11) Numa divisão exata, o divisor é 7 e o dividendo excede o quociente de 324 unidades. O dividendo é ________ .

12) Numa divisão o divisor é 16 e o resto é igual ao quadrado do quociente. O maior dividendo possível é ________.

13) O número ________ é o menor múltiplo de 4 que dividido por 3; 5 e 7 deixa sempre resto 2.

14) O número ________ é o menor número de 6 algarismos diferentes, múltiplo de 4 mas não de 3, sendo que os algarismos da classe dos milhares são 2; 4 e 5.

15) $$\frac{3,162 - \frac{0,02}{2 + 1\frac{1}{5}} \cdot 0,3}{1,32 - 0,0072} = \_\_\_\_$$

CÁLCULOS

Continua na fôlha (IV).

Corrigido por ______________ Pontos: ________

Revisto por ______________

Nome do candidato: ______________________________

Número de inscrição: ________

Fôlha IV

CONTINUAÇÃO :

16) Dois feirantes possuíam juntos 140 frutas das quais foram vendidas apenas 64. Estas 64 frutas foram vendidas a um mesmo freguês. O primeiro feirante vendeu 2/5 das frutas que possuía e o segundo 3/8 das que possuía. O segundo ficou com ________ frutas. 17) Foram propostos a dois alunos o mesmo exercício, numerados de 1 a 2546. O primeiro errou todos os exercícios cujos números terminavam em zero ou cinco; o segundo errou aquêles cujos números eram múltiplos de três. Os exercícios errados simultâneamente pelos dois foram em número de ________ . 18) Homero, um jovem gastou 7/11 do seu ordenado e distribuiu o restante entre sua sobrinha e seu filho de modo que o filho recebeu 3/5 da quantia que a sobrinha recebeu. A fração do ordenado recebida pelo filho foi de ______. 19) Um paralelepípedo de dimensões 4 dm; 0,07 hm e 3 m está cheio de álcool. Sabe-se que 0,39 decímetros de álcool tem uma massa de 2457 kg. A massa de 0,2 cm³ de álcool é ______ ____ g.	CÁLCULOS Continuar na fôlha (V).

Corrigido por ______________ Pontos: ________

Revisto por ______________

Nome do candidato : ______________________________

Número de inscrição : ______

CONTINUAÇÃO:

20) O comprimento de um terreno retangular excede a largura de 20 m. Parte do terreno foi reservada para construção. A outra parte constitui uma faixa, em toda a volta, de 1500 m^2 de área e de 5 m de largura. O comprimento da parte reservada para a construção é ________ metros.

CÁLCULOS

CÁLCULOS

Corrigido por: ____________ Pontos: ____

Revisto por: ____________

Nome do candidato: ______________________________

Número de inscrição: ______

...RIE GINASIAL DO
...ÇÃO DA FNF FEVEREIRO/1958
...I C A

NOME: ________________________ Nº de Inscrição: __________

I PARTE

CÁLCULOS

1ª QUESTÃO: Complete:

a) $1m = \ldots\ldots\ldots mm = 2\frac{3}{5} mm + \ldots\ldots\ldots m$

b) $0,625\ kg = \ldots\ldots\ldots g = 3750g - \ldots\ldots\ldots g$

c) $49m^2 = \ldots\ldots\ldots km^2 = \ldots\ldots\ldots km^2 \times 1\frac{3}{4}$

d) $1750cm^3 = \ldots\ldots\ldots hl = 0,0315\ hl \div \ldots\ldots\ldots$

2ª QUESTÃO:

1) Escreva em algarismos arábicos o número formado por : MCCXLII centenas de milhões e XCV dezenas simples.

RESPOSTA: ....

2) Escreva primeiro em ordem crescente e depois risque as frações redutíveis que houver:

$2,333\ldots\ ;\ \frac{38}{57}\ ;\ 2\frac{3}{10}\ ;\ \frac{7}{4}$

RESPOSTA: ....

3) Escreva o menor número possível com 4 algarismos diferentes e que seja ao mesmo tempo divisível por 9 e por 10.

RESPOSTA: ....

3ª QUESTÃO:

1) O m.m.c. de dois números é 187 e um dêles é 17. Diga qual é o outro número.

RESPOSTA: ....

2) Entre os pares seguintes de números, risque os formados por números primos entre si:

(3;15) (2;13) (7;14) (35;25)

(9;8)

-2-

3ª QUESTÃO:

CÁLCULOS

1) Diga quantos décimos se deve tirar de 396 centésimos a fim de se obter a quinta parte dos décimos tirados.

RESPOSTA: ....

2) Diga qual é o número do qual tirando-se uma dezena e meia obtem-se a soma do mínimo múltiplo comum com o dôbro do máximo divisor comum de 4 e 17.

RESPOSTA: ....

4ª QUESTÃO-

Resolva fazendo os cálculos ao lado:

$$\frac{\left(2 - \frac{1}{4} \times \frac{5}{7}\right) \times 0{,}0070707\ldots}{\left(1 + \frac{3}{8} \div 6\right) \div 1{,}65} =$$

Cálculo da expressão

II PARTE

1º PROBLEMA: Dois irmãos desejam comprar um rádio. Um dêles conseguiu juntar $\frac{2}{5}$ do preço do aparêlho e o outro $\frac{3}{10}$ do mesmo preço. Qual o valor do rádio se ainda faltam ₢ 1.670,00 ?

Desenvolvimento	Cálculos

RESPOSTA: ....

2º PROBLEMA: A caixa de carregamento de um caminhão tem 2,7m de comprimento, 16 dm de largura e 0,80m de altura. Estando cheia de caixotes de 24 000cm³ de volume, pergunta-se quantas garrafas, nela se encontram, se cada caixote contém duas dúzias de garrafas ?

Desenvolvimento	Cálculos

RESPOSTA: ....

3º PROBLEMA: Um parque de diversões retangular tem de perímetro 0,196 km. O seu comprimento é $\frac{5}{9}$ da largura. O terreno dêsse parque foi comprado por ₢ 21.168.000,00. Quanto custou o metro quadrado dêste parque ?

Desenvolvimento | Cálculos

RESPOSTA: ....

4º PROBLEMA: Os 30 alunos, classificados no exame de admissão ao Colégio de Aplicação, resolveram festejar esta vitória organizando uma festa carnavalesca na casa de um colega. Cada menina recebeu 3 pacotes de confeti e um lança-perfume e cada menino 5 rôlos de serpentina. O número de pacotes de confeti somado ao número de rôlos de serpentina é igual a 9 dúzias e uma dezena. Quantos lança-perfumes e quantos rôlos de serpentina foram distribuídos ?

Desenvolvimento | Cálculos

RESPOSTA: ....

5º PROBLEMA: Para um passeio serão divididas pelo maior número possível de alunos do Colégio de Aplicação 11 dúzias de garrafas de refrigerantes, a quarta parte de um milhar de salgadinhos e 2 centenas de frutas. As garrafas de refrigerantes foram distribuídas igualmente aos alunos e sobrou uma dúzia; os salgadinhos também foram distribuídos igualmente e sobraram 10; e, da mesma maneira foram distribuídas as frutas e sobraram 20. Quantos alunos irão ao passeio e quantos salgadinhos, frutas e garrafas ganhará cada um ?

Desenvolvimento	Cálculos

RESPOSTA: ....

Referências Bibliográficas

ABREU, A. A. de. *o colégio de Aplicação da UFRJ de 1948 a 1968*. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1992.

BEZERRA, M. J. *Didática Especial de Matemática*. 1^a. ed. Rio de Janeiro: MEC/CADES, 1957. 76 p.

BEZERRA, M. J. *Curso de Matemática*. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1960.

BRASIL. Portaria ministerial n. 966, de 2 de outubro de 1951. aprova programas para o curso secundário. In: BRASIL Serviço de documentação. *Programas do ensino secundário*. São Paulo: Ministério da Educação e Saúde, 1952. p. 50–52.

BRASIL. Lei n. 4.024, de 20 de dezembro de 1961. fixa as diretrizes e bases da educação nacional. In: BRASIL. *Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil*. Brasília: Poder Legislativo, 1961. p. 11–29.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais - Terceiro e quarto Ciclos do Ensino Fundamental - Matemática*. Brasília, 1998.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio*. Brasília, 2000.

CARVALHO, J. B. P. et al. Euclides roxo e o movimento de reforma do ensino de matemática na década de 30. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, v. 81, n. 199, p. 415–424, set/dez 2000.

CARVALHO, M. S. *Construindo uma Didática Experimental no Rio dos Anos 50/60*. Rio de Janeiro: UFRJ, 2000.

CARVALHO, T. M. *Matemática 2^o Ciclo*. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 1969.

CASTRO, M. M. C.; DOMINGUES, A. B. O ensino-aprendizagem da escrita e o exame vestibular da ufrj: desafios à articulação da educação básica com a superior. *Revista Contemporânea de Educação*, v. 3, p. 1–14, jul. 2007. Acesso em 10 abr. 2012. Disponível em: <http://www.educacao.ufrj.br/artigos/n3/numero3-oensino.pdf>.

CUNHA, L. A. *Educação e Desenvolvimento social no Brasil*. [S.l.]: Francisco Alves, 1977.

DALLABRIDA, N. A reforma francisco campos e a modernização nacionalizada do ensino secundário. *Educação*, v. 32, n. 2, p. 185–191, maio/Agosto 2009.

DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L. da. O ensino de matemática no brasil nas primeiras décadas do século xx. *Caderno Dá Licença*, v. 4, p. N/A, Dezembro 2003.

GOMES, N. F. C. *análise de currículo do ensino de 2.° grau implicações de uma redefinição da política educacional*. Rio de Janeiro: Centro Brasileiro de Pesquisas Educacionais, 1976.

IEZZI, G. et al. *Fundamentos da Matemática Elementar*. São Paulo: Atual, 1977.

KUENZER, A. Z. *Ensino médio e profissional: as políticas do estado neoliberal*. São Paulo: Cortez Editora, 1997.

LANDO, J. C. O estudo dirigido no ensino de matemática no brasil (1955-1966). In: *Anais do XIII CIAEM-IACME*. Recife: [s.n.], 2011.

LIRA, A. T. N. Poder político e educação no brasil: Uma análise crítica da lei n^o 4024/1961. *trabalhonecessário*, N/A, n. 2, p. 1–29, 2010.

LOPES, A. C. Competências na organização curricular da reforma do ensino médio. *Boletim Técnico do SENAC*, v. 27, n. 3, p. 1–21, 2001.

MACHADO, A. S. *Álgebra Linear e Geometria Analítica*. São Paulo: Atual, 1980.

MACHADO, A. S. *Temas e Metas*. São Paulo: Atual, 1986.

MAFRA, P. H. *Uma escola contra a ditadura: a participação política do cap-ufrja durante o regime militar brasileiro (1964-1968)*. Dissertação (Mestrado) — UFRJ, Rio de Janeiro, 2006.

MATTOS, L. O estudo dirigido: sua organização, modalidades e técnica de direção. In: *Anais do I Congresso Nacional de Ensino da Matemática no Curso Secundário*. Salvador: Tipografia Benedita Ltda., 1957. p. 213–231.

MIORIM, M. Ângela et al. A pesquisa em filosofia e educação matemática: Uma análise preliminar. In: BROLEZZ, A. C.; ABDOUNUR, O. (Ed.). *Anais do 1^o Seminário Paulista de História e Educação Matemática*. São Paulo: IME-USP, 2005. p. 463–473.

NETO, A. R. Coletânea de textos. In: ____. [S.l.]: Secretaria de Educação Superior, 1987. cap. Seminario Vestibular Hoje.

PILETTI, N. *História da Educação no Brasil*. 6^a. ed. São Paulo: Atica, 1996.

RIBEIRO, E. L. Atividades docentes e discentes realizadas em matemática nos cursos ginasial e científico do colégio de aplicação da faculdade nacional de filosofia, durante o 1^o período do ano de 1955. In: *Anais do I Congresso Nacional de Ensino da Matemática no Curso Secundário*. Salvador: Tipografia Benedita Ltda., 1957. p. 236–245.

RIBEIRO, S. C. O vestibular. *Em Aberto*, v. 1, n. 3, p. 1–6, fev. 1982.

ROMANELLI, O. O. *História da educação no Brasil*. 15. ed. Petrópolis: Vozes, 1993.

ROXO, E. *A Matemática na educação secundária*. São Paulo: Editora Nacional, 1937.

ROXO, E. et al. *Matemática para o segundo ciclo*. São Paulo: Francisco Alves, 1945.

SCHEIBE, L. Escola média e formação técnica: Repensando a relação trabalho-escola. *Em Aberto*, v. 10, n. 50/51, p. 35–41, abr./set. 1992.

SCHWARTZMAN, S. A revolução de 30: seminário internacional realizado pelo centro de pesquisa e documentação de história contemporânea da fundação getulio vargas. In: ____. Brasília, D.F.: Ed. Universidade de Brasília, 1983. (Coleção Temas Brasileiros, 54), cap. O Intelectual e o Poder: A Carreira Política de Gustavo Capanema (CPDOC), p. 365–398.

SCHWARTZMAN, S. et al. *Tempos de Capanema*. São Paulo: Fundação Getulio Vargas, 2000.

SOARES, F. *Movimento da Matemática Moderna no Brasil; Avanço ou Retrocesso?* Dissertação (Mestrado) — PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2001.

SOARES, F. Os congressos de ensino da matemÁtica no brasil nas dÉcadas de 1950 e 1960 e as discussÕes sobre a matemÁtica moderna. In: BROLEZZ, A. C.; ABDOUNUR, O. (Ed.). *Anais do 1º Seminário Paulista de História e Educação Matemática*. São Paulo: IME-USP, 2005.

SOUZA, R. F. de. A renovação do currículo do ensino secundário no brasil: as últimas batalhas pelo humanismo (1920-1960). *Currículo sem Fronteiras*, v. 9, p. 72–90, 2009.

STORMOVSKY, M. *Interpretações Sobre a Pobreza na Época do Desenvolvimentismo:Análise dos Discursos de Vargas e JK*. Tese (Doutorado) — UFRGS, Porto Alegre, 2011.

TAVARES, M. G. *Formação de trabalhadores para o meio rural: os impactos da reforma da educação profissional no ensino técnico agrícola*. Curitiba: UFPR, 2004.

TEITELBAUM, K.; APPLE, M. John dewey. *Currículo sem Fronteiras*, v. 1, n. 1, p. 194–201, jul./dez. 2001.

VALENTE, W. *Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil*. Brasília: Editora UnB, 2004.

VILARINHO, L. R. G. Dicionário de educadores brasileiros: da colônia aos dias atuais. In: ____. Rio de Janeiro: UFRJ - MEC-INEP, 1999. cap. Luiz Narcizo Alves de Mattos, p. 348–355.

WHITAKER, D. C. A. *Universidade, vestibulares e ideologia*. São Paulo: Perspectivas, 1983. 123-131 p.