Universidade Federal do Rio de Janeiro
Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza
Instituto de Matemática

UM MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE MATEMÁTICA PELA ÓTICA DAS COMUNIDADES DE PRÁTICA

Renato Cherullo de Oliveira

Victor Giraldo
Orientação

Dissertação de Defesa do Título de
Mestre em Ensino de Matemática

NOVEMBRO de 2011

Resumo

Neste trabalho realizamos uma análise preliminar sobre os conflitos que surgem entre as diversas comunidades de prática existentes no âmbito de um curso de mestrado acadêmico na área de Ensino de Matemática. Muitos alunos deste curso se encontram numa conjuntura muito particular: ao mesmo tempo em que eles são professores do ensino fundamental ou médio, eles mesmos são alunos no mestrado, em que também precisam trabalhar como pesquisadores para preparar suas dissertações. Esses três aspectos configuram comunidades de prática distintas, coexistentes e muitas vezes conflitantes. Entrevistamos quatro alunos do curso de mestrado em Ensino de Matemática da UFRJ e analisamos diversos documentos oficiais do curso a fim de melhor caracterizar tais conflitos e delinear aspectos que podem ser mudados no curso visando aumentar a produção científica discente.

Sumário

1 A Construção da Questão de Pesquisa

Diversos trabalhos não expõem em seus produtos, pelo menos de maneira explícita, as agruras e dificuldades enfrentadas durante a produção. Por exemplo, um prédio construído não expõe, ao transeunte leigo, todas as questões de engenharia que foram contempladas durante sua construção. Um teorema demonstrado, escrito de maneira formal, não necessariamente transparece em seu texto as dificuldades técnicas ou intelectuais enfrentadas pelo matemático que o demonstrou.

Entretanto, este trabalho não é um destes. Este trabalho e o processo de sua confecção são inseparáveis, basicamente por dois motivos. Primeiro porque ele é fundamentado, entre outras coisas, nas minhas próprias experiências como aluno do próprio Mestrado em Ensino de Matemática da UFRJ. E segundo porque a pergunta diretriz desta pesquisa foi efetivamente construída durante o desenvolvimento do trabalho. Não é possível, assim, alienar o produto do processo de sua produção.

Neste capítulo irei descrever os principais passos que levaram esse trabalho a adotar a forma atual. Na primeira seção, contarei sobre a experiência que vivi durante a confecção da minha monografia de graduação. Em seguida delinearei a primeira proposta de trabalho desta dissertação, que tinha como objetivo investigar as potencialidades de uma atividade de formalização de textos matemáticos. Finalmente, na terceira seção, descreverei em maiores detalhes os fatores que me fizeram reformular a questão de pesquisa e a escrever o presente trabalho.

1.1 A Monografia e a Formalização de Textos Matemáticos

Quando eu entrei no curso de Licenciatura em Matemática da UFRJ, existiam alguns tópicos que me fascinavam e que eu queria muito aprender. Um deles era como modelar o percurso de um barquinho de papel sobre a superfície de um rio, ou o percurso de um dente-de-leão ao vento. Depois de alguns anos de estudo e de perguntar às pessoas certas, descobri que a teoria dos sistemas dinâmicos pode ser utilizada para fundamentar esses tipos de problema, e então decidi escrever a minha monografia de fim de curso nessa área.

Depois de algumas idas e vindas, eu e meu orientador definimos que a monografia seria uma releitura de três capítulos do livro *Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra* escrito por Stephen Smale e Morris Hirsch em 1974. Este livro objetivava ser um primeiro curso de sistemas dinâmicos para alunos no final da graduação ou início do mestrado, e tem uma linguagem bastante fluente. Os autores não se preocupam com detalhes técnicos, e sim em explicar o comportamento dos objetos matemáticos apresentados. Logo existem muitos "é fácil ver que", "de modo análogo" e "como sabemos", a maior parte pouco trivial. Além disso, não existe uma clara divisão entre as definições, os teoremas, suas demonstrações e o resto do texto - um formato de leitura muito confortável, mais parecido com um texto em prosa do que com um texto de matemática formal.

Escolhi para a releitura os três capítulos referentes à teoria fundamental, aos atratores periódicos e à diferenciabilidade dos sistemas dinâmicos. Completei lacunas técnicas e reestruturei o conteúdo no formato definição-teorema-demonstração usualmente utilizado na matemática formal. Pude observar, então, que todos esses capítulos tinham uma coisa em comum: todos eles começavam enunciando um teorema alvo que seria demonstrado ao final do capítulo, e então seguiam desenvolvendo a teoria de maneira livre até obter os subsídios para demonstrá-lo.

Considerando que o texto tinha como pré-requisito o conteúdo de análise funcional, disciplina que eu não cursei, e considerando que não fazia sentido eu pesquisar sobre sistemas dinâmicos em outros livros, pois isso macularia a releitura, eu posso dizer sem exageros que o trabalho foi bastante árduo. Entretanto, diante do objetivo de reestruturar o texto, não havia alternativa, eu precisava compreender profundamente as demonstrações por vários motivos: era preciso levantar os resultados que eram referenciados por elas, e se cabível, demonstrar esses resultados também; para poder extrair partes comuns das demonstrações e construir lemas; para completar os argumentos deixados a cargo do leitor, e também para identificar e desenvolver aqueles argumentos subjacentes que foram omitidos no texto original.

Durante esse processo de aprendizagem eu tive muitas dúvidas e muitas inseguranças - situações em que os argumentos que me eram apresentados, apesar de estarem completamente corretos, não me convenciam. Muitas vezes eu considerava necessário demonstrar outros resultados antes a fim de ter certeza de que o tal argumento apresentado realmente contemplava todas as possibilidades.

Por diversos motivos, eu só terminei a monografia após ingressar no curso de mestrado em Ensino de Matemática da UFRJ. Isso permitiu que os novos conhecimentos adquiridos no mestrado mudassem, em pouco tempo, a maneira como eu me posicionava diante da monografia. Se essa reflexão ocorresse a posteriori ela não seria tão visceral - afinal, o que eu estava fazendo na minha monografia? Qual era a importância daquele trabalho de releitura? Eu sabia que havia aprendido muita coisa durante a confecção dele, mas o produto não continha nenhum conteúdo novo, nada que provavelmente já não existisse em algum outro livro texto.

Foi quando eu percebi que o texto em si não era a parte mais importante da monografia, mas sim o processo vivenciado por mim, e principalmente todas as dúvidas e dificuldades que eu tive. O texto finalizado, assim como qualquer texto formal em matemática pura, escondia a importância de cada teorema individualmente, escondia porquê dado um ε eu escolhi um determinado valor para δ, escondia muita coisa. Assim, a capacidade daquele texto em ajudar alguém a aprender sistemas dinâmicos estava severamente prejudicada.

Se, por outro lado, eu tivesse documentado quais foram as minhas dúvidas e dificuldades por mais ingênuas que fossem, elas poderiam ser utilizadas para auxiliar a confecção de um livro didático na área ao mapear os pontos mais delicados da matéria, ou poderiam ajudar um professor universitário a escolher os exemplos e situações para apresentar em sala de aula, ou simplesmente guiar um estudante interessado. Eu ainda tentei relembrar algumas dúvidas que eu tive, mas não tive muito sucesso - geralmente o conteúdo é fácil para quem já aprendeu.

Foi quando tive a idéia de tentar transformar esse processo de formalização matemática em uma atividade para simultaneamente ensinar um determinado conteúdo e para estudar as dificuldades encontradas pelos alunos nesse processo. A princípio, se eu consegui aprender matemática desta maneira, então uma outra pessoa que tivesse uma concepção parecida com a minha do o que é matemática também seria capaz de aprender. Além disso, se pudessemos comparar as dúvidas que diversas pessoas tiveram ao formalizar um mesmo trecho de teoria, poderíamos determinar as dúvidas mais freqüentes e analisar essas dificuldades mais profundamente, por exemplo, para tentar determinar se se trata de uma dificuldade inerente ao conteúdo ou uma falha comum na formação destes alunos.

1.2 A Primeira e a Segunda Propostas

Partimos, então, para delinear uma série de atividades a serem realizadas com alunos do próprio curso de mestrado que envolvessem a formalização de um texto em prosa. Tinhamos basicamente duas questões para investigar. Primeiro, tentar investigar se, e como, a concepção de cada participante sobre o que é matemática (seja no aspecto filosófico, histórico ou prático) influenciaria o processo de formalização que ele iria vivenciar. Segundo, tentar determinar se este processo de formalização estaria de alguma forma relacionado ao processo de transposição didática, muito importante para a formação docente. Os referenciais teóricos escolhidos inicialmente foram transposição didática, saberes docentes [20] e argumentação [23].

Entretanto, como essas escolhas não eram definitivas, eu acabei esbarrando num artigo muito interessante da Leone Burton, entitulado *The Practices of Mathematicians: What do They Tell Us About Coming to Know Mathematics?* [10], cujo principal referencial teórico utilizado é o das comunidades de prática. Nele, a autora entrevistou 70 matemáticos que trabalham em universidades de 4 países europeus, auxiliada por um questionário sobre o que é matemática e sobre as diversas maneiras de se relacionar com ela. Analisando qualitativamente as respostas, a autora pôde observar, dentre outras coisas, que:

- A maneira de se pesquisar matemática tem mudado de uma maneira individualista para uma maneira colaborativa/cooperativa, sem que isso tenha diminuído a competitividade na área.

- Os relatos dos participantes apontam para o fato de que uma prática matemática colaborativa apoia e fomenta uma prática calcada em conexões, relações, entusiasmo, frustração e satisfação - aspectos apontados como prazerosos pelos participantes. Além disso, apesar dos pesquisadores terem citado estes aspectos como motivos para trabalhar colaborativamente, e que estes mesmos aspectos já terem sido identificados como positivos também na sala de aula, poucos pesquisadores levam para suas salas de aula aquilo que eles mesmos mais gostam em suas pesquisas.

- O fato de alguém trabalhar com matemática - uma área calcada na lógica formal - não quer dizer que esta pessoa seja internamente coerente. A matemática é uma prática humana.

Esse trabalho me fez refletir sobre os alunos deste mestrado em Ensino de Matemática, e a relação destes com a matemática. Reparei, então, que a maioria dos alunos do mestrado entram em contato com a matemática de pelo menos três maneiras diferentes: como alunos, durante as aulas no mestrado; como professores, pois a maioria é professor do ensino básico; e como pesquisadores, pois eles precisam desenvolver uma dissertação para defender o título de mestre.

Será que estes alunos, em cada um destes contextos, trabalha de maneira colaborativa ou cooperativa? Em quais destes contextos a relação deles com a matemática pode ser definida em termos de conexões, relações, entusiasmo, frustração e satisfação? Quais comportamentos contraditórios poderíamos observar em cada um destes três contextos?

Decidimos integrar essas perguntas às nossas questões de pesquisa, adicionando também o referencial teórico das comunidades de prática. Realizaríamos entrevistas similares à da Burton com os nossos participantes, e escolheríamos atividades que fossem relacionadas a estas três facetas: um trabalho escrito, como feito por um aluno de Análise Real; um seminário, como apresentado por um professor; e um trabalho de formalização de conteúdo aberto, a fim de simular uma pesquisa. Faríamos também entrevistas abordando assuntos como o histórico deles, leitura de demonstrações, a estrutura da matemática, as comunidades de prática relacionadas à matemática que eles participam e sobre os próprios trabalhos realizados.

Em linhas gerais, essas foram as atividades que nós efetivamente realizamos com os participantes (descreveremos essas atividades em maiores detalhes no apêndice C), mas ainda falta narrar dois acontecimentos muito importantes e que mudaram novamente a questão principal de pesquisa.

O primeiro foi o comparecimento extremamente baixo dos alunos do mestrado na Escola de Inverno de Pesquisa em Ensino de Matemática, organizada pelo curso e realizada em julho de 2010. O evento contou com a presença de 9 convidados internacionais, dentre eles alguns nomes de grande destaque no cenário internacional na área de educação matemática. As vagas eram limitadas, as inscrições eram gratuitas, e os alunos do curso tinham preferência por vagas. A intenção era exatamente promover um contato bem próximo e privilegiado entre os alunos e os convidados, sendo efetivamente uma oportunidade única dos alunos entrarem em contato com personalidades de renome internacional na área de ensino de matemática, e de participar de discussões de alto nível, tanto nos assuntos abordados quanto nos argumentos apresentados.

Dos mais de quarenta alunos inscritos, menos de dez compareceram por dia. A repercussão dentro do instituto foi grande, levando ao então coordenador do curso, o professor Victor Giraldo a se pronunciar sobre o assunto com todos do corpo discente e docente (vide anexo A). Afinal, como um aluno de um mestrado acadêmico não consegue reconhecer a importância de uma oportunidade tão única?

O segundo acontecimento ocorreu durante a análise dos trabalhos entregues pelos participantes da nossa pesquisa. Novamente nos antecipando sobre a metodologia, o trabalho em questão era em dupla, escrito, e seu conteúdo era o mesmo de um seminário previamente apresentado pelos próprios participantes, mas redigido como se fosse um trabalho de Análise. Os alunos estavam cientes de que este trabalho estava valendo nota para a disciplina Pensamento Matemático Avançado.

Mesmo assim, um dos trabalhos (vide apêndice B) tinha evidências claras de ter sido "copiado-e-colado" da internet. Basta observar como a formatação do texto muda diversas vezes e como certos comentários claramente pertinentes a outro contexto passaram despercebidos no final do texto: "De fato, se $|x| < r$ (Exerc.7) temos que...", e logo em seguida "Pelo ex. 98 obtemos...". Esses trechos não foram simplesmente copiados, eles foram colados de outro lugar, caso contrário esse equívoco teria sido percebido.

O quê leva um aluno de mestrado (no caso dois, pois o trabalho era em dupla) a copiar e colar um trabalho da internet? Naquele instante, não nos parecia mais fazer sentido buscar compreender os potenciais do processo de formalização no ensino e na aprendizagem matemática, nem compreender as diferenças didáticas entre um texto em prosa ou formal, nem compreender a concepção que aqueles alunos tinham sobre o que é matemática - nada disso faz sentido se um aluno do mestrado copia trabalhos da internet.

Tendo o texto da Burton revigorado em mim a percepção do caráter social das práticas humanas e trazido à tona a percepção de que os alunos do Mestrado em Ensino de Matemática da UFRJ participavam de diversas comunidades de prática simultâneamente (isso é, eram ao mesmo tempo alunos, professores e pesquisadores), surgiu a idéia de analizar o curso por esta ótica, a fim de compreender melhor os conflitos que culminaram nos dois acontecimentos supracitados.

Ficava claro que o curso (e essa turma não era exceção) tinha problemas de caráter social, e analisar este contexto era mais importante do que continuar a nossa investigação anterior. Assim, resolvemos mudar definitivamente as nossas questões de pesquisa a fim de contemplar esta problemática, fixando o referencial teórico das comunidades de prática como único referencial utilizado.

1.3 A Questão de Pesquisa Definitiva

Nesta dissertação iremos analisar alguns aspectos relacionados às comunidades de prática que surgem em um curso de mestrado em ensino de matemática. Muitos dos alunos deste curso também trabalham como professores nos ensinos fundamental e médio, e todos eles precisarão realizar um trabalho de pesquisa científica (a constar, suas dissertações) a fim de concluir o curso. Logo, muitos deles são alunos, professores e pesquisadores ao mesmo tempo, tendo influências de diversas instituições e práticas diferentes. Nosso objetivo será investigar os subsídios teóricos que a teoria das comunidades de prática pode nos prover para analisarmos esta situação, investigando as contradições e tensões sociais que emergem deste contexto e levantando pontos de reflexão acerca da organização deste curso de mestrado. Nós focaremos nos anos de 2007 até 2009, analisando documentos oficiais do curso, relatórios da CAPES e entrevistas realizadas com alguns alunos.

No capítulo 2 falaremos sobre a teoria das comunidades de prática e sobre os aspectos metodológicos deste trabalho. Em seguida, no capítulo 3, iremos analisar tensões e contradições presentes no curso de Mestrado em Ensino de Matemática da UFRJ, para então concluir no capítulo 4.

2 Referencial Teórico-Metodológico

Dado o seu caráter fundamental para este trabalho, na primeira seção deste capítulo iremos apresentar a teoria das comunidades de prática. De fato, apresentaremos duas concepções desta teoria: a descrita no livro *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*, de Jean Lave e Etienne Wenger [14], e o refinamento apresentado por Wenger no livro *Communities of Practice: Learning, Meaning and Identity* [24].

Na segunda seção iremos discutir e descrever diversos aspectos metodológicos destes trabalho: seu caráter emergente, as atividades que foram realizadas, as categorias de análise que a teoria das comunidades de prática nos confere e os instrumentos metodológicos utilizados.

2.1 Referencial Teórico

2.1.1 Comunidades de Prática conforme Lave e Wenger

Quando Lave e Wenger decidiram escrever o livro *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*, a intenção era resgatar o conceito de *apprenticeship* [1] ([14], pg. 29). Dadas as pesquisas realizadas na época, se tornava cada vez mais importante especificar melhor o significado do termo, bem como distinguí-lo do termo aprendizagem situada. Ambos estavam sendo utilizados de maneira cada vez mais permissiva, correndo o risco de perder o sentido.

Outra motivação foi a constatação de que, em diversas situações de *apprenticeship* e de aprendizagem situada, onde efetivamente havia aprendizado, era impossível separar o aprendizado do contexto histórico e social em que ele acontecia. Mais do que isso, o aprendizado está reciprocamente relacionado com a experiência de viver, de estar inserido, de agir ativamente neste contexto, e que se não fosse por isso, o próprio ato de aprender e o próprio conhecimento adquirido não fariam sentido. Para encerrar esta perspectiva do aprendizado como uma atividade inerentemente social os autores cunharam o termo *participação periférica legítima* (pg. 31).

[1] Sem tradução direta para o português. Significa, a grosso modo, aprender uma profissão estagiando na prática.

Estudaremos este conceito na próxima seção. Por ora basta mencionar que o conceito da participação periférica legítima nos permite relacionar diversos aspectos presentes na prática: as atividades, as identidades dos participantes, os artefatos utilizados, as relações pessoais, e a própria comunidade onde invariavelmente o aprendizado ocorre (pg. 29).

Como a proposta dos autores não era definir o quê são comunidades de prática, mas sim de compreender melhor o aprendizado na prática, ao que o conceito de participação periférica legítima se presta, eles se dão por satisfeitos em apresentar uma noção intuitiva do o quê é comunidade de prática (pg. 42). Isso ocorre principalmente através de exemplos, como veremos adiante. O seguinte trecho (pg. 98) é o mais próximo que se tem de uma definição:

> *A community of practice is a set of relations among persons, activity, and world, over time and in relation with other tangential and overlapping communities of practice.*

Quando falamos da teoria das comunidades de prática, na abordagem de Lave e Wenger [14], estamos nos referindo à esta concepção do conceito de comunidade de prática e principalmente ao conceito de participação periférica legítima.

Até mesmo por causa da gênese deste trabalho, vale observar que a teoria das comunidades de prática é uma ferramenta de análise do aprendizado, seja ele produto de uma ação intencional ou não, por exemplo, em cursos profissionalizantes, salas de aula, treinamentos, etc. Assim, os autores defendem - neste trabalho - que a teoria não é uma estratégia pedagógica nem uma técnica de ensino, que não é algo "aplicável" (pg. 40). Nenhum dos exemplos de comunidades de prática apresentados no livro têm a ver com a sala de aula, exatamente para poder abordar o aprendizado livre dos estigmas e pré-concepções existenstes sobre o ensino neste contexto.

Participação Periférica Legítima

Existem diversas maneiras de se participar em uma comunidade de prática. Quando se quer analisar o aprendizado que pode ser realizado em uma determinada comunidade por um novo participante, é essencial determinar quais são as condições necessárias para que este participante tenha uma "participação periférica legítima".

A participação periférica legítima, como o nome diz, é ao mesmo tempo legítima e periférica. Uma participação legítima é aquela em que o trabalho realizado colabora diretamente para o êxito da principal atividade realizada pela comunidade - o chamado empreendimento da comunidade. E periférica significa que o participante não possui as mesmas responsabilidades diante dos outros participantes, que ele não será integralmente responsabilizado caso o empreendimento venha a fracassar. Participação periférica legítima é, assim, a atuação em uma posição social bem específica dentro de uma comunidade de prática.

Dado que toda comunidade possui uma série de relações de poder internas (devido a cargos, atividades, prestígio, autoridade, etc.) e que até por isso nem todas as comunidades são receptivas aos novatos, é possível que, apesar de ter uma participação periférica legítima, um novato pode ser mantido nesta posição indefinidamente ou até mesmo ser hostilizado a ponto de sair da comunidade. Ou seja, ter uma participação periférica legítima não significa necessariamente que o novato terá oportunidades de aprendizado e de desenvolvimento ([14], pg. 35 e 110).

Supondo que existam condições favoráveis, um novato tendo uma participação periférica legítima participará de um movimento em direção a participação plena em que cada coisa nova que ele aprende o permite a: participar de novas práticas, compreender os conceitos subjacentes à elas, ter maior acesso à cultura e às ferramentas desta comunidade, adquirir novas perspectivas, desenvolver sua identidade como participante e como pessoa, e compreender a importância deste empreendimento diante da sociedade e de outras comunidades de prática. ([14], pg. 95 e 110).

Assim, a participação periférica legítima pode ser considerada uma condição favorável para a entrada e o desenvolvimento de novos participantes em uma comunidade de prática. Resumindo este movimento feito pelos novatos diante do aprendizado, Lave diz que “learning is part of their changing participation in changing practices” ([13], pg. 150), e que ele pode acontecer tanto em um âmbito profissional quanto no âmbito das escolas ou cursos de formação.

Apresentaremos, a seguir, um dos exemplos de comunidades de prática pesquisados por Lave e Wenger - o exemplo dos alfaiates da Libéria.

Os Alfaiates da Libéria

Nas tribos Vai e Gola, na Libéria, instaurou-se uma maneira bastante peculiar de introduzir jovens e crianças ao mercado de trabalho: a criança, ao invés de aprender uma profissão dos próprios pais, passa a ser um aprendiz de um mestre artesão, externo à família. Mais do que aprender e exercer uma profissão, a criança passa a conviver no seio familiar deste mestre, acompanhando ele tanto em sua oficina quanto em seu lar.

Esse processo se desenvolveu como forma de sanar duas consequências da diversificação do mercado de trabalho e da divisão do trabalho: um aumento da demanda por mão-de-obra e a necessidade/vontade das pessoas em aprender outras profissões, talvez até mesmo por pressão familiar. Na prática, o aprendiz tem uma oportunidade de aprender uma profissão enquanto prove mão-de-obra barata (leia-se, grátis) para seu mestre.

No texto, Lave e Wenger ([14], pg. 71) descrevem a rotina de uma alfaiataria e como era a participação dos aprendizes. Nesta alfaiataria trabalhavam vários mestres alfaiates e vários aprendizes. O tempo de estágio era de aproximadamente 5 anos, e os aprendizes tinham plenas oportunidades de participar na prática, de observar seus mestres e outros aprendizes trabalhando em todas as etapas da produção, e de lidar com o produto acabado.

A alfaiataria produzia indumentárias de todos os tipos, das mais baratas às mais formais, para crianças e adultos. Para se tornar um mestre alfaiate, o aprendiz precisava aprender a confeccionar todos os tipos, mas seu aprendizado se dava em uma ordem específica: eles começavam aprendendo a confeccionar chapéus e indumentárias informais ou íntimas para crianças e progressivamente passavam a confeccionar indumentárias mais formais e para adultos, terminando o aprendizado em ternos e outras indumentárias luxuosas.

Esse pode ser considerado o "currículo" deste estágio, mas antes de produzir peças completas, os aprendizes primeiro aprendem a costurar com linha e agulha, a costurar com a máquina de costura e a passar roupas. Então, para cada peça a ser aprendida, eles aprendem a fazer o acabamento da peça, a costurá-la e por último a cortar o tecido. De modo geral, as etapas são aprendidas na ordem inversa da ordem de produção: fazer o acabamento confere ao aprendiz uma certa intimidade com os aspectos gerais da peça, costurá-la permite compreender como as diversas partes são unidas para compor a peça final elucidando também o porquê de cada corte, e é isso o quê ele aprende por último. Para cada etapa desta, o aprendiz primeiro observa o mestre trabalhando para depois engajar na prática. Uma vez que ele tenha aprendido todas as etapas, ele parte para confeccionar a peça inteira.

Os autores citam duas vantagens principais para organizar o aprendizado desta maneira. A primeira é que a compreensão das etapas posteriores da produção permitem ao aprendiz compreender melhor as decisões tomadas na etapa anterior. A segunda é que desta maneira se minimizam os erros na produção (afinal, o aprendiz aprende produzindo), principalmente os erros catastróficos que resultariam no disperdício de matéria prima.

Vale observar que este modelo de estágio, além de representar um campo fértil e rico para o aprendizado na prática, é produto de diversos fatores pessoais, históricos e sociais, em diversos níveis. Existe o interesse pessoal do mestre em aumentar a produção de sua oficina minimizando os custos em matéria prima, existe o interesse do aprendiz em ter uma profissão, existe o interesse compartilhado de todos os mestres e aprendizes de que a alfaiataria não venha a falir. Existe a necessidade das famílias de que seus filhos venham a gerar renda e tenham um futuro, as mudanças na relação do indivíduo com o trabalho (como comentado no início desta seção), as circunstâncias da realidade econômica da Libéria.

Tudo isso reforça a concepção da prática como algo inerentemente social, inseparável destes contextos pessoais, sociais e históricos.

2.1.2 Comunidades de Prática conforme Wenger

Em 1998, Etienne Wenger publicou o livro *Communities of Practice: Learning, Meaning and Identity*. O foco principal é novamente a teoria das comunidades de prática, e o conteúdo é baseado diretamente no livro anterior. O autor expande e detalha diversos aspectos da teoria, em especial o conceito de identidade e o que compõe uma comunidade de prática ([24], pg. 12).

Em contraste com o livro anterior, o autor dedica os três últimos capítulos do livro ao design de comunidades de prática em uma tentativa de conferir um carater prescritivo à teoria, ressaltando que o aprendizado acontece havendo ou não design (pg. 225). Nesta dissertação utilizaremos os conceitos apresentados neste livro, mas mantendo a postura anterior de utilizar esta teoria apenas para fins de análise.

Para Wenger, uma comunidade de prática é, a grosso modo, um contexto social onde várias pessoas interagem entre si, executando uma ou mais práticas, logrando o êxito de um mesmo empreendimento (pg. 45). Wenger compreende por "prática" algo que realmente se faz, dentro de um contexto histórico e social, e é este contexto que dá significado à prática. Dessa forma, a prática nunca é isolada, é sempre intrinsicamente social.

Existem três principais fatores que definem e colaboram para manter a coesão de uma comunidade de prática ([24], cap. 2):

- *Engajamento mútuo*
  Toda prática acontece dentro de um contexto. Engajamento mútuo é quando as pessoas compartilham este contexto e interagem para realizar suas práticas, mesmo distintas.

- *Empreendimento comum aos participantes*
  É o objetivo comum que todos estão buscando. Este objetivo é negociado e renegociado pelos participantes em função do contexto desta comunidade, de forma que todos se sentem responsáveis pelo sucesso do empreendimento.

- *Repertório compartilhado*
  É o conjunto de ferramentas, jargões, histórias, gestos, tradições, hábitos, métodos e

conceitos desenvolvidos pela comunidade ao longo dos anos, e que ainda hoje fazem parte desta prática.

Vale observar que uma comunidade de prática não é necessariamente um local de total harmonia ou homogeneidade. Conflitos, divergências e discussões são aspectos normais de uma comunidade, e muitas vezes são até mesmo favoráveis para o seu desenvolvimento. Os participantes de uma comunidade estão constantemente renegociando os diversos significados e valores daquilo que compõe a comunidade (por exemplo, os itens acima), e nem sempre de maneira suave, mas é exatamente essa característica que torna as comunidades resilientes e adaptáveis às mudanças de contexto, à entrada de novos participantes, à saída de veteranos e à incorporação de novas práticas.

Dada esta definição mais específica de comunidades de prática, Wenger complementa o conceito de participação periférica legítima. Para que ela seja efetivamente uma porta de acesso à prática e fomente o aprendizado, o novato precisa ter acesso aos três pilares de formação da comunidade: engajamento mútuo, ao empreendimento comum e ao repositório compartilhado. Ele precisa ter amplo acesso à uma comunidade de prática bem estabelecida, mas estar exposto a uma versão mais branda desta prática, sem perder a legitimidade ([24], pg. 100).

Participação

O termo participação, de acordo com o uso dado por Wenger ([24], pg. 55), significa participar com outras pessoas em alguma atividade ou empreendimento, se mantendo indissociáveis os aspectos prático e social.

A participação contempla não somente as relações pessoais que se desenvolvem no convívio diário, mas também a vivência no contexto social onde uma comunidade de prática está imersa. As relações pessoais não precisam ser necessariamente harmoniosas nem mesmo colaborativas, assim como o contexto social pode não ser agradável à todos.

Outro aspecto importante da participação é que trata-se de um processo onde as ações do indivíduo têm um impacto na comunidade, e vice-versa. Essa interação ocorre em torno do aprendizado, do uso e do aperfeiçoamento do repertório compartilhado e das práticas realizadas.

Assim, como vivência em um âmbito social, como oportunidades de aprendizado e de realização de novas práticas, a participação em uma comunidade de prática é instrumental em moldar a percepção do indivíduo sobre si.

Reificação

Reificação é o processo através do qual consolidamos a experiência adquirida na prática em artefatos, processos, conceitos ou outros objetos, concretos ou não ([24], pg. 58).

Objetos reificados podem organizar e alterar a prática de uma comunidade, e criar pontos focais na interação entre os participantes. De fato, toda comunidade de prática produz suas reificações. Entretanto, estes objetos dependem do significado dado a eles pela comunidade de prática em questão - uma mesma ferramenta pode ter diversos usos em comunidades diferentes, assim como uma mesma filosofia pode ter diversas interpretações e influenciar de maneiras distintas diferentes comunidades de prática.

Outra propriedade interessante dos objetos reificados é que eles podem atravessar as barreiras que separam duas ou mais comunidades de prática. Por exemplo, um mesmo formulário preenchido pelos participantes de uma comunidade mas processado pelos participantes de outra tem interpretações e importâncias bem distintas em cada comunidade. Um lema corporativo pode atravessar toda uma empresa, mas cada comunidade irá traduzir isso de maneira diferente na prática.

Negociação de Significados

O conceito de negociação de significados se refere ao processo dinâmico através do qual nós damos significado às ações que realizamos no mundo, e aos artefatos e aos conceitos que utilizamos ([24], pg. 53). Este processo é influenciado pelo contexto histórico e social em que está inserido, e acontece a todo instante, dentro e fora da prática.

Assim, em uma comunidade de prática, a compreensão individual e coletiva de um mesmo conceito evoluem com o tempo, e acontecimentos externos à comunidade podem fazer com que os participantes reinterpretem este conceito. A mutualidade na prática permite a troca de perspectivas e experiências entre os participantes, negociando um consenso que viabilize a própria prática.

No que concerne o indivíduo, a negociação de significados é um processo onde ele ao mesmo tempo influencia e é influenciado pela comunidade. Não há uma imposição de significados, até porque nada garante que todos os participantes de uma comunidade sejam unânimes quanto ao significado de algum conceito, e mesmo que a grosso modo eles estejam de acordo, a diferença nas experiências e participações pessoais fazem com que cada um tenha uma relação particular com tal conceito.

Na negociação de significados, a prática e a reificação possuem papéis complementares ([24], pg. 63) e formam uma dualidade onde um supre as deficiências do outro. Por exemplo, um manual de instruções pode explicar como utilizar uma determinada ferramenta, mas é possível que na prática os operadores, devido às especificidades do trabalho realizado, a utilizem de modo não documentado. Quando um novato entra nesta comunidade, ele encontra no manual de instruções (que é um objeto reificado) um recurso importante para sua introdução à prática, mas é na vivência mútua com os outros participantes que ele aprenderá os truques da prática.

Por um lado, o manual de instruções é imperecível e contém as informações básicas necessárias para a prática, por outro lado a prática leva em consideração todo o contexto onde a comunidade está inserida, e assim é capaz de prover outros significados aos mesmos conceitos.

Aprendizado na Prática

Seguindo a argumentação de Wenger, o aprendizado na prática é uma experiência única pois o contexto deste aprendizado não existe somente para o aprendizado de outros conteúdos ([24], pg. 95). O contexto em que ocorre o aprendizado é o mesmo contexto em que ocorre a prática que se quer aprender, e assim o engajamento na prática serve os dois propósitos simultaneamente em um processo contínuo em que a prática provê oportunidades para o aprendizado, e o aprendizado permite o engajamento em novas práticas.

Logo, a fim de aprender na prática (em contraste com "treinar" na prática), é preciso participar na prática e isso significa internalizar os fatores de coesão desta comunidade listados anteriormente, à constar:

- Aprender como engajar na prática, conhecer o contexto da comunidade, com quem se relacionar e quem possui qual competência.
- Compreender o objetivo comum da comunidade, de face das diversas perspectivas presentes dentro dela mesma e de suas experências pessoais passadas, a fim de tomar para si a responsabilidade pelo empreendimento.
- Absorver a cultura da comunidade, seu repertório, compreendendo as origens e a importância das ferramentas, histórias, tradições, etc.

Em última instância, aprender na prática significa desenvolver a participação na prática e na negociação dos significados e valores subjacentes à comunidade. As novas práticas e os novos valores e perspecticas aprendidas nessa experiência formam uma nova identidade no indivíduo (pg. 96).

Identidades

Ao longo de nossas vidas, participamos de diversas comunidades de prática. Dado um momento qualquer no tempo, nós somos um agregado de todas as experiências e vivências que tivemos nessas diversas comunidades, tudo isso em uma única individualidade.

Entretanto, ao adentrarmos uma comunidade de prática, seja ela previamente conhecida ou não, nós adotamos uma postura particular específica da nossa relação com aquela comunidade. Mais do que isso, aquilo o que aprendemos em uma comunidade e a nossa participação nela influencia quem somos em outras situações, basta entrarmos em contato com algum artefato, conceito ou jargão relacionado.

A essa postura diferenciada que desenvolvemos através da vivência prolongada em uma comunidade de prática - e que carregamos conosco a todo instante - damos o nome de identidade.

Existe uma grande relação entre prática e identidade ([24], pg. 149), pois a participação dentro de uma comunidade de prática nos permite desenvolver e negociar nossas identidades de diversas maneiras: nosso engajamento na prática define o nosso lugar em uma comunidade de prática e como serão os nossos relacionamentos com os outros participantes; prezar pelo êxito de um empreendimento nos faz ver as situações de maneiras diferentes; o conhecimento e o uso de um repertório específico de ferramentas, jargões e histórias nos confere uma visão diferente destes objetos que carregaremos conosco em outros contextos.

Trajetórias

Como dito anteriormente, nossas identidades agregam nossas experiências passadas. O conceito de trajetória é uma maneira de analisarmos as situações em que também agregamos às nossas identidades objetivos pessoais futuros: nossa postura presente depende tanto do que fizemos no passado quanto do que pretendemos fazer no futuro.

Uma trajetória nos permite determinar o quê é importante e o quê não é, e mais importante ainda, nos faz atribuir mais valor às práticas e conhecimentos que podem nos ajudar a alcançar nossos objetivos pessoais, e a descartar ou ignorar o quê não nos impulsiona nesta direção ([24], pg. 155). Portanto, em cursos ou em outras comunidades onde principal atividade do participante consiste em aprender, é de suma importância que estes novos conhecimentos o aproximem de seus objetivos pessoais. Caso contrário, sua tendência será de não participar da comunidade, ou ter uma participação o mais periférica possível.

É possível que uma mesma pessoa mantenha simultâneamente diversas trajetórias diferentes e, em cada comunidade de prática, evoque uma outra faceta de sua identidade e assim exerça uma participação diferente. A volta também é verdadeira: alguém exposto a uma nova prática pode absorver os novos valores daquela comunidade e assim criar uma nova trajetória (ou realinhar uma antiga) tendo como objetivo a participação plena nesta comunidade.

No contexto específico das comunidades de prática, uma trajetória também pode significar o movimento realizado por uma pessoa dentro de uma comunidade, em relação à participação na prática. Por exemplo, um participante periférico pode nunca tender a uma participação plena caso a comunidade não lhe ofereça oportunidades de aprender e de ampliar sua participação. O contrário também é possível. Outras trajetórias podem levar um participante a sair da comunidade ou ir para outras comunidades adjacentes. Até mesmo permanecer numa prática plena é uma trajetória, dado que o contexto da comunidade sempre muda: o contexto social muda, gerando novas demandas; novos participantes entram na comunidade; novas tecnologias são incorporadas ao repertório, etc.

Trajetórias Paradigmáticas

Em ambas as concepções de trajetórias, existe o que chamamos de trajetórias paradigmáticas. São as diversas trajetórias vivenciadas por outros participantes da comunidade que nos influenciam de modo a criarmos ou alterarmos uma de nossas próprias trajetórias.

Tais trajetórias são muito importantes, pois permitem ao novo participante vislumbrar quais são as potencialidades inerentes à participação naquela comunidade (quem você pode vir a ser, o quê você pode vir a realizar), colaborando inclusive para aprimorar a percepção da importância desta comunidade em um âmbito mais abrangente. Desta forma, mais do que servir de modelos ou inspiração para nossas trajetórias, as trajetórias paradigmáticas influenciam profundamente nossas identidades [24], pg, 156).

Nós não precisamos ser contemporâneos para sermos influenciados por uma trajetória paradigmática - figuras emblemáticas serão lembradas pelos participantes da comunidade, e sua trajetória fará parte do repertório compartilhado mesmo depois de sua saída.

Trama de Multi-Associação

Todos nós participamos de diversas comunidades de prática ao longo de nossas vidas. O nosso grau de envolvimento em cada uma é diferente: de uma participação periféria à uma partipação plena, ou até mesmo nenhuma participação mais. Em cada uma dessas comunidades nós desenvolvemos identidades diferentes, dados os diferentes contextos em que a prática é realizada.

Entretanto, continuamos a ser uma única pessoa, e carregamos estas identidades conosco a todo instante. Assim, a nossa participação em uma comunidade influencia a nossa participação em outras: podemos migrar práticas adquiridas em diferentes comunidades, o zelo por um empreendimento pode ser reinterpretado em outro contexto, e os repertórios compartilhados podem ser não só distintos como também conflitantes.

Além da prática, cada identidade que carregamos está potencialmente associada a uma trajetória diferente. Conciliar as diferentes perspectivas provenientes de diversas identidades é um trabalho constante, e nem sempre tranquilo, de tentar integrar em uma única individualidade perspectivas distintas de presente e de futuro.

É nessa trama de multi-associação em diversas comunidades de prática que o indivíduo concilia todas essas perspectivas em um indivíduo vivo no mundo. Para falarmos sobre uma uma determinada identidade precisamos localizá-la nesta trama, pois não existe uma identidade isolada ([24], pg. 161).

2.2 Referencial Metodológico e Metodologia

Nesta seção iremos apresentar os diversos aspectos metodológicos destes trabalho: seu caráter emergente, as atividades que foram realizadas, as categorias de análise que a teoria das comunidades de prática nos confere e os instrumentos metodológicos utilizados.

2.2.1 Design Emergente

Ao longo de seu desenvolvimento, diversos fatores conspiraram para que a questão de pesquisa deste trabalho fosse alterada. Os principais, como citamos na introdução, foram o leitura do artigo da Leone Burton [10], a observação do incidente da Escola de Inverno e o fato de um dos participantes da nossa pesquisa ter copiado-e-colado um trabalho da internet.

Essa mudança foi mais profunda do que apenas uma mudança na *pergunta que queríamos responder*, pois foi necessário também alterar toda a parte metodológica do trabalho. Se adotarmos a mesma interpretação do termo *design* dada por Alves-Mazzotti e Gewandsznajder([1], pg. 147) de que este "corresponde ao plano e às estratégias utilizadas pelo pesquisador para responder às questões propostas pelo estudo, incluindo os procedimentos e instrumentos de coleta, análise e interpretação dos dados, bem como a lógica que liga entre si diversos aspesctos da pesquisa", podemos dizer que houve uma significativa mudança no design desta pesquisa.

De acordo com Araújo e Borba, isso caracteriza uma pesquisa cujo design é *emergente*, onde o design "vai sendo construído à medida que a pesquisa de desenvolve e seus passos não podem ser rigidamente determinados *a priori*" ([2], pg. 29). Os mesmos autores também reconhecem que "a própria experiência com o trabalho de campo e as leituras de novas referências [levam] o autor a ganhar uma nova perspectiva que transforma o foco em questão", exatamente como aconteceu conosco.

Alves-Mazzotti e Gewandsznajder argumentam que pesquisas qualitativas "por sua diversidade e flexibilidade, não admitem regras precisas, aplicáveis a uma ampla gama de casos" e apresentam alguns argumentos em prol do design emergente ([12] apud [1]), aqui transcritos textualmente:

- O foco e o *design* do estudo não podem ser definidos *a priori*, pois a realidade é múltipla, socialmente construída em uma dada situação e, portanto, não se pode apreender seu significado se, de modo arbitrário e precoce, a aprisionarmos em dimensões e categorias;
- Dada a natureza idiográfica (não repetível) e holística (que exige a visão da totalidade) dos fenômenos sociais, nenhuma teoria selecionada *a priori* é capaz de dar conta dessa realidade em sua especificidade e globalidade;
- A focalização prematura do problema e a adoção de um quadro teórico *a priori* turvam a visão do pesquisador, levando-o a desconsiderar aspectos importantes que não se encaixam na teoria e a fazer interpretações distorcidas dos fenômenos estudados.

Assim, como acreditamos que toda prática é intrinsecamente social e que tais aspectos sociais devem ser analisados não só com foco no indivíduo mas também com foco nas diversas comunidades com que ele interage, entendemos que os dois primeiros argumentos são bastante sensatos. E, dado que é impossível desconsiderar o fato de termos encontrado um trabalho feito por um aluno de mestrado, com muitos anos de carreira no magistério, copiado-e-colado da internet e que isso não era contemplado nem pelos referenciais teóricos previamente adotados nem pelo nosso próprio planejamento, somos levados a contemplar a sensatez do terceiro.

De fato, entendemos que não faz sentido analisar detalhes do aprendizado realizado por estes participantes e suas concepções sobre matemática se eles possuem problemas muito maiores no âmbito social. Problemas estes muito mais importantes em suas vidas e que também afetam o próprio curso de mestrado.

Desta forma, justificamos o design emergente deste trabalho e reconhecemos as limitações encontradas devido ao fato dos experimentos realizados terem sido concebidos quando ainda estávamos trabalhando com um design completamente diferente, acreditando que “estas mudanças sinalizam um movimento para um nível de investigação sofisticado e que proporciona um maior insight” ([12] apud [2]).

2.2.2 Categorias de Análise

Nesta seção iremos delinear como utilizaremos a teoria das comunidades de prática para analisar o curso de Mestrado em Ensino de Matemática da UFRJ.

Entendendo que esta comunidade é composta tanto pelos professores pesquisadores e pelos alunos, utilizaremos as características básicas de uma comunidade de prática como as nossas categorias de análise. A constar: engajamento mútuo, empreendimento comum aos participantes e o repertório compartilhado.

Utilizando os instrumentos metodológicos apresentados na próxima seção, iremos detectar contradições (diferentes posturas, seja dos professores ou dos alunos, em uma mesma categoria) e tensões (posturas conflitantes entre os professores e alunos) existentes nessa comunidade.

2.2.3 Instrumentos Metodológicos

Nesta seção iremos descrever as principais fontes de dados deste trabalho. São elas: as minhas experiências pessoais enquanto aluno deste curso de mestrado; as entrevistas realizadas com os participantes do experimento; os documentos emitidos pela CAPES relacionados à avaliação do programa; os documentos disponíveis no site do programa relacionados à sua organização; e dois documentos da FAPERJ e do CNPq relacionados à auxílios e bolsas de pesquisa.

Descrevemos estes intrumentos aqui, para no próximo capítulo analisá-los à luz da teoria das comunidades de prática.

Experiências pessoais

Existem dois relatos da minha experiência pessoal como aluno do curso de Mestrado em Ensino de Matemática da UFRJ que servem para ilustrar algumas questões de cunho social do curso.

O primeiro narra sobre os seminários regulares organizados pelo curso. Duas vezes por semana, pesquisadores da área de ensino de matemática eram convidados a realizar uma palestra para os alunos de todas as turmas. Alunos que estivessem com a pesquisa para a dissertação bem adianta também eram convidados a palestrar. Tais seminários eram sempre a última atividade do dia, e tinham duração máxima de duas horas. De acordo com o então coordenador do curso, esta era a principal atividade de integração entre alunos e pesquisadores de dentro e fora do instituto.

A intenção era promover uma oportunidade para que os alunos conhecessem os professores, tomassem conhecimento das linhas de pesquisa do programa, das dissertações em andamento e das questões de pesquisa atuais da área. O único recurso utilizado para garantir a presença dos alunos era a passagem de uma lista de presenças. Entretanto, era bastante comum observar alunos, principalmente das turmas 2007 em diante, assinando a lista de presença e indo embora logo em seguida. As desculpas para tal comportamento variavam muito, mas a prática se tornou bastante comum, ao ponto de algumas pessoas firmarem compromissos externos ao curso no mesmo horário.

Curiosamente, do ponto de vista metodológico, não era viável produzir um registro documental deste ocorrido. Se eu anotasse meticulosamente quem saía no meio dos seminários, eu certamente seria hostilizado pelos meus colegas de classe. Por outro lado, o único registro existente são as próprias listas de presença, reconhecidamente fraudadas.

O segundo relato narra sobre o ocorrido na Escola de Inverno. Já descrevemos o ocorrido na seção 1.2, mas vale reafirmar de que tratava-se de uma oportunidade única dos alunos entrarem em contato com personalidades de renome internacional na área de ensino de matemática, e de participar de discussões de alto nível, tanto nos assuntos abordados quanto nos argumentos apresentados. Mesmo assim a presença dos alunos foi pífia.

Dos mais de quarenta alunos inscritos, menos de dez compareceram por dia. A repercussão dentro do instituto foi grande, levando ao então coordenador do curso, o professor Victor Giraldo a se pronunciar sobre o assunto com todos do corpo discente e docente (vide apêndice A).

Entrevistas

As entrevistas foram baseadas no mesmo trabalho da Leone Burton [10] que citamos anteriormente. Nós adaptamos as perguntas do trabalho dela e replicamos aquelas referentes às comunidades de prática para cada uma dos três comunidades que nos interessavam: a comunidade discente; a comunidade docente dos ensinos fundamental e médio; e a comunidade dos pesquisadores em matemática. À estas nós adicionamos perguntas sobre a trajetória deles por cada uma dessas comunidades, sobre a estrutura da matemática e a leitura de demonstrações, sobre o texto em prosa e sobre os trabalhos realizados.

As entrevistas foram realizadas individualmente, gravadas e posteriormente transcritas. A transcrição realizada não foi *ipsis litteris*, mas tomamos o cuidado de ouvir novamente as passagens toda vez que houvesse possibilidade de ambiguidade. Além disso, as entrevistas não foram totalmente idênticas entre si. Entre um entrevistado e outro, alguns pequenos ajustes foram realizados às perguntas e, às vezes, uma resposta do entrevistado nos levava a realizar perguntas não planejadas.

Todas as atividades foram realizadas com quatro alunos matriculados no Mestrado em Ensino de Matemática da UFRJ. Os quatro são do sexo masculino, com idades entre trinta e sessenta anos. Todos trabalham como professores dos ensinos fundamental e/ou médio, alguns com muitos anos de experiência inclusive no ensino superior. A fim de preservá-los, iremos nos referir à eles pelas letras maiúsculas de A à D. Todos estavam cursando a disciplina "Pensamento Matemático Avançado", ministrada pelo professor Victor Giraldo no segundo semestre de 2010, e foram informados de que a participação nestas atividades contariam a título de avaliação.

A Avaliação da CAPES

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) é uma Fundação Pública, federal, incumbida dentre outras coisas de fomentar o acesso e a divulgação da produção científica no país e de avaliar os programas de pós-graduação *stricto sensu* de todo o Brasil. Esta avaliação possui diversos objetivos e visa [4]:

> Contribuir para o aprimoramento de cada programa de pós-graduação, assegurando-lhe o parecer criterioso de uma comissão de consultores sobre os pontos fracos e fortes de seu projeto e de seu desempenho e uma referência sobre o estágio de desenvolvimento em que se encontra.

A CAPES disponibiliza em seu site as Fichas de Avaliação Trienal de cada curso, bem como os Cadernos de Indicadores nos quais se baseiam.

Os Documentos Oficiais do Programa

O site do curso [17] serve como o principal meio de comunicação entre os alunos e a coordenação do curso, junto com a lista de e-mail. Nele estão contidos diversos documentos oficiais do curso, como os “Objetivos e Metas” do programa, o calendário de atividades acadêmicas, sua estrutura acadêmica, seu regulamento, dentre outros.

Documentos da FAPERJ e do CNPq

A Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ) é uma agência do Estado do Rio de Janeiro vinculada à Secretaria de Estado de Ciência e Tecnologia que visa estimular o desenvolvimento de projetos de pesquisa científica e tecnológica sediados no Estado. A principal forma de estímulo empregada é a concessão de bolsas e auxílios a pesquisadores e à instituições.

No site da FAPERJ podemos encontrar um documento intitulado “Manual de Bolsas e Auxílios da FAPERJ” [18] que descreve quais são os tipos de auxílios concedidos pela instituição e os requisitos necessários para pleiteá-los.

O Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), por sua vez, é uma agência do Ministério da Ciência e Tecnologia destinada ao fomento da pesquisa científica e tecnológica e à formação de recursos humanos para a pesquisa no país. Assim como a FAPERJ, o CNPq também disponibiliza bolsas e auxílios para pesquisadores.

Em seu site, podemos encontrar o documento “Auxílio Projeto Individual de Pesquisa - APQ - Norma Específica”[9] que descreve os requisitos necessários para a concessão de apoio financeiro para projetos de pesquisa realizados por pesquisadores no Brasil.

3 Configuração das Diferentes Práticas

Neste capítulo iremos analisar os diversos instrumentos metodológicos apresentados anteriormente à luz da teoria das comunidades de prática, a fim de determinar tensões e contradições presentes no contexto deste curso de mestrado.

A comunidade de prática do curso de mestrado da UFRJ em Ensino de Matemática compreende dois tipos principais de participantes: os professores e os alunos. Nesta análise, os instrumentos metodológicos que utilizaremos para representar os professores serão os Documentos Oficiais do Programa, e os utilizados para representar os alunos serão as Entrevistas.

A análise será realizada seguindo dois eixos. No primeiro iremos confrontar os Documentos Oficiais do Programa com a Ficha de Avaliação da CAPES, a fim de identificar tensões internas ao curso. Em seguida iremos contrastar os Documentos Oficiais do Programa com as Entrevistas a fim de identificar as tensões existentes entre as expectativas dos alunos e as expectativas do curso.

As minhas Experiências como aluno do curso serão utilizadas nas dois eixos de análise, de maneira diferente em cada um.

3.1 Tensões internas ao Curso

O curso de Mestrado em Ensino de Matemática da UFRJ é um curso acadêmico que teve sua primeira turma em 2006. De acordo com a Ficha de Avaliação do Programa, feita pela CAPES [6], referente ao triênio de 2007 até 2009, o curso apresenta condições bastante favoráveis para o desenvolvimento de pesquisas científicas.

Sobre o corpo docente, a ficha de avaliação destaca sua alta qualificação e engajamento em projetos de pesquisa (pg. 2):

> A formação dos docentes é diversificada e adequada às linhas de pesquisa [...] Essa diversificação é propícia ao desenvolvimento de projetos de pesquisa [...] Um ponto

> forte do programa é a participação no corpo docente de pesquisadores oriundos de centros de pesquisa do Canadá, França e Alemanha, reconhecidos na área. Todos os docentes permanentes estão engajados em projeto de pesquisa e todos ministram disciplinas na pós-graduação.

A ficha também destaca o impacto em âmbito nacional dos projetos realizados e a integração com outros centros de excelência (pg. 3):

> O programa está envolvido em atividades de impacto regional e (ou nacional) [...] Destaca-se como ponto forte do programa a colaboração do programa com centros de pesquisa do Canadá, França e Alemanha.

Sobre a infra-estrutura disponível, a ficha destaca que “A biblioteca que atende o programa possui um acervo significativo para a área e disponibiliza acesso a portais de periódicos CAPES e JSTOR” (pg. 2).

O ambiente apresentado pela ficha é extremamente propício para o desenvolvimento de pesquisas científicas por parte do corpo discente: a formação docente é excelente, todos os docentes lecionam no mestrado, todos estão engajados em projetos de pesquisa, estes projetos têm influência até mesmo em âmbito nacional, o programa possui colaborações com outros centros de excelência estrangeiros influentes na área e os discentes têm acesso à uma biblioteca adequada.

Entretanto, de acordo com a própria ficha, os resultados obtidos pelo curso no que se refere à produção discente não parecem corresponder ao seu potencial latente (pg. 3):

> Registra-se, no período, uma diminuição considerável na produção discente. Em 2007 e 2008 estão registrados 46 trabalhos em anais de congresso e 26 produções técnicas diversificadas. No ano de 2009 há registro de 4 publicações em anais e apenas 1 registro de publicação técnica. A média do tempo de titulação aumentou de 29,7 meses para 32,7 meses, ou seja, superior ao exigido pela área.

No quesito “Participação de discentes em projeto de pesquisa” o curso obteve conceito *Deficiente*, dentre os seguintes possíveis: *Muito Bom*, *Bom*, *Regular*, *Fraco* e *Deficiente*. [8]

O que estaria impedindo o corpo discente de participar dos projetos de pesquisa e de produzir trabalhos, mesmo em um ambiente tão favorável? Provavelmente diversos fatores colaboraram para isso, mas a própria ficha de avaliação do programa aponta uma possibilidade (pg. 1):

> A descrição dos objetivos gerais [do programa] privilegia a formação de docentes em detrimento da formação de pesquisadores como é esperado num mestrado acadêmico. [...] Essa preferência para a formação de docentes se expressa também quando o programa defende o ponto de vista de que a publicação em eventos tem maior impacto social do que a publicação em periódicos científicos. Vale a pena atentar para a modalidade acadêmica do programa, e a consequente caracterização do impacto. Em contraposição o programa aponta como ações com vistas ao seu desenvolvimento a consolidação de suas linhas de pesquisa e ampliação da publicação discente e docente.

Isso é um indício de que o curso passava por uma "crise de identidade" entre um mestrado acadêmico e um mestrado profissional: enquanto que o discurso oficial tinha uma tendência a focar na importância do corpo discente se qualificar melhor enquanto docentes, as medidas adotadas para o crescimento do programa visavam uma ampliação das atividades de pesquisa no âmbito acadêmico. Não havia, portanto, um consenso por parte dos professores sobre qual era o *empreendimento* da comunidade e qual era a participação dos alunos neste.

Existem dois outros aspectos do curso que são contraditórios com sua postura oficial e consonantes com a deficiente participação discente em projetos de pesquisa. O primeiro é o fato de que até a presente data o site do curso [17] não possui uma lista com a descrição dos projetos de pesquisa ativos no instituto e o curso não dispõe de outra forma de comunicar isso aos alunos. O mais próximo que existe publicamente disponível é o Caderno de Indicadores disponibilizado no site da CAPES chamado "Projetos de Pesquisa" [7].

O segundo é que, apesar de existir uma expressiva produção acadêmica docente, não existe um mecanismo para informar os alunos sobre isso. No site da CAPES é possível acessar diversos Cadernos de Indicadores [5] contendo os relatórios anuais utilizados no processo de avaliação trienal de um curso. Dentre estes cadernos estão disponíveis os de "Docente Produção", que consolidam as produções bibliográficas e técnicas realizadas pelo corpo docente.

Somando os valores dos cadernos referentes ao curso nos anos de 2007 até 2009, obtive os seguintes números sobre a produção no período: foram 30 artigos, 107 trabalhos em anais, 29 capítulos de livros, e 8 livros completos produzidos pelo corpo docente do curso, incluindo os colaboradores e visitantes. Se nos permitirmos sair do triênio, existe um outro exemplo mais recente. Na edição de julho da *Educational Studies in Mathematics* [21] foram publicados dois artigos do professor Dr. Gert Schubring, que é do corpo permanente do programa.

Apesar disso tudo, o curso não facilita o acesso dos alunos aos projetos de pesquisa e à sua produção, em contradição com sua postura oficial de expandir a pesquisa discente. Vale observar que do ponto de vista das comunidades de prática, é extremamente importante que se garanta as condições básicas para que os participantes que estão entrando na comunidade tenham acesso à uma participação periférica legítima. A dificuldade em acessar informações básicas sobre as pesquisas realizadas no instituto aponta para uma deficiência na confecção e disseminação do *repertório compartilhado* da comunidade.

Finalmente, existe uma contradição relativa às praticas do curso que devemos mencionar: durante este período de 2007 até 2009, a maioria dos alunos aceitos pelo processo seletivo do curso trabalhava como professor nos ensinos fundamental e médio, mas de acordo com sua "Estrutura Curricular"[16], este não possuia uma disciplina de metodologia de pesquisa ou outra forma sistemática de introduzir os alunos à prática da pesquisa científica. De fato, um aluno podia obter o título de mestre tendo feito apenas sua própria dissertação como trabalho de pesquisa.

Como narrado em minhas experiências, tanto os seminários quanto a Escola de Inverno (que eram iniciativas do curso para integrar alunos e professores) não foram totalmente bem sucedidos em seus objetivos, dada a reação dos alunos. Assim, o curso não dispunha de práticas eficazes que introduzissem os alunos para a *prática* da pesquisa científica. Como vimos no capítulo 2, esse acesso à prática precisa ser feito de maneira meticulosa, dados os riscos envolvidos para o empreendimento como um todo: confeccionar uma dissertação de mestrado é uma operação complexa, formada por diversas etapas, e o futuro do curso de mestrado como um todo depende das defesas realizadas pelos alunos.

Vale observar que em 2010 o curso inseriu em sua Estrutura Curricular novas atividades a fim de sanar essa deficiência.

3.2 Tensões entre os Alunos e o Curso

Nesta seção iremos contrastar as expectativas dos alunos em relação ao curso e as expectativas do curso em si. A análise das expectativas dos alunos se dará através das entrevistas realizadas com os quatro participantes dos experimentos.

Como dissemos, as entrevistas realizadas cobriam diversos assuntos, totalizando aproximadamente 133 perguntas, com pequenas variações entre cada participante. Essas questões eram abrangentes, e deixavam o participante à vontade sobre qual direção sua resposta poderia seguir. Exatamente por isso, as entrevistas possuiam diversas perguntas similares, abordando os mesmos temas por ângulos ligeiramente diferentes.

Conforme os argumentos presentes neste trabalho foram amadurecendo, tivemos maior clareza sobre quais informações efetivamente nos interessavam, e nem sempre havia uma única pergunta correspondente nas entrevistas. Por diversas vezes aconteceu de cada participante transparecer sua opinião sobre um mesmo assunto em uma parte diferente da entrevista. Assim compilamos diversas partes das entrevistas em uma única tabela que consolida as informações que nos interessam.

Tabela 3.1: Discriminação dos Resultados

	A	B	C	D
Trabalha como professor?	Sim	Sim	Sim	Sim
Aumento salarial motivou entrada no curso?	Sim	Sim		
Busca desenvolvimento docente no curso?		Sim	Sim	Sim
Se considera um pesquisador em ensino de matemática?	Não	Não, nunca publicou	Sim	Sim, mas nunca publicou
Considera que seu papel no curso é de um pesquisador?	Somente durante a dissertação	Somente durante a dissertação, é pesquisador em formação	Somente durante a dissertação	Não, é um aspirante a pesquisador
Pretende seguir carreira como pesquisador?			?	Sim

Como já havíamos apontado, todos os participantes trabalham ativamente como professores do ensino fundamental ou do ensino médio, inclusive na rede pública.

Sobre a questão salarial, apenas dois participantes foram explícitos e espontâneos em afirmar que a melhoria salarial foi um fator importante na decisão de entrar no mestrado. Isso não quer dizer a melhoria salarial não tenha influenciado os outros dois participantes, só não temos como afirmar pois não questionamos isso diretamente.

Em particular, o participante A foi bastante enfático em dizer que este foi o principal motivo dele se matricular no mestrado, e em momento algum ele disse, ou deixou a entender, que havia algum interesse em se desenvolver enquanto professor ou de seguir carreira como pesquisador. Mais do que os outros participantes, ele apresentava um grande interesse por matemática pura. Os outros três disseram que esperavam se aprimorar na prática docente.

Quando perguntados se eles se consideravam pesquisadores em ensino de matemática (em contraste com um pesquisador em matemática pura), apenas os participantes C e D disseram se considerar um pesquisador em ensino de matemática. Mas quando perguntados se eles acreditavam que o papel deles no curso era de um pesquisador, nenhum deles assumiu integralmente este papel. Os participantes A, B e C disseram que só seriam pesquisadores durante ou à partir do preparo da dissertação, o participante B disse ser um pesquisador em formação, e o participante D disse ser um aspirante a pesquisador.

O único a dizer que pretende seguir carreira como pesquisador foi o participante D, inclusive foi o único a apresentar isto como um motivo para entrar no mestrado. Quanto ao participante C, ele foi o único a se auto proclamar pesquisador sem ressalvas, inclusive dizendo que pretende propor mudanças curriculares. Nas entrevistas não fica claro se ele pretende seguir a carreira de pesquisador, ou se esse é o tema de sua dissertação.

Assim, podemos observar que se configurou uma tensão bem explícita sobre qual é o *empreendimento* destes alunos no curso: por um lado os alunos vêem o mestrado como uma maneira de obter aumento salarial, desenvolvimento docente, eles querem continuar nesta carreira e não se vêem como pesquisadores, enquanto que o curso tem um carater acadêmico e tem como objetivo "preparar esses profissionais para o futuro trabalho de magistério superior e pesquisa na área do ensino de Matemática" [19].

Considerando que existem alunos que contemplam a possibilidade de seguir a carreira como pesquisador, e como formar pesquisadores é um dos objetivos do curso, vale a pena analisarmos o *repertório* da comunidade sobre suas trajetórias paradigmáticas. Como vimos na seção anterior, os alunos não têm acesso à produção acadêmica do instituto, dificultando, portanto, que os alunos se inspirem e se espelhem em seus professores.

Também não existem muitas histórias de alunos que se tornaram pesquisadores, pois analisando os documentos "Manual de Bolsas e Auxílios da FAPERJ" [18] e "Auxílio Projeto Individual de Pesquisa - APQ - Norma Específica"[9] do CNPq, podemos ver que estas instituições exigem o título de doutor e vínculo com instituição de pesquisa para conferir quaisquer benefícios monetários. Além disso, não existe nenhum curso de Doutorado em Ensino de Matemática no Estado do Rio de Janeiro. O *repertório* destes alunos, portanto, é fraco em histórias que retratem as possibilidades de seguir carreira como pesquisador.

Finalmente, no que concerne as *práticas* dos alunos, dados a minha experiência como aluno e os documentos oficiais do curso ([16] e [19]), podemos destacar os principais pontos de contato entre alunos e professores: a relação pedagógica da sala de aula, a relação entre o aluno e orientador, e a relação entre aluno e pesquisador nos seminários.

Na sala de aula, a relação pedagógica pode tomar diversas formas, mas o foco geral é a transmissão de conteúdos e a criação de senso crítico sobre eles. Não havia, no curso, uma orientação oficial para o planejamento e execução de projetos de pesquisa como atividades usuais das disciplinas, e como não havia uma postura uniforme quanto ao próprio caráter do curso por parte dos professores (vide seção anterior), qualquer iniciativa deste tipo era individual. Assim, em geral, as aulas não geravam oportunidades para o engajamento mútuo em torno da prática da pesquisa científica.

A relação entre aluno e orientador também pode tomar diversas formas, inclusive de engajamento mútuo. Mesmo nesses casos, o aluno, que é o menos experiente dos dois, é quem tem a maior parcela de trabalho e de responsabilidade, algo que é contraditório com a posição de participação periférica legítima.

Já os seminários, apesar de serem ótimas oportunidades para conhecer as pesquisas dos professores, são atividades de natureza expositiva. E, como já comentamos anteriormente, nem sempre os alunos se sensibilizavam quanto à sua importância.

Assim, podemos ver que os alunos não engajavam mútua e consistentemente em atividades de pesquisa. De acordo com a teoria das comunidades de prática, o engajamento mútuo na prática é um dos pré-requisitos para uma participação periférica legítima. No caso, esta seria a principal porta para a formação de um pesquisador pleno, que é um dos objetivos do curso.

4 Conclusão

Nesse trabalho, pudemos observar diversos aspectos da comunidade de prática do curso de Mestrado em Ensino de Matemática da UFRJ à luz da teoria das comunidades de prática.

A análise foi realizada em dois eixos. No primeiro focamos a organização do curso em si através de seus documentos oficiais. No segundo nós focamos os alunos do curso, através das entrevistas realizadas e de minhas experiências pessoais enquanto aluno. Nos dois casos conseguimos apontar contradições e tensões relativas ao *empreendimento*, *repertório* e às *práticas* desta comunidade, respectivamente resumidos a seguir.

Analisando diversos instrumentos documentais sobre o curso, pudemos destacar três questões contraditórias. Primeiro, o curso passava por uma "crise de identidade", oscilando entre apoiar o desenvolvimento dos alunos como professores e capacitá-los para a realização de pesquisas científicas. Segundo, apesar do objetivo declarado de formar pesquisadores, o curso não disponibilizava aos alunos a descrição dos projetos de pesquisa em andamento no instituto, nem sua produção acadêmica. E terceiro, sem ter clareza quanto ao seu caráter, o curso admitia muitos professores do ensino fundamental e médio, sem prover maneiras de introduzí-los à prática da pesquisa científica.

Tendo como eixo de análise os próprios alunos, pudemos destacar três pontos de tensão. Enquanto que o curso tem como objetivo formar pesquisadores, as entrevistas apontam que os objetivos pessoais dos alunos são outros. Além disso, entre os alunos existem poucas histórias daqueles que efetivamente se tornaram pesquisadores, pois, por um lado o contexto social onde o curso está inserido não apresenta oportunidades para seguir a carreira de pesquisador, e por outro, o próprio curso deixa de apresentar seus pesquisadores como casos de sucesso. Finalmente, observamos que os alunos possuem poucas oportunidades de participar na prática da pesquisa científica.

Por nos permitir refinar e sistematizar a análise dos problemas percebidos, a teoria das comunidades de prática se mostrou adequada para a análise deste curso, levando em consideração aspectos pessoais e sociais. Reafirmamos que apesar deste trabalho não ter um cunho prescritivo, acreditamos que o levantamento dessas tensões e contradições possa colaborar na elaboração futura de mudanças estruturais e curriculares.

A teoria também nos permite contemplar, de maneira utópica, os possíveis benefícios que o aprendizado na prática legítima poderia trazer para a formação dos alunos, tanto nos quesitos técnicos quanto no alinhamento de valores. Assim, mesmo que o cerne da comunidade jamais seja o aprendizado na prática, a teoria nos permite abordar diversas questões importantes sobre as identidades dos alunos e a produção acadêmica.

Ao término deste trabalho nós vislumbramos diversas possibilidades de trabalhos futuros. Por exemplo, seria bastante interessante analisar o impacto que as recentes mudanças estruturais e curriculares acarretaram na comunidade do curso. Vale observar que no ano que vem a CAPES realizará outra avaliação trienal, novamente provendo uma rica fonte de dados sobre o curso.

Outra possibilidade interessante seria propôr e implementar novas maneiras de organizar o reportório compartilhado desta comunidade, colocando em evidência suas linhas de pesquisa, seus projetos em andamento, suas diversas produções acadêmicas e estruturar melhor possíveis temas de dissertações e trabalhos, a fim de envolver os alunos nas atividades de pesquisa e de fortalecer as tradições de pesquisa do curso.

Esta comunidade de prática, como a maioria delas, vive em constante renovação. Enquanto todo ano uma nova turma de calouros entra na comunidade, vários veteranos obtêm o título de mestre e saem dela. Se observarmos este movimento tendo como foco os alunos, poderíamos investigar mais profundamente as motivações deles para entrar no curso, o impacto que este teve em suas vidas e os valores provenientes de outras comunidades. Se por outro lado focarmos na comunidade em si, poderíamos compreender seu ciclo de vida: quais são as práticas destes alunos, como eles são introduzidos à elas, o quê eles produzem, que tipos de artefatos ou histórias são passados dos veteranos para os calouros, etc. De modo geral, a análise das trajetórias dos alunos deve colaborar para uma melhor compreensão sobre quem são eles, e qual a importância do curso em suas vidas, potencialmente fundamentando novas mudanças no curso.

Existe uma vertente da teoria de comunidades de prática (podemos citar, por exemplo, o próprio Etienne Wenger) que busca pesquisar e formalizar métodos de se organizar comunidades de prática, inclusive comunidades onde o objetivo é o aprendizado. Seria interessante elaborar propostas de aprendizado na prática que visassem o aumento da produção acadêmica discente, levando em consideração o perfil e objetivo dos alunos do curso.

APÊNDICE A – E-mail do Coordenador do Curso

De:	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática <pemat@im.ufrj.br>
Para:	Todos os alunos matriculados e professores do curso (lista completa omitida)
Data:	22/07/2010
Assunto:	Comparecimento na Escola de Inverno

Prezados alunos,

Como vocês sabem (ou deveriam saber), nosso programa promoveu na semana passada a Escola de Inverno de Pesquisa em Ensino de Matemática. Tivemos o prazer de contar com palestras de 9 convidados internacionais, de diversos países, dentre os quais alguns dos nomes de maior destaque no cenário internacional de educação matemática atualmente. Dentre estes, destaco a presença da Dr. Michèle Artigue, ex-presidente da International Comission for Mathematical Instruction, vinculada à International Mathematics Union, e da Dr. Norma Presmeg, atualmente editora-chefe do Educational Studies in Mathematics, publicação internacional de maior prestígio na área.

Entretanto, a presença de alunos do Programa foi consideravelmente baixa. Este fato é de extrema gravidade, e causou grande constrangimento nos convidados internacionais. A Escola de Inverno foi organizada prioritariamente tendo como público alvo os alunos do Programa. Por isso, como nosso objetivo era criar um ambiente propício para a discussão, a divulgação para convidados externos foi limitada. Isto é, deixamos de convidar pessoas externas ao Programa porque havia mais de 40 alunos inscritos (a maioria dos quais simplesmente não apareceu). Além disso, alguns dos convidados cancelaram outros compromissos importantes, a meu pedido pessoal, para comparecer ao nosso evento. A Escola de Inverno ofereceu uma oportunidade única (pelo menos em alguns anos) de ter contato, na nossa Universidade, com algumas das discussões acadêmicas que só têm lugar em reuniões científicas internacionais. Assim, é difícil conceber como a maioria de nossas alunos não considerou isso como uma prioridade.

Tudo isso nos leva a questionar se nossos alunos realmente entendem o que significa cursar uma pós-graduação stricto-sensu. Recomendo que vocês reflitam seriamente, mesmo, se dar prosseguimento ao curso de mestrado é realmente o que vocês querem. Tenham certeza de que, nós do corpo docente, também pensaremos seriamente se este é o perfil de aluno que interessa para o nosso curso. Alguns critérios, como os de aprovação nas disciplinas de seminários e os de concedimento de auxílios para eventos fora da cidade, serão revistos. Além disso, este fato será levado em conta na avaliação dos alunos no fim do ano letivo e na decisão sobre o cancelamento do vínculo com o curso.

Victor Giraldo

APÊNDICE B – Trabalho Entregue

1

A CONVERGÊNCIA DA SÉRIE DE TAYLOR

Resumo do seminário apresentado por A e C em 09/09/2010 .

Breve Histórico sobre a vida de Taylor

Brook Taylor nasceu em 1985 em Edmonton, Inglaterra, filho de uma família com boa posição social, o que lhe permitiu fazer Universidade e em 1709 se licenciar em Cambridge. Seu primeiro trabalho, Methodus incrementorium directa e inversa, foi escrito em 1708, mas somente publicado em 1715 , quando já era membro da Royal Society. Durante 1712 e 1724 publicou 13 artigos e foi a época de maior produção de Taylor, mas também o período onde começaram suas desgraças.

Em 1721 rompe relacionamento com seu pai, pois havia decidido se casar com uma mulher de classe social inferior a sua. Dois anos após, esta falece durante o parto e o filho que esperavam, também falece. Consegue se recuperar a duras penas e em 1725, casa-se com sua segunda esposa Sabetta Sawbridge. Quatro anos após morre seu pai e um ano após Sabetta morre também, novamente durante o parto, só que agora a filha que esperavam sobrevive.

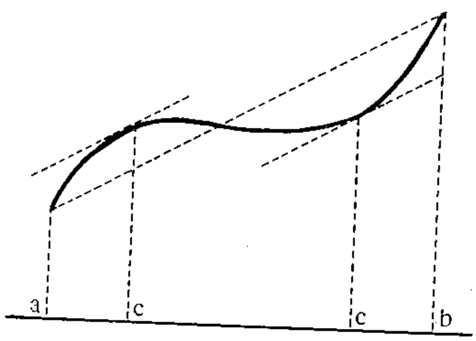
Brook Taylor falece em Londres em 1736 com 46 anos de idade deixando um legado até hoje utilizado.

Teoremas de cálculo que serão usados em demonstrações posteriores:

Teorema de Rolle . *Seja* f: [a,b] $\rightarrow$ IR *uma função contínua definida em um intervalo fechado* [a,b]. *Suponhamos que* f *seja derivável no intervalo aberto* (a,b) *,e que* f(a) = f(b) = 0. *Então, existe* c$\in$ (a,b) *tal que f'(c)=0.*

Teorema do Valor Médio : *Seja* f: [a,b] $\rightarrow$ IR *uma função contínua definida em um intervalo fechado* [a,b]. *Suponhamos que* f *seja derivável no intervalo aberto* (a,b). *Então existe* c $\in$ (a,b) *tal que*

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$



A fórmula de Taylor

Definição: Seja f: [a,b] $\rightarrow$ IR uma função definida no intervalo fechado [a,b]. Já definimos a função derivada f': (a,b) $\rightarrow$ IR, da função f. esta derivada é comumente denominada de derivada primeira de f, como forma de diferenciação das derivadas de ordem superior de f , definidas a seguir.A derivada segun da de f é a derivada da derivada primeira de f e denotada por f'', isto é , f é também uma função f'' (a,b) $\to$ IR . De forma similar definimos a derivada terceira, f''', a derivada quarta $f^{(4)}$,..., a derivada n-ésima $f^{(n)}$. Diremos que f é derivável até a ordem n, significando que existem as derivadas f', f'', ...,$f^{(n)}$, de f. Diremos que f ;[a,b] $\to$ IR é *derivável em* [a,b] se ela for derivável em (a, b) e se as derivadas laterais $f'_+(a)$ e $f'_-(a)$ existirem.

Teorema (Fórmula de Taylor) *Seja* f [a,b] $\to$ IR *uma função definida em um intervalo* [a,b]. *Suponhamos que as derivadas* $f^{(1)}$, ... , $f^{(n)}$ *existam e sejam contínuas em* [a,b], *e que* $f^{(n+1)}$ *exista em* (a,b). *Seja* c *um ponto qualquer fixado em* [a,b]. *Então, para cada* $x \in [a,b]$, $x \neq c$, *existe um ponto* ξ *entre* x *e* c *tal que :*

(1) $$f(x) = f(c) + f'(c)(x-c) + \ldots + \frac{1}{n!}f^{(n)}(c)(x-c)^n + R_{n+1}\text{, onde}$$

(2) $$R_{n+1} = \frac{1}{(n+1)!}f^{(n+1)}(\xi)(x-c)^{n+1}.$$

Obs.: I) Para n = 0, o teorema acima é precisamente o Teorema do Valor Médio.

II) Bastaria no enunciado do teorema acima exigir que $f^{(n)}$ fosse contínua em [a,b] e $f^{(n+1)}$ exista em (a,b), pois a existência de $f^{(n)}$ em [a,b] garante a continuidade de $f^{(1)}$, ..., $f^{(n-1)}$ em [a,b].

III) A existência de $f^{(n+1)}$ em (a,b) implica apenas a continuidade de $f^{(n)}$ em (a,b), mas não em [a,b].

Demonstração: Consideremos o caso x > c (por um raciocínio análogo, obtemos o caso x < c). O ponto x ficará fixado durante toda a demonstração.

Definamos a função F : [c,x] $\to$ IR: $F(x) = f(x) - f(t) - f'(t)(x-t) - \ldots - \frac{1}{n!}f^{(n)}(t)(x-t)^n - \frac{1}{(n+1)!}K(x-t)^{n+1}$,

onde K é uma constante a ser escolhida a posterior. Pelas propriedades de continuidade e de funções deriváveis, segue-se que F é contínua em [c,x] e derivável em (c,x). (F não é necessariamente derivável em [c,x], pois, c ou x podem coincidir com os extremos *a* e *b* , onde $f^{(n)}$ pode não ser derivável. Por outro lado , F(x) = 0 e se K for tomado convenientemente, isto é,

(3) $$K = \left\{ f(x) - f(c) - f'(c)(x-c) - \ldots - \frac{1}{n!}f^{(n)}(c)(x-c)^n \right\} \frac{(n+1)!}{(x-c)^{n+1}}\text{, então } F(c) = 0.$$

Assim todas as condições para a aplicação do teorema de Roole estão satisfeitas. Logo, existe $\xi \in (c,x)$ tal que $F'(\xi) = 0$. Calculemos F'.

$$F'(t) = 0 - f'(t) - [f'(t)(-1) + (x-t)f''(t)] - \frac{1}{2!}[f''(t).2.(x-t).(-1) + (x-t)^2.f'''(t)] - \frac{1}{3!}[f'''(t).3.(x-t)^2.(-1) +$$

$$+ (x-t)^3.f^{(4)}(t)] - \ldots - \frac{1}{n!}[f^{(n)}(t).n.(x-t)^{n-1}.(-1) + (x-t)^n.f^{n+1}(t)] - \frac{1}{(n+1)!}.K.(n+1)(x-t)^n.(-1).$$

$$F'(t) = -\cancel{f'(t)} + \cancel{f'(t)} - \cancel{(x-t).f''(t)} + \cancel{(x-t).f''(t)} - \frac{1}{2}\cancel{(x-t)^2.f'''(t)} + \frac{1}{2}\cancel{(x-t)^2.f'''(t)} - \frac{1}{6}\cancel{(x-t)^3.f^{(4)}(t)} + \ldots +$$

$$-\frac{1}{n!}f^{(n+1)}(t)(x-t)^n + \frac{1}{n!}K.(x-t)^n .$$

(4) $$F'(t) = -\frac{1}{n!}f^{(n+1)}(t)(x-t)^n + \frac{1}{n!}K.(x-t)^n .$$

Logo de (4) e (3) e de $F'(\xi) = 0$, segue-se

(5) $$K = f^{(n+1)}(\xi) .$$

Finalmente, (3) e (5) nos dão as expressões (1) e (2) que queríamos demonstrar.

OBS.: Se escrevermos P(x) = f(c)+ f'(c)(x-c)+...+$\frac{1}{n!}f^n(c)(x-c)^n$, o teorema da Fórmula de Taylor nos diz que f(x) difere do polinômio P(x) por R_{n+1}, isto é, f(x)– P(x) = R_{n+1}.

3. Séries Numéricas

Denominamos de *série numérica* a toda expressão da forma : $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots$. (1)

Associamos a sucessão (a_n) dada acima uma nova sucessão (A_n) , chamada de *sucessão das reduzidas ou das somas parciais*, que é assim definida: $A_n = \sum_{j=1}^{n} a_j = a_1 + \ldots + a_n$. Se a sucessão (A_n) tiver um limite S, dizemos que a série (1) *converge*, e que sua *soma* é S. Se a sucessão (A_n) não tiver limite, diremos que a série (1) *diverge.* No caso da convergência, escrevemos : S = $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

4. Séries de Potências

Definimos uma série de potências à toda série do tipo : (1) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$, onde $a_n \in$ IR, para todo n.

Seja D o conjunto dos pontos x $\in$ IR para os quais a série (1) converge. É claro que D não é vazio, pois x = 0 $\in$ D. Portanto, a expressão (1) define uma função S(x) para todo x$\in$ D, isto é : S(x) = $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$.

Teorema 4.1- *Suponhamos que a série (1) converge em um ponto x=c$\neq$ 0 . Então, a série converge absolutamente para todo x, tal que | x |< | c|.*

Obs.: Em particular, o teorema implica que, se c$\neq$ 0 pertence a D, então o intervalo (-|c|, |c|)$\subset$ D.

Corolário 4.1 – *Suponhamos que a série (1) não converge em um ponto x =d $\neq$ 0. Então, ela não converge, também, para todo x tal que |x| > r.*

Teorema 5.2 *Dada uma série de potências* $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ *, uma das duas possibilidades deve ocorrer:*

(i) *a série converge para todo x$\in$ IR;*

(ii) existe um número real r, tal que a série converge para todo |x|<r, e diverge para todo |x| >r.

Obs.: se (i) ocorre, diremos que o raio de convergência da série é ∞ . Se (ii) ocorre, o número *r* será definido como sendo o *raio de convergência.*

Lema 5.1 - *Suponhamos que a série de potências* $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ *convirja para |x| < r. Então as séries* $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1}$ e $\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2}$ *convergem absolutamente para |x| < r.*

Terorema 5.3- *Suponhamos que a série de potências* $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ *convirja para |x| < r. Seja S(x) a soma desta série. Então, S(x) é uma função derivável em |x| <r e S'(x) =* $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1}$.

A Série de Taylor de uma função

Seja f (a,b) $\to$ IR uma função infinitamente derivável em um intervalo aberto (a,b). Seja $x_o \in$ (a,b). A série de Taylor da função f, relativamente a x_o é definida por $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} f^{(n)}(x_0)(x-x_0)^{n}$.

Por uma mudança de variável, z = x- x_0, vemos que a série acima é uma série de potências.

Teorema5.4 – *Seja f:I$\to$ IR uma função infinitamente derivável em um intervalo I, que contém a origem 0 em seu interior. Seja (-r,r) o maior intervalo aberto dessa forma contido em I, e tal que, para cada c com 0<c<r, tem-se*

(1) $\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{n!}M_n(c)c^n\right] = 0,$

onde $M_n(c)$ é máximo da função $f^{(n)}(x)$ no intervalo [-c,c]. Então, a série de Taylor na função f(x), relativamente a 0, converge para f(x) no intervalo (-r,r).

Demonstração : Fixemos um ponto x ∈ (-r,r). Usando a fórmula de Taylor temos:

$f(x) = f(0) + f'(0)x + \ldots + \frac{1}{n!}f^{(n)}(0)x^n + R_{n+1}$, com $R_{n+1} = \frac{1}{(n+1)!}f^{(n+1)}(\xi)x_{n+1}$,

onde ξ é um ponto do intervalo (0,x), se x > 0, ou de (x,0) se x < 0. Para demonstrar que a série de Taylor da função f, calculada no ponto *x* , converge para f(x) , basta provar que o resto R_{n+1} tende a zero quando n tende a infinito.

Seja c = |x|. Então, $|R_{n+1}| \le \frac{1}{(n+1)!}M_{n+1}(c)c^{n+1}$ e, pela hipótese do teorema, segue-se que $R_{n+1} \to 0$, o que completa a demonstração.

Obs. Uma função f: I → *IR* , onde I é um intervalo real, é *analítica real* e um ponto *a*∈ I, se existir um subintervalo (a-∈ ,a +∈), onde f é igual á sua série de Taylor em torno de *a*. da definição, decorre que,se f for analítica em *a*, então f é derivável em (a-∈ ,a +∈). A recíproca não é verdadeira, como visto acima. O teorema 5.4 dá uma condição suficiente para que uma função infinitamente derivável seja anlítica. Na verdade, a condição (1) é necessária. Isto é, se f for analítica na origem, então existe *r* tal que (1) se verifica. Tome σ >0 e menor que o raio de convergência da série de Taylor da *f* em torno da orige, e seja k tal que $|a_n \sigma^n| \le k$. O *r* que estamos buscando será $\frac{\sigma}{2}$. De fato, se |x| < r (Exerc.7)temos que ;

$$|f^n(x)| \le \sum_{j=n}^{\infty} \frac{j!}{(j-n)!}|a_j x^{j-n}| \le \sum_{j=n}^{\infty} |a_j\sigma^j| \frac{j!}{(j-n)!}\frac{1}{\sigma^n}\left(\frac{|x|}{\sigma}\right)^{j-n}.$$

Pelo ex 98 obtemos $|f^n(x)| \le \frac{k}{\sigma^n}\frac{n!}{\left[1-\frac{c}{\sigma}\right]^{n+1}}$, $c = |x|$,

E, finalmente $\frac{1}{n!}M_n(c)c^n \le k\frac{\sigma}{c}\left[\frac{c/\sigma}{1-c/\sigma}\right]^{n+1}$. Como $\frac{\sigma}{2}$,1, segue-se que a expressão em colchetes é <1.

Concluímos que (1) se verifica.

APÊNDICE C – Sobre as Atividades Realizadas e o Texto em Prosa

Quando planejamos as atividades realizadas, antes da mudança na questão de pesquisa, tínhamos três objetivos principais. O primeiro era observar como os alunos do mestrado em Ensino de Matemática da UFRJ iriam realizar uma atividade de formalização matemática: como seria essa experiência, o quê eles aprenderiam e quais seriam suas dificuldades. O segundo era comparar as produções realizadas por eles sobre um mesmo assunto, mas imbuídos das diferentes comunidades de prática que eles participavam. O terceiro era investigar como eles trabalhavam em grupo, e se essa experiência era comparável aos resultados apontados no artigo da Leone Burton[10].

Relembrando, as comunidades são: a comunidade docente dos ensinos fundamental e médio; a comunidade discente; e a comunidade dos pesquisadores em ensino de matemática. Os trabalhos seriam realizados em duplas, e para acompanharmos o trabalho dos participantes de perto, faríamos entrevistas individuais regularmente para conhecê-los melhor, captar suas impressões sobre os trabalhos, suas dificuldades, suas concepções sobre matemática, etc.

Para a atividade de formalização, nós confeccionamos o que chamamos de um *texto em prosa*. Trata-se de um texto matemático escrito em prosa corrida, com uma idéia levando a outra de maneira natural, sem uma separação explícita de onde termina uma definição ou teorema e começa outro. O foco está nos comportamentos que nos interessam daqueles objetos matemáticos, e não nos detalhes técnicos. Ao final desta seção detalharemos melhor como escrevemos este texto, bem como seu tema. O trabalho de formalização, então, é o processo de reescrever um texto em prosa no formato tradicional *definição-teorema-demonstração*.

Utilizamos esse texto como “foco temático” de todas as atividades, amarrando assim o tema dos diversos trabalhos. Dessa forma poderíamos comparar suas formas, pois os temas abordados seriam similares. Em linhas gerais, o trabalho se sucedeu obedecendo as seguintes etapas, com diversas entrevistas entre elas:

1. Entrega do texto: distribuímos o texto em prosa aos participantes, para que eles tivessem um primeiro contato com sua forma e sua teoria, dando tempo para leitura.

2. Escolha de tema: cada dupla escolheu um entre três temas elaborados por nós, que são pré-requisitos para a compreensão plena do texto em prosa.

3. Seminário: cada dupla apresentou um seminário sobre o tema escolhido, como se estivessem diante de uma turma de alunos da graduação, onde pudemos observá-los trabalhando como participantes da comunidade docente.

4. Trabalho escrito: o mesmo conteúdo foi entregue por escrito, como se fosse um trabalho do curso de Análise, analogamente às atividades discentes.

5. Formalização: os participantes realizaram a formalização do texto em prosa, entregando-o por escrito, havendo a necessidade de pesquisar um tema de matemática superior.

Os seminários foram filmados e todas as entrevistas foram gravadas em mídia digital. Pouco desse material foi efetivamente utilizado no presente trabalho, pelos motivos já explicados anteriormente, por isso não entraremos em maiores detalhes. Não iremos descrever o sucedido nos seminários, e o único trabalho escrito que nos interessa foi aquele copiado-e-colado da internet (apêndice B). Já todas as entrevistas foram transcritas de maneira não literal, e estão no apêncide E.

Apesar deste tema não mais figurar de maneira proeminente neste trabalho, ainda achamos que exista um grande potencial pedagógico em atividades de formalização de textos matemáticos. Se não para o aprendizado efetivamente de conteúdos, talvez seja possível utilizar tais atividades para investigar as dificuldades mais comuns encontradas pelos alunos ao aprendê-los. Assim, descreveremos aqui a maneira como nós confeccionamos o texto em prosa utilizado nestas atividades, para que possa servir como referência futura e para colorir melhor as atividades que efetivamente realizamos com os participantes.

De modo geral, entendemos que um texto em prosa para fins de posterior formalização deve ser escrito da seguinte maneira: dada uma teoria qualquer, escolhemos um teorema cuja demonstração será o objetivo do texto. Chamaremos este teorema de *teorema alvo*. Em seguida, levantamos todos os pré-requisitos para esta demonstração. É claro que precisamos parar em algum ponto da teoria e considerar que dali para trás os alunos já conhecem o conteúdo, caso contrário o volume de resultados seria grande demais para montar o texto.

Em seguida escrevemos um texto que percorra essa teoria desde os pré-requisitos estabelecidos até o teorema alvo. Como dito anteriormente, esse texto precisa ser em prosa corrida, com uma idéia levando a outra de maneira natural. Não é preciso haver uma separação explícita de onde termina uma definição ou teorema e começa outro. Lemas podem ser demonstrados quando forem utilizados, mesmo durante outra demonstração, e a ordem dos teoremas abordados não precisa seguir estritamente a ordem da teoria original (sem, é claro, que esta reordenação cause inconsistências).

A única exceção é o teorema alvo, que deve ser enunciado e demonstrado de maneira destacada e formal próximo ao fim do texto. Ele deve preservar a sua estrutura formal para servir de referência aos participantes pois, no texto reestruturado todos os objetos referenciados no enunciado e na demonstração do teorema alvo devem estar definidos ou demonstrados.

O texto também pode conter exemplos, gráficos e quaisquer outros artifícios que o autor considere importante para a compreensão dos conceitos abordados. Opcionalmente também, o texto pode ser contextualizado em algum tema, a fim de torná-lo mais agradável e acessível.

Um participante de posse de tal texto, então, deve ser intruído a reescrevê-lo no formato *definição-teorema-demonstração*, incluindo todos os resultados que ele considere necessários para ligar os pré-requisitos ao teorema alvo de maneira coerente.

Para a confecção do texto em prosa utilizado nas nossas atividades, escolhemos como alvo o seguinte teorema, retirado do capítulo 10 do livro *Curso de análise* [15]:

Teorema 1. *Uma série de potências converge uniformemente em todo intervalo fechado, limitado e simétrico contido no intervalo* $]-r,r[$*, onde r é o raio de convergência da série.*

Assim, estabelecemos que o pré-requisito para a leitura e reestruturação seria o conteúdo usual de um curso de Análise Real de nível de graduação, e chegaríamos até o teorema alvo através do estudo da convergência uniforme de séries de funções, passando pelo menos por todos os teoremas pertinentes deste capítulo.

Para que a leitura não ficasse muito árida, nós contextualizamos este assunto no cálculo das funções transcendentes por microcomputadores — o objetivo do texto é investigar a viabilidade desses cálculos aproximados, buscando a fundamentação matemática adequada.

Escolhemos esses tópicos por alguns motivos. Primeiro, séries de funções não figura no currículo do curso de Licenciatura em Matemática da UFRJ. Segundo, ele permite que os participantes desenvolvam a reestruturação em diversas direções: análise real, álgebra e álgebra linear. E terceiro, é um tópico com farto acervo didático, o que facilitaria o trabalho de pesquisa dos alunos.

O texto final, que utilizamos nas atividades, está no apêndice D.

APÊNDICE D – Texto em Prosa

Dentre todas as funções reais de variável real, chamamos de funções algébricas todas aquelas que podem ser expressas através de um número finito de somas, produtos e potenciação de expoente racional, envolvendo uma variável real e constantes reais. Todas as demais são chamadas funções transcendentes. Os exemplos clássicos de funções transcendentes são as funções trigonométricas, a função exponencial e o logarítmo, mas é claro que existem um número infinito de tais funções.

Agora, se as funções transcendentes não podem ser expressas por um número finito de operações algébricas, como os computadores e calculadoras conseguem calcular valores dessas funções? Muitas das atividades que realizamos corriqueiramente no computador envolvem funções transcendentes, você já pensou nisso?

Toda vez que ocorre uma rotação de um gráfico ou a apresentação de um gráfico tridimensional no computador, estamos usando cossenos e senos para preparar as matrizes de transformação. A reprodução de um MP3 passa por séries de Fourier que também envolvem senos e/ou cossenos. Mais basicamente ainda, como nos computadores a representação interna dos números é em base 2, a conversão de números fracionários para base 10 envolve o uso do logarítmo.

Os computadores modernos possuem circuitos dedicados para calcular as funções transcendentes mais conhecidas, e o fazem através de aproximações. Mas, e se a aproximação realizada pelo computador não for precisa o suficiente para as contas que estou realizando? Ou o que eu poderia fazer se o computador que eu estiver utilizando não puder calcular a função transcendente que eu quero? E como eu posso garantir até mesmo que uma aproximação é viável?

As respostas para todas essas perguntas passam pelo estudo da expansão das funções transcendentes em séries de potências. Definimos uma série de potências como $f(x) = \sum\limits_{n \in \mathbb{N}} a_n (x - x_0)^n$, com $a_n \in \mathbb{R}$ e $x \in \,]x_0 - r, x_0 + r[\, \subset \mathbb{R}$. Chamamos x_0 de centro da expansão e r é chamado de raio de convergência da expansão, podendo ser infinito.

De um modo geral, precisamos descobrir, dados um intervalo no domínio e um erro máximo no cálculo de uma determinada função transcendente, se é possível determinar quantos termos da expansão desta função em séries de potências é preciso somar para se obter uma aproximação cujo erro é menor do que o estipulado.

Assim poderíamos, utilizando $\varepsilon = 0,001$ por exemplo, determinar quantas parcelas precisamos somar para obter um resultado correto com 3 casas decimais, em qualquer ponto do intervalo.

Neste texto, apresentaremos alguns exemplos de séries de Taylor (que são séries de potências), mas este não será o nosso foco. Por exemplo, vamos considerar a função seno. Sua expansão em série de Taylor centrada em $x_0 = 0$ é dada por $sen(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$, válida para todo $x \in \mathbb{R}$. Queremos determinar n_0 de tal maneira que $\left| sen(x) - \sum\limits_{n=0}^{n_0} \dfrac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} \right| < \varepsilon$.

Observe que o primeiro termo desta série é igual a x, logo é bem razoável que a convergência desta série vai demorar muito mais para $x = 10000$ do que para $x = 1$, pois a imagem da função seno está limitada ao intervalo $]-1,1[$. Em geral, conforme x se afasta do centro da expansão, maior é o número de parcelas que precisamos somar para se obter o mesmo erro de aproximação.

Vamos então focar os nossos estudos nas séries de potências definidas em domínios limitados, e por conveniência, centradas na origem. Estas escolhas não diminuem a importancia deste estudo pois as funções seno, cosseno e tangente podem ser reduzidas a domínios desta forma, e em outros casos ainda podemos transladar a função de maneira a definí-la em um intervalo deste tipo também.

Vejamos um exemplo de translação. A função logarítmo não está definida na origem, mas podemos calcular a sua série centrada em $x_0 = 1$, obtendo $ln(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n}(x-1)^n$, definida no intervalo $]0,2[$. Em seguida, transladando a função uma unidade para a esquerda, obtemos $ln(x+1) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n} x^n$, definida no intervalo $]-1,1[$, simétrico e centrado na origem.

A estratégia deste estudo será de primeiro descobrirmos para quais valores as séries de potência convergem, depois estudar a convergência de sequências de funções e por último, interpretando a série de potências como a sequência de funções das somas parciais, vamos estudar a convergência das séries de potências em domínios compactos (fechados e limitados). A necessidade e o significado de cada uma dessas etapas ficará mais claro conforme avançarmos no estudo.

A fim de determinarmos para quais valores de x este tipo de série converge, vamos utilizar o teste da raiz para séries reais. Recordando, este teste versa que, se $\limsup \sqrt[n]{|\alpha_n|}$ (se o maior dos pontos de aderência desta sequência) for estritamente menor que 1, então a série $\sum_{n\in\mathbb{N}} \alpha_n$ converge, inclusive absolutamente (isso é, $\sum_{n\in\mathbb{N}} |\alpha_n|$ converge). Se o $\limsup$ for igual a 1 não podemos afirmar nada, e se for estritamente maior que 1, então a série diverge.

Aplicando o teste da raiz com $\alpha_n = a_n x^n$, para o caso das séries de potências, precisamos resolver a seguinte desigualdade em função de x:

$$\limsup \sqrt[n]{|a_n x^n|} = \limsup \sqrt[n]{|a_n|}\sqrt[n]{|x^n|} = |x| \limsup \sqrt[n]{|a_n|} < 1$$

Para nossa felicidade, a variável x saiu do limite, e precisamos analisar apenas os possíveis comportamentos de $\limsup \sqrt[n]{|a_n|}$ para determinarmos para quais valores de x a série de potências converge:

- $\limsup \sqrt[n]{|a_n|} = 0 \Rightarrow$ Convergência em todo $x \in \mathbb{R}$.
- $\limsup \sqrt[n]{|a_n|} = l \Rightarrow$ Convergência em todo x tal que $|x| < \dfrac{1}{l}$.
- $\limsup \sqrt[n]{|a_n|} = \infty \Rightarrow$ Convergência apenas em $x = 0$.

Assim, usando o teste da raiz, podemos encontrar um intervalo simétrico centrado na origem em que a série converge absolutamente. Voltando à expansão da função seno, podemos ver que o $\limsup$ é igual a zero, e assim a série converge para todo $x \in \mathbb{R}$. Vamos prosseguir agora para o estudo das sequências de funções.

O que significa dizer que uma sequência de funções converge? Ou de maneira mais genérica, o que significa dizer que uma sequência de qualquer coisa converge? Existem algumas maneiras de interpretar a convergência, e geralmente estas interpretações giram em torno do conceito de distância entre objetos, como podemos ver no caso real onde medimos a distância entre dois pontos utilizando a fórmula $|x - y|$.

Precisamos então de uma função analoga à função módulo, para que possamos medir a distância entre duas funções. Em espaços vetoriais este análogo é chamado de norma. É claro que esta escolha irá determinar quais sequências convergem (ou não) e para onde elas convergem.

Utilizaremos a chamada norma do sup, definida por $\|f\| = \sup_{x\in A} |f(x)|$, onde $f : A \to \mathbb{R}$, $A \subseteq \mathbb{R}$, e sua respectiva função distância $\|f - g\| = \sup_{x\in A} |f(x) - g(x)|$, com $f, g : A \to \mathbb{R}$. Sendo uma norma, ela goza de todas as boas propriedades a que estamos acostumados, como $\|af\| = |a| \cdot \|f\|$, $\forall a \in \mathbb{R}$, a desigualdade triangular, etc. Vale observar que esta definição só faz sentido se as funções envolvidas forem limitadas.

Prosseguindo, nós podemos imitar a convergência real. Dados $f_n : A \to \mathbb{R}$ uma sequência de funções e $f : A \to \mathbb{R}$ dizemos que f_n converge uniformemente para f se:

$$\text{dado } \varepsilon > 0 \text{ existe } n_0 \in \mathbb{N} \text{ tal que se } n > n_0 \text{ então } \|f_n - f\| < \varepsilon$$

A analogia com o caso real nos rendeu uma definição muito forte. Vejamos, por exemplo, a sequência de funções $x^n : [0,1] \to \mathbb{R}$. Dado qualquer $x \in [0,1[$ nós temos que $\lim\limits_{n\to\infty} x^n = 0$, e em $x = 1$ temos que $\lim\limits_{n\to\infty} 1^n = 1$. Logo esta sequência de funções contínuas converge para a função descontínua cujo valor é zero quando $x \in [0,1[$ e 1 quando $x = 1$.

Entretanto é fácil ver que esta sequência não converge nos termos definidos acima. Fixado $\varepsilon > 0$, por exemplo $\varepsilon = 0,1$, conforme x se aproxima de 1, o n_0 necessário para que $x^{n_0} < 0,1$ cresce ilimitadamente. Se a convergência fosse uniforme, dado $\varepsilon > 0$ seria possível obter um único n_0 que satisfaria a desigualdade em todos os pontos do domínio. Apesar disso não ser possível, a sequência $f_n(x)$ efetivamente converge em cada ponto do domínio. Nesses casos dizemos que a sequência converge pontualmente.

Voltando a buscar inspiração na análise real, temos que a definição de uma sequência de Cauchy de funções é estritamente análoga à definição do caso de sequências de números reais. Assim vamos "importar" um teorema muito importante:

Uma sequência converge uniformemente se, e somente se, é uma sequência de Cauchy

Façamos a ida. Seja f_n uma sequência de funções reais que converge uniformemente para f. Dado $\varepsilon > 0$ existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que se $n > n_0$ então $\|f_n - f\| < \dfrac{\varepsilon}{2}$. Tomemos $n, m > n_0$. Então:

$$\|f_n - f_m\| \leq \|f_n - f\| + \|f - f_m\| < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon$$

Logo f_n é uma sequência de Cauchy. Façamos a volta. Seja f_n uma sequência de Cauchy de funções. Definamos $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} f_n(x)$. Esta função está bem definida pois cada sequência real $f_n(x_0)$ é uma sequência de Cauchy e portanto converge. Por hipótese, dado $\varepsilon > 0$ existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que dados $n, m > n_0$ então $\|f_n - f_m\| < \varepsilon$. Nesta última desigualdade, se fizermos o limite de $m \to \infty$ temos:

$$\text{dado } \varepsilon > 0 \text{ existe } n_0 \in \mathbb{N} \text{ tal que se } n > n_0 \text{ então } \|f_n - f\| < \varepsilon$$

Logo f_n converge uniformemente para f, como queríamos demonstrar.

No exemplo dado acima, da sequência $f_n(x) = x^n : [0,1] \to \mathbb{R}$, observamos que esta sequência de funções contínuas não converge pontualmente para uma função contínua. Podemos demonstrar que, se uma sequência de funções contínuas definidas em um intervalo compacto convergir uniformemente, então ela converge para uma função contínua. Isso quer dizer que este espaço, dotado da norma do *sup*, é completo.

De fato, seja $f_n : A \to \mathbb{R}$ uma sequência de funções contínuas uniformemente convergente. Tome $x_0 \in A$ e $\varepsilon > 0$.

Pela convergência uniforme, existe $k \in \mathbb{N}$ tal que $|f_k(x) - f(x)| < \frac{\varepsilon}{3}$, $\forall x \in A$.

Como f_k é contínua, existe $\delta > 0$ tal que se $|x - x_0| < \delta$, então $|f_k(x) - f_k(x_0)| < \frac{\varepsilon}{3}$.

Finalmente, tomando $x \in A$ com $|x - x_0| < \delta$, e utilizando a desigualdade triangular, podemos escrever:

$$|f(x) - f(x_0)| < |f(x) - f_k(x)| + |f_k(x) - f_k(x_0)| + |f_k(x_0) - f(x_0)| \leq \frac{\varepsilon}{3} + \frac{\varepsilon}{3} + \frac{\varepsilon}{3} = \varepsilon$$

Logo f é contínua em x_0. Como não impusemos nenhuma restrição à x_0, temos que f é contínua em todo seu domínio.

Munidos destes resultados sobre convergência de sequências de funções podemos agora abordar as séries de funções. Todo problema envolvendo séries de qualquer natureza pode ser convertido em um problema de sequências (e vice-versa), bastando considerar a sequência das somas parciais.

No caso das séries de funções podemos fazer a mesma coisa, a constar, dada uma série de funções $\sum_{n\in\mathbb{N}} f_n(x)$, com $f_n : A \to \mathbb{R}$, podemos criar a sequência $s_n : A \to \mathbb{R}$ das somas parciais da série de maneira que $s_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f_i(x)$. Para transformar uma sequência em série basta tomar $f_n(x) = s_n - s_{n-1}$.

Nessas condições, s_n converge se e somente se $\sum_{n\in\mathbb{N}} f_n$ também converge (e nesse caso $f_n \to 0$). Agora, se s_n converge, então s_n é uma sequência de Cauchy. Assim, dado $\varepsilon > 0$, existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que para todo $m > n > n_0$ temos que:

$$\|s_m - s_n\| < \varepsilon \Leftrightarrow \left\| \sum_{i=0}^{m} f_i - \sum_{i=0}^{n} f_i \right\| < \varepsilon \Leftrightarrow \left\| \sum_{i=n+1}^{m} f_i \right\| < \varepsilon$$

Logo, se uma série satisfaz essa condição, então ela converge. Este é o chamado Teste de Cauchy de convergência de séries, e este será o teste que utilizaremos nas próximas demonstrações.

Voltando ao problema da convergência das séries de potências, sejam $f : A \to \mathbb{R}$ uma função real, $f_n : A \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = a_n x^n$ as parcelas de uma série de potências que converge para f, e s_n a respectiva sequência das somas parciais. Para responder à pergunta que motivou este estudo, precisamos determinar se s_n converge uniformemente para f, pois isso nos garante que dado $\varepsilon > 0$ (o erro máximo permitido no cálculo da função) existirá um $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $|s_{n_0}(x) - f(x)| < \varepsilon$, isto é, a diferença entre $f(x)$ e a soma parcial $s_{n_0}(x)$ será menor que ε em qualquer ponto $x \in A$.

Ou seja, se conseguirmos determinar que s_n converge uniformemente, nós teremos alcançado o objetivo deste trabalho. Qualquer problema envolvendo calcular o somatório de uma série de potências passa a ser determinar qual valor de n_0 nós vamos precisar para o valor de ε escolhido. Mais à frente iremos explorar um caso desses, o mais importante por ora é saber que tal n_0 existe.

Prosseguindo a análise, para que s_n seja uniformemente convergente, é necessário que seu domínio seja limitado, pois suponha que não seja e tome A ilimitado e $m > n \in \mathbb{N}$ quaisquer. Teremos que $\sup\limits_{x \in A} |s_m(x) - s_n(x)| = \infty$, pois a diferença entre s_m e s_n será o polinômio $\sum\limits_{i=n+1}^{m} a_i x^i$ não necessariamente nulo, cujo módulo "explode" quando $x \to \pm\infty$. Isso impede a convergência uniforme de s_n.

Por este motivo, vamos definir que uma série de funções $\sum\limits_{n \in \mathbb{N}} f_n$ é dita normalmente convergente se existir uma sequência de números reais $\alpha_n > 0$ tal que $\sum\limits_{n \in \mathbb{N}} \alpha_n$ converge e $\|f_n\| \leq \alpha_n$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

Esta definição é extremamente forte. Ela não só garante que $\sum\limits_{n \in \mathbb{N}} f_n$ converge uniformemente, como também garante que $\sum\limits_{n \in \mathbb{N}} |f_n|$ converge uniformemente.

Como $\sum\limits_{n \in \mathbb{N}} \alpha_n$ converge, então suas somas parciais formam uma sequência de Cauchy. Assim, dado $\varepsilon > 0$, existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que para todo $m > n > n_0$, temos:

$$\|f_{n+1} + f_{n+2} + \ldots + f_m\| \leq \|f_{n+1}\| + \|f_{n+2}\| + \ldots + \|f_m\| \leq \alpha_{n+1} + \alpha_{n+2} + \ldots + \alpha_m < \varepsilon$$

Assim, pelo critério de convergência de Cauchy para séries de funções, tanto $\sum\limits_{n \in \mathbb{N}} f_n(x)$ quanto $\sum\limits_{n \in \mathbb{N}} |f_n(x)|$ convergem uniformemente.

Finalmente temos todos os resultados necessários para demonstrar o último resultado deste estudo.

Teorema 2. *Uma série de potências centrada na origem converge uniformemente em todo intervalo fechado, limitado e simétrico contido no intervalo* $]-r, r[$, *onde* r *é o raio de convergência* *da série.*

Demonstração. Sejam $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n x^n$ uma série de potências, $r > 0$ tal que $]-r,r[$ é o raio de convergência desta série e $l \in \mathbb{R}$ tal que $0 < l < r$. Seja $\sum_{n\in\mathbb{N}} |a_n| l^n$ uma série de números reais.

Esta série converge pois $l \in]-r,r[$ e a convergência da série de potências é absoluta dentro do raio de convergência. Além disso, $a_n x^n \leq |a_n| l^n$, para todo $n \in \mathbb{N}$ e $x \in [-l,l]$, de modo que a série de potências converge normalmente.

Logo a série $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n x^n$ converge uniformemente para todo $x \in [-l,l]$. ∎

Um resultado extremamente interessante que esse teorema nos garante imediatamente é que toda série de potências definida em um intervalo compacto contido em $]-r,r[$ converge para uma função contínua, pois cada soma parcial de $a_n x^n$ é um polinômio (e portanto uma função contínua) e a convergência é uniforme.

Voltando ao caso da função seno, podemos limitar o domínio ao intervalo $[-\pi,\pi]$ por causa de sua periodicidade, e aí teremos que a sua expansão em séries de potências converge uniformemente. Isso nos garante, como argumentado acima, que dado um erro ε máximo, existe um número de parcelas n fixo tal que a diferença entre a soma parcial s_n e a própria função seno será menor do que ε em qualquer ponto do domínio.

Vejamos o caso da função exponencial. Sua expansão em série de Taylor é dada por $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$. Aplicando o teste da raiz temos que $\lim_{n\to\infty} (\frac{1}{n!})^{1/n} = \lim_{n\to\infty} (n!)^{-1/n} \leq \lim_{n\to\infty} (n^n)^{-1/n} = \lim_{n\to\infty} n^{-1} = 0$. Logo a série converge para todo $x \in \mathbb{R}$.

Diferente do caso do seno, a função exponencial não é periódica, assim não podemos limitar seu domínio para encontrar um n_0 único. Nesse caso, a estratégia de cálculo será diferente: calcularemos a soma parcial da série até que uma estimativa do erro total seja menor do que ε.

Estimemos o erro da soma parcial até o termo $n_0 - 1$ da série de Taylor da função exponencial:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = \sum_{n=0}^{n_0-1} \frac{x^n}{n!} + \sum_{j=0}^{\infty} \frac{x^{n_0+j}}{(n_0+j)!} = \sum_{n=0}^{n_0-1} \frac{x^n}{n!} + x^{n_0} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{x^j}{(n_0+j)!}$$

Precisamos majorar esta última parcela. Utilizando o fato que $(n_0+j)! > n_0! {n_0}^j$, temos a desigualdade:

$$x^{n_0} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{x^j}{(n_0+j)!} < |x^{n_0}| \sum_{j=0}^{\infty} \frac{|x^j|}{n_0! {n_0}^j} = \frac{|x^{n_0}|}{n_0!} \sum_{j=0}^{\infty} \left| \frac{x}{n_0} \right|^j$$

Assim, se $|x| < n_0$, temos:

$$\left|e^x - \sum_{n=0}^{n_0-1} \frac{x^n}{n!}\right| < \frac{|x^{n_0}|}{n_0!} \sum_{j=0}^{\infty} \left|\frac{x}{n_0}\right|^j = \frac{|x^{n_0}|}{n_0!} \cdot \left|\frac{n_0}{n_0 - |x|}\right|$$

Esta última parcela converge para zero conforme $n_0 \to \infty$, pois $\frac{|x^{n_0}|}{n_0!}$ converge para zero (afinal, é o próximo termo da série de Taylor) e $\frac{n_0}{n_0 - |x|}$ converge para 1. Logo, precisamos realizar o somatório da série de Taylor até que esta última parcela seja menor que ε. É claro que para cada valor de x diferente, nós obteremos um valor para n_0 correspondente. O interessante é que para qualquer outro número dentro do intervalo $]-x,x[$ a convergência uniforme nos garante que o mesmo n_0 nos serve, mesmo que sejam somados mais termos do que o necessário.

APÊNDICE E – Entrevistas Completas

Participante A	
Categoria / Pergunta	**Resposta Resumida**
Background	
Perguntar primeiro nome e idade (catalogação apenas, pesquisa anônima).	57 anos.
Conte-nos, resumidamente, suas motivações para estudar matemática e sua trajetória acadêmica.	Sempre teve facilidade para entender e gostar de matemática, desde o ginásio. Desde cedo deu aulas particulares. Começou o curso de engenharia de produção, mas pediu transferência para matemática, só se formou 12 anos após. Já dava aula em colégios e cursinhos. Foi professor da PUC por 20 anos (Projeto 15, curso tecnólogo em computação), teve de sair quando esses curso virou bacharelado em ciência da computação e exigiram mestrado ou doutorado. Nesta época, Carlos tinha resistência a voltar a estudar. Ele havia feito todas as cadeiras do mestrado em matemática aplicada na UFRJ, mas não conseguiu terminar por conta do nascimento de seu segundo filho. Principal objetivo em entrar no mestrado é a melhoria salarial, atualmente trabalha no CEFET, 40 horas com DE.
Dadas as suas experiências, o quê você poderia dizer que aprendeu sobre matemática?	Não acha que tenha aprendido o que é matemática, considera fascinante por sua associação às artes, sua abstração e aspetos filosóficos. Ele não gosta da associação com as ciências, e nem considera a matemática como uma ciência no sentido de existir um objeto a ser observado (não existe um microscópio para olhar a matemática). Considera um grande exercício de abstração.
E o quê você aprendeu sobre si mesmo?	A matemática despertou um lado "delirante"dele, associado à filosofia, aos exercícios de abstração e lógica (como a geometria que parte do concreto e chega no abstrato absoluto, e da negação do quinto postulado, que gera as geometrias não-euclidianas).
Trajetória como aluno	
O quê você poderia dizer sobre o seu aprendizado de matemática, antes, durante e depois da graduação? Houve mudança em sua postura?	Foi reprovado em matemática na quinta-série (sexto ano) pois não gostava da professora. Mudou de colégio e o "fracasso"o motivou a estudar matemática. A partir daí teve muita facilidade. Sempre estudou sozinho através de livros, nunca confiava muito nos professores, buscava os livros indicados e ia estudava diretamente neles. Ou então aprendia dando aulas aos colegas. Na graduação ele não assistia às aulas, tirava xerox dos cadernos dos colegas e estudava em casa com os livros texto. Agora no mestrado, ele assiste às aulas e continua a estudar em casa as leituras indicadas.
Nessas situações, como você aprendeu/estudou matemática?	
Em algum momento desta trajetória você teve o hábito de estudar em grupo?	Não.
Quais são as situações de maior importância enquanto aluno? E quais são as situações de maior satisfação pessoal?	As situações mais importantes são aquelas desafiadoras que estão ao seu alcance, e é assim que ele age com seus alunos. O momentos de maior satisfação é quando você consegue resolver um problema complicado.
Na sua opinião para quê serve o ensino de matemática na universidade?	Aprofundamento dos estudos, e é o momento para se liberar da figura do professor. É quando você pode aprender com a orientação dele, mas sem usá-lo como "muleta". Não há necessidade das coisas tão mastigadas, e você pode aprender sozinho, e a matemática propicia a oportunidade de se aprender a aprender. E também serve para aprender novos conhecimentos.

Trajetória como professor	
Descreva resumidamente a sua experiência profissional como professor.	Trabalhou 32 anos como professor, começou em supletivos para adultos, lecionou pouco tempo para crianças e depois focou nos adolescentes no curso científico e no ensino médio. Deu aulas durante 20 anos na PUC (matemática e estatística), na UNIG (detestou, curso de gestão empresarial). Passou pelo Andrews, Escola Parque, Pinheiro Guimarães, e agora está no CEFET.
Quais são os seus objetivos enquanto professor, dentro e fora de sala de aula?	Desenvolvimento da inteligência dos alunos, ensinar a aprender a aprender através da matemática. Mostrar que eles são capazes de aprender, se eles seguirem as "regras do jogo".
Na sua opinião para quê serve o ensino de matemática (fundamental/médio)? (Porquê colocaram isso no currículo? Qual é a importância para a formação do cidadão?)	Ele acredita que a matemática no ensino básico deveria ser diferenciado em função da aptidão dos alunos. Todos deveriam aprender as coisas básicas para viver em sociedade, como ler um gráfico, compreender a mecânica dos juros, porcentagens, etc. Por outro lado, aqueles que têm maior facilidade deveriam aprender mais. Ele critica a postura brasileira como sendo um reflexo da européia, diz que é um academicismo exagerado, pois o conteúdo é tão vasto que não é possível cumpri-lo com qualidade, virando uma grande enganação
Ele ajuda a desenvolver o raciocínio lógico? Se sim, você toma isso como objetivo de suas aulas?	Sim e sim.
Ele permite aos alunos a modelar as situações do cotidiano? Se sim, você toma isso como objetivo de suas aulas?	De maneira muito restrita. Ele tem horror à "contextualização da matemática", pois ele considera os exemplos utilizados muito fracos (forçassão de barra) e que a matemática é contextualizada em si mesma. Do ponto de vista de modelagem, ele acredita que isso se manifesta nas pequenas coisas do dia a dia (como gráficos, juros, etc)
Você aplicaria uma prova com consulta? Sob quais circunstâncias?	Sim, aplicaria. Ele diz que é importante que um aluno consiga diferenciar entre o que é principal e o que é fundamental, e um resumo escrito a próprio punho permite ao professor avaliar isso. E, se o aluno tiver acesso à esse resumo durante a prova, ele terá como avaliar se o seu resumo foi bom ou não (se o ajudou, ou não, e como). Ele prossegue dizendo que os alunos deles geralmente fazem resumos compostos integralmente por formulas, o que reflete a concepção deles do que é matemática.
Quando e como você busca novos conhecimentos matemáticos ou pedagógicos para apoiar a sua prática docente?	Gosta de comprar livros estrangeiros e de ler sobre a interface da matemática com outras áreas. Sempre que a turma dele o desafia, uma turma que mereça um esforço a mais. Não busca conhecimentos pedagógicos.
Quais são as situações de maior importância nesta prática? E quais são as situações de maior satisfação pessoal?	As situações de maior importância são quando uma turma o desafia, ou por que os alunos têm muita facilidade, ou quando eles têm muita dificuldade. A satisfação vem ao observar um aluno que tem grandes dificuldades finalmente compreender um conceito, ou quando os expoentes realizam alguma coisa diferente.
Trajetória como pesquisador	
Você já trabalhou em algum projeto de pesquisa relacionado à matemática?	Não.
Esse trabalho foi individual ou colaborativo? Você poderia descrevê-la e nos dizer o que você aprendeu ou explicar porque essa experiência não foi benéfica?	-
Este trabalho envolvia alguma atividade de criação de definições ou novos resultados?	-
Quais são as situações de maior importância nesta prática? E de satisfação pessoal?	-
Estrutura da Matemática	
O quê você acredita ser matemática?	Acredita ser uma sub área da filosofia (a filha mais triste da beleza)

Nesta perspectiva, o que significa lecionar? Estudar? Pesquisar?	No sentido da transmissão do conhecimento, a matemática é uma das poucas áreas que te permite levar o aluno a refletir sobre o que está sendo ensinado, e isso é fundamental. Lecionar matemática é abrir mentes, é levá-lo além do que está sendo ensinado (apesar disso não ser feito na maioria dos casos, geralmente ensinar é resolver exercícios do tipo "resolva", "efetue"). Ele sente falta de problemas em aberto que pudessem incentivar os alunos a participar.
	Estudar matemática é refletir sobre o que está sendo ensinado, refletir sobre suas aplicações e compreender os conceitos subjacentes (que em sua opinião é o mais importante, é o momento *click*)
	Pesquisar esta relacionado à novas áreas do conhecimento (tanto para si, quanto para as fronteiras do conhecimento humano)
Existe alguma semelhança entre estudar e lecionar?	Sim, parafraseando Guimarães Rosa, "mestre não é aquele que sempre ensina, é aquele que de repente aprende". Toda vez que voltamos a um conteúdo, reparamos que podemos abordá-lo de maneira diferente. Por exemplo, começar o ensino de cálculo pela integral ao invés da derivada. Ele gosta disso, e para tal ele precisa estudar.
Como você sabe que aprendeu algo novo? O que te confere esta certeza?	Não tem certeza, mas talvez testando em alguma situação prática, algum problema. Acredita que seja quando você aplica um conceito numa situação diferente daquela onde você o aprendeu.
O que é definição? Para que serve?	Definir é caracterizar as particularidades fundamentais de um objeto, de acordo com o seu foco atual. Serve para interagir com outras definições, e dessa interação que surgem as teorias matemáticas, os teoremas.
De quais maneiras uma definição pode ser apresentada?	Através da linguagem corrente e através de símbolos matemáticos.
O que é um teorema? Para que serve?	Proposições demonstradas sobre aqueles objetos. Servem para consolidar o conhecimento sobre determinado conteúdo e convencer: "proposições demonstradas... Você passa a acreditar naquilo"
Que maneiras você tem para representar os teoremas?	Através da linguagem corrente e através da linguagem matemática.
E demonstração? O que é e para que serve?	É um discurso lógico sobre os objetos definidos... Parte de uma determinada hipótese e chega até uma tese. A hipótese pode ser qualquer coisa e a tese é a conclusão a que se chega. A demonstração é tudo o que está entre a hipótese e a tese. Serve para consolidar um teorema, a veracidade de uma proposição.
Uma prova e uma demonstração são a mesma coisa? Qual é a diferença?	Sim.
Como elas podem se apresentar? Em quais circunstâncias?	Através da linguagem corrente ou da linguagem matemática.
O que você considera mais importante de se transmitir ao se ensinar um teorema ou resultado?	Mostrar que não é necessário simplesmente acreditar no teorema, que ele é demonstrável e que existe um embasamento matemático por trás dele que o professor está apresentando.
Leitura de Demonstrações	
Em quais situações você costuma ler demonstrações escritas? (mesmo que ela não esteja escrita de maneira formal)	Sempre que pode, o que costuma acontecer durante seus estudos.
Quais são os critérios adotados para determinar se uma demonstração está correta ou não?	Quem está escrevendo (desenvolvendo a demonstração), coerência, ausência de conflitos e se o discurso é um discurso matemático.
Que tipos de artifícios você utiliza para realizar esta verificação?	Checar se o teorema é válido, se o seu passo-a-passo está correto, testar com exemplos e contra exemplos
Estes critérios mudam de acordo com o contexto? Por exemplo, quando você a lê em um livro, um amigo te apresenta, o professor apresenta em sala, um aluno propõe, etc.	Não.
Acontece de você ler uma demonstração e ela não te convencer? Como você resolve este paradoxo?	Sim. Continua tentando verificá-lo, mesmo que isso demore. Coloca o teorema "no forno".

Se sim, geralmente você não é convencido pelo enunciado ou pelo desenvolvimento?	Pelo enunciado.
Que tipos de coisas você já conseguiu identificar em comum entre diversas demonstrações diferentes?	É preciso traçar um caminho para resolver o teorema (às vezes precisamos nos basear em outros teoremas), passando por outros teoremas e lemas.
Quais são as partes de um teorema/demonstração que você considera mais importantes? Quais você tenta fixar antes de uma prova?	A hipótese e a tese. O meio ele tenta entender, para poder reproduzir se necessário.
Comunidades de Prática	
Existe alguma comunidade matemática com a qual você se identifique? Essa associação é importante para você? De que maneira?	Olimpíada Brasileira de Matemática. Era importante pelo contato com outros professores, pela troca de ideias e de questões desafiadoras.
Você costuma participar de congressos ou outros tipos de encontro?	Não.
Em quais circunstâncias você costuma entrar em contato com a matemática, e quais são suas motivações para tal?	Diariamente, no contexto como professor, e quando ele precisa estudar para o mestrado.
Comunidade de Pesquisa	
O que é uma pesquisa científica?	Testar hipóteses. Pesquisar cientificamente se uma determinada proposição é válida ou não.
Que tipos de produções são cientificamente válidas?	Se existe uma comprovação prática. E isso diferencia a ciência da matemática
Que fatores determinam isso? (válido para as duas perguntas anteriores)	A sociedade determina o que é válido ou não, em função do que é útil atual ou futuramente.
Qual é a importância deste tipo de trabalho para a sociedade?	Se existe algum emprego daqueles resultados para o desenvolvimento da humanidade, seja o desenvolvimento tecnológico, a melhoria na qualidade de vida, etc.
Que tipos de produções são academicamente válidas?	Todas as produções matemáticas são válidas, contanto que estejam matematicamente corretas. Isso porque a matemática se antecipa (e ao mesmo gera) a realidade. O que não tem uso agora pode ser útil depois. Por isso ele não vê sentido quando o aluno pergunta "Porque estou aprendendo isso?"
Quem são os matemáticos? O que vem à sua mente quando você pensa em “um matemático”?	São aqueles que não estão preocupados com a utilidade daquele saber matemático para a sociedade, que estão criando hoje os fundamentos científicos para o desenvolvimento da humanidade no futuro.
Quais são os hábitos dos matemáticos?	Trocar entre si esses conhecimentos que teoricamente não servem para nada. Estudar, fazer seminário, desenvolver áreas diversas da matemática.
Quais são as características de um pesquisador em matemática pura bem sucedido?	O pesquisador bem sucedido é aquele que consegue demonstrar uma proposição inédita.
Você sabe determinar quais resultados serão considerados importantes/interessantes ou serão rejeitados pela comunidade científica?	São os resultados que estão pendentes há muito tempo, ou que possuem muita utilidade para a comunidade científica. Os resultados que "desatam"uma teoria.
Quais critérios são esses? Você compartilha deles?	Não. Ele valoriza quem está pesquisando aquilo que ninguém mais, quem está desbravando coisas novas. Todo o conhecimento matemático é válido.
Quem são os pesquisadores em ensino de matemática?	As pessoas que estão preocupadas em como transmitir a matemática.
Quais são os hábitos dos pesquisadores em ensino de matemática?	Ele acredita que exista uma grande diferença entre os pesquisadores sérios (UFRJ, por exemplo) e outros. Ele acha que a grande maioria está preocupada com outras coisas senão o ensino de matemática em si. O hábito de um pesquisador sério é trocar informações sobre como ensinar matemática da melhor maneira possível.
Quais são as características de um pesquisador em ensino de matemática bem sucedido?	É quem está fazendo sucesso, por exemplo, ele não gosta do D’Ambrósio e de etnomatemática, mas é isso que está "fazendo sucesso". Ser reconhecido pela comunidade, estar engajado em compreender a transmissão do conhecimento e de como ensinar o aluno a aprender a aprender.
Vários comentários pessoais sobre a comunidade de ensino de matemática em geral.	

Quais os resultados que serão considerados importantes para a comunidade dos pesquisadores em ensino de matemática?	Ele considera importantes pesquisas que o permitam ensinar e avaliar uma matemática de qualidade, que desperte o desejo de aprender, e que seja acessível aos alunos que não têm aptidão.
Você considera o meio acadêmico competitivo? Isso depende da área de pesquisa? E quais são os parâmetros desta competição?	Extremamente, independente da área de pesquisa.
Na sua opinião, os pesquisadores em matemática pura costumam trabalhar individualmente ou em grupos? E os pesquisadores em ensino de matemática? Qual é a sua preferência?	Pesquisadores em matemática pura costumam trabalhar individualmente. Pesquisadores em ensino de matemática, em grupos. Ele prefere trabalhar sozinho.
Você se considera um matemático ou um pesquisador em ensino de matemática? Qual é a sua participação?	Não, para ambas.
Você poderia nos explicar o que você faz quando está pesquisando? Que tipos de decisão você precisa tomar e como é este processo de decisão?	-
Comunidade Docente	
Quais são os objetivos de um professor do ensino fundamental/médio, dentro e fora de sala de aula?	Levar ao aluno o "aprender a aprender", em todas as fases do ensino.
Existe algum fator externo que pode alterar estes objetivos?	Contexto social da escola.
O que eles devem fazer para alcançar estes objetivos?	No âmbito geral, não abrir mão dos seus objetivos e princípios. Especificamente, não apresentar o conteúdo de forma "mastigada", não "colorir"a matemática, mostrar que apesar do processo de aprendizagem ser doloroso, ele também é gratificante.
Você realiza estas tarefas também?	Sim.
Você poderia nos descrever a sua prática como professor, desde a elaboração das aulas até a sala de aula?	Hoje em dia ele não prepara as aulas. Uma vez em sala ele decide qual será a abordagem adotada, ele acha enfadonho ter que repetir a mesma aula várias vezes. Às vezes a aula é desfiada à partir de um "gancho"que um aluno deu. O entrevistado se diz muito criativo.
Quais são as decisões que você precisa tomar e como é este processo de decisão?	À partir da reação dos alunos, qual caminho seguir.
Qual é a importância social do ensino fundamental/médio?	Formar o cidadão matemático (capaz de abrir um jornal e interpretar um gráfico, entender porcentagens, não ser enganado) e isso é fundamental.
O que é ensinar?	Transmitir esse conhecimento e ensinar o "aprender a aprender".
Como é a sua interação com o resto da equipe de matemática das escolas onde você leciona?	No CEFET a relação é ótima, a equipe é muito bem preparada, eles discutem, interagem, trocam execícios, etc. Na Escola Parque, a equipe é muito ruim e a interação é menor. "No CEFET eu me sinto entre os meus pares, e na Escola Parque, entre os ímpares".
Vocês preparam material em conjunto? Vocês levam artigos para serem debatidos? Trocam conhecimentos de alguma forma?	No CEFET eles preparam apostilas e provas. Geralmente debatem os artigos que encontram durante as pesquisas de mestrado (cinco professores do CEFET cursam ou cursaram o mestrado em Ensino de Matemática da UFRJ) e debatem sobre o mesmo.
Você costuma trocar experiências profissionais com outros professores?	Sim, coisas como abordagens sobre os temas.
Você acredita que, em geral, os professores de outras escolas trabalham da mesma maneira?	Não, por experiência própria.
Você considera as práticas de seus colegas estagnadas? Que eventos “oxigenam” estas práticas?	Na Escola Parque, as práticas são estagnadas. Não há oxigenação, pois a direção da escola não dita isso, e não há intercambio com as universidades.
Na escola, como você determina se um professor é bom ou não?	O professor bom é o professor incomodado, que está envolvido com as situações, se perguntando, propondo. O mal professor está sempre fazendo a mesma coisa. A transformação é o mais importante.
Existe muita competição (implícita ou explícita) entre os professores das escolas onde você trabalha? Eles competem sobre o que?	Na Escola Parque existe aversão à mudança e ao novo. No CEFET não há competição, e sim colaboração.

Você sabe determinar quais resultados serão considerados importantes/interessantes ou serão rejeitados pelos seus colegas de profissão?	No CEFET, os professores estão interessados em estudos sobre cognição, sobre mudanças curriculares, tudo que melhore o aprendizado. Na Escola Parque, não há interesse, só interessa o mínimo necessário para não perder o emprego.
Quais critérios são esses? Você compartilha deles?	Está alinhado com o CEFET.
Comunidade Discente	
Quais são as suas expectativas em relação a este mestrado?	Antes de entrar, ele estava receoso de voltar à universidade para estudar matemática pura novamente após tantos anos, mas ficou muito satisfeito com estes cursos, eles oxigenaram as ideias matemáticas dele. Ele pretende contribuir, com sua dissertação, com um pouco de conhecimento para a comunidade.
Qual é o papel social deste curso?	Requalificar os professores do ensino básico/médio/superior, fazendo com que eles reflitam sobre suas práticas.
Você considera que o seu papel neste curso é o de um pesquisador?	Um "mini-pesquisador", só durante a sua pesquisa para dissertação.
Como você determina se um aluno do mestrado é um bom aluno ou não? Quais práticas são louváveis/reprováveis?	O bom aluno está envolvido com o curso, tirando boas notas, estudando as matérias e escrevendo uma dissertação interessante e admirada pelos outros.
Como é a sua rotina de estudante? Quais decisões você precisa tomar no dia a dia e como você decide?	Enquanto estava fazendo as matérias, estudava nos finais de semana. Agora todo tempo livre que ele tem ele dedica à dissertação. As decisões que ele precisa tomar são definir o que estudar, separar o que é fundamental, principal e secundário. Por exemplo, quais exercícios resolver, não vale a pena perder tempo resolvendo um exercício que você já sabe resolver.
Como você estuda um tópico de matemática pura? E um tópico de ensino?	Na matemática pura, ele estuda lendo livros, analisando as anotações feitas em sala de aula, os materiais indicados pelo professor, tentando entender. Leitura, resolução de exercícios, confecção de resumos. Nos tópicos de ensino, geralmente leitura dos textos e confecção de resumos. Não faz fichamento
Você costuma estudar com seus colegas? Seus colegas costumam estudar em grupos?	Não. Os colegas costumam estudar em grupo.
Você costuma trocar experiências profissionais com seus colegas?	Sim.
Você costuma compartilhar coisas interessantes que você aprendeu com seus colegas? E oportunidades como congressos, empregos, etc.?	Compartilha exercícios resolvidos ou duvidas, e oportunidades de empregos
Seus colegas têm a mesma postura?	Sim.
O que é aprender? O que constitui o aprendizado?	É um acúmulo de conhecimentos críticos, isso é, ter crítica sobre eles. Saber do que se trata e onde e como se emprega.
Qual é o objetivo de um professor do ensino superior? O que você espera dos seus professores?	Do professor do ensino superior, é o mesmo objetivo do ensino fundamental/básico, isso é, como aprender, apresentando a matéria, as demonstrações, o caminho a seguir e a bibliografia. No caso dos professores do mestrado em ensino de matemática, também é importante que o professor apresente tópicos adicionais, livros adicionais para que o aluno possa prosseguir sozinho.
Como você determina se um professor universitário é bom ou não?	Ele precisa ter conhecimento sobre a matéria e ser capaz de transmiti-lo didaticamente.
Você sabe determinar quais resultados serão considerados importantes/interessantes ou serão rejeitados pelos seus colegas de classe?	Não saberia dizer sobre os seus colegas.
Quais critérios são esses? Você compartilha deles?	Ele se interessa sobre o desenvolvimento histórico dos números reais, geometria, tecnologias de ensino.
Existe muita competição entre os próprios alunos? No que eles competem?	No nosso mestrado existe alguma competição sobre o conhecimento, os alunos querem se gabar de quem é o melhor, inclusive comparando notas. Coisa semelhante acontece na escola.
Texto em Prosa	

Quais são as suas primeiras impressões sobre o texto?	Texto bem estruturado, torna palatável o teorema 1, expõe os lemas necessários, retira a aridez.
Qual é, em sua opinião, o objetivo do texto?	Tornar o teorema 1 mais inteligível.
Qual título você daria a ele?	...
Quais são as idéias mais importantes do texto?	Conteúdo contextualizado explicando porquê é importante estudar esses tópicos. A demonstração do teorema 1, porquê podemos estudar apenas séries centradas na origem, teste da raiz, convergência de séries de funções, convergência uniforme, sequência de Cauchy, teste de Cauchy para convergência de séries e sequência de funções normalmente convergente.
O que você acha sobre a forma como o texto foi escrito?	Gostou, seria ótimo para um seminário, principalmente se tivesse um fechamento sobre as aplicações.
Quais pontos você acha que ficaram mal explicados?	O exemplo da sequência de funções contínua que converge para uma descontínua, dificuldade de relacionar o teorema 1 com os lemas anteriores.
Quais as principais dúvidas que você teve ao ler o texto?	[Não fiz essa pergunta... Na hora eu devo ter achado redundante, entretanto ele releu o texto várias vezes...]
Quais os conceitos matemáticos apresentados que você não conhecia?	Nenhum. Concorda que o texto permite continuar lendo mesmo sem ter entendido algo.
Quais partes do texto você reescreveria?	Os mesmos pontos "mal explicados"
Sobre o Seminário	
Como foi o processo de preparo do seminário?	Primeiro eles escolheram o tema (séries de Taylor), depois trocaram muitos e-mails com materiais relacionados encontrados na internet e comentários próprios. Dois dias antes do seminário, eles se encontraram para fechar o trabalho.
Quais foram as suas principais preocupações?	A principal preocupação era em ter clareza (tanto ter clareza sobre o assunto quanto produzir um trabalho claro). "Você só consegue transmitir quando está convencido de que está convencido daquilo."
Como vocês delimitaram o conteúdo apresentado?	Eles começaram a desfiar o assunto em direção aos pré-requisitos. Mas como o número de resultados "explode", eles decidiram considerar todos os tópicos de Análise Real como pré-requisitos rígidos, e não revisar nada na hora.
Qual parte do conteúdo era mais importante, na sua opinião?	Séries de Taylor (tanto na matemática quanto como uma ferramenta para despertar o interesse dos alunos através de aplicações práticas)
Sobre a Formalização	
Como foi o processo de preparo da formalização?	Houve uma reunião inicial onde eles decidiram como iriam abordar o problema (começaram escrevendo as definições dos termos que apareciam no texto), depois trocaram bastante e-mails e o Élcio começou a escrever por cima do texto original (a percepção deles era de que o trabalho consistia em enxugar o texto em prosa). Em seguida o Carlos pegou o texto produzido pelo Élcio, revisou, compilou mais alguns resultados e fez um fechamento.
Quais foram as suas principais preocupações durante a formalização?	Era fazer um texto de matemática, do tipo que seria editado em um livro. Fazer algo que fosse aderente "às normas vigentes"(redação minha)
Quais foram as principais dificuldades em formalizar o conteúdo?	Era retirar do texto em prosa toda a "escória", era limpar o texto, era definir o que é dispensável e o que não é.
Quais são as partes mais importantes da teoria apresentada?	É como eu posso ter garantias de que uma série de potências converge, diante das motivações apresentadas (como as calculadoras calculam funções transcendentes)
Quais os assuntos que você teve mais vontade ou necessidade em des?ar? Porquê?	O teorema alvo, pois ele é o cerne da questão, e apesar de parecer simples, ele requer muitos outros resultados (na primeira entrevista ele comenta essa surpresa dele)
Você sentiu necessidade de desfiar algum tópico que te deixou em dúvida, quando você leu o texto em prosa pela primeira vez?	Não.
Qual foi o critério adotado para “parar de escrever”?	Eles fizeram a formalização seguindo a ordem do texto em prosa. Isso é, eles terminaram no teorema alvo, ao invés de partir dele.

Você conseguiria comparar o papel das demonstrações no texto em prosa e no texto formalizado?	Ele acha que é mais fácil para um aluno (e ele se inclui nessa categoria) entender o texto em prosa, pois tudo está conectado, existe uma motivação e é discutido como o problema será abordado, o que geralmente não acontece num texto formal (não há essa contextualização)
Em quais situações cada um seria mais adequado?	O texto em prosa é mais adequado para um professor ensinar, o aluno terá maior facilidade. Enquanto que o texto formal é mais adequando para quem já sabe a matéria, como um resumão.
Relações entre os dois	
Durante ou depois do trabalho de formalização, você teve vontade de alterar alguma coisa no seminário que você apresentou?	Ele acha que teria explorado mais as aplicações das séries de Taylor no seminário. Teria tentado conversar novamente com outros professores da universidade sobre essas aplicações e os desenvolvimentos recentes nessa área. Nas palavras dele "o seminário é como se você estivesse realmente dando uma aula".
Essa vontade foi produto direto da formalização?	Não, essa vontade nasceu de uma releitura do texto em prosa, e consequente compreensão da importância da introdução e das motivações dele.
Houve muita interseção entre o trabalho realizado no preparo do seminário e da formalização?	Houve um contraste, pois no seminário eles tangenciaram as motivações e as aplicações, enquanto que na formalização era necessário remover esses itens. Neste momento eles observaram como o conteúdo ficou árido e como eles disperdiçaram uma ótima oportunidade de explorar as aplicações no seminário.
Quais são as principais diferenças entre estes dois trabalhos?	No seminário, a preocupação era demonstrar as séries de Taylor, suas aplicações e tudo o mais (apesar dele admitidamente não ter alcançado esses objetivos), enquanto que na formalização o objetivo era tornar o conteúdo mais árido o possível.
Sobre a Pesquisa	
Quais foram as suas fontes de informações?	Muitos textos encontrados na internet, o livro do Spivak, o livro do Elon e as convesas com o Élcio, o Felipe Acker e o Flavio Dickstein.
Como foi a sua interação com o seu colega de grupo?	Excelente. Ele acredita que existe muita disputa na academia, enquanto que a colaboração é muito boa.
O quê você viu de positivo neste trabalho em grupo? E de negativo?	O trabalho em grupo soma, há troca de conhecimentos. O ponto negativo é a necessidade de haver um encontro presencial. Ele não vê pontos negativos comparado ao trabalho individual.
Quais foram os momentos mais frustrantes desse trabalho? E os mais satisfatórios?	O mais frustrante foi não conseguir chegar até onde ele queria. Queria ter preparado um seminário melhor, o seminário não ficou a seu contento. O momento mais satisfatório foi ter terminado o trabalho, foi o fim do seminário.
Esses sentimentos estão relacionados com o fato do trabalho ser em grupo?	Não, nem a satisfação nem a frustração.
Você acha que a participação neste trabalho colaborou para o seu crescimento pessoal de alguma maneira?	Sim, ele nunca havia feito um trabalho parecido (tanto o seminário quanto a formalização, em grupo). Essa interação com o colega, onde você pode reforçar as coisas positivas e sugerir novas coisas é muito rica.
Você considera importante que um professor do ensino fundamental/médio saiba realizar essas tarefas? (por tarefas, leia-se, preparar seminários, textos em prosa e formalizações)	Sim, as três tarefas são importantes, a constar, escrever um texto em prosa, um texto formal e preparar um seminário. Principalmente escrever um texto em prosa.
Você acha que a utilização deste tipo de atividade em um curso de licenciatura colaboraria para a formação dos professores?	Muito, os professores não sabem fazer pois não estão acostumados a fazer esse tipo de coisa. Os professores não sabem integrar o conhecimento que eles adquiriram de maneira desintegrada desde o ensino médio.
Você considera importante que um professor universitário saiba realizar essas tarefas? (por tarefas, leia-se, preparar seminários, textos em prosa e formalizações)	Sim, pelos mesmos motivos.

Participante B	
Categoria / Pergunta	**Resposta Resumida**
Background	
Perguntar primeiro nome e idade (catalogação apenas, pesquisa anônima).	32 anos.
Conte-nos, resumidamente, suas motivações para estudar matemática e sua trajetória acadêmica.	Sempre gostou de matemática, apesar de ter visto uma matemática diferente da superior, e bem diferente daquela que acredita deva ser ensinada. Fez vestibular comunitário e passou para licenciatura na UFRJ. Terminou a licenciatura, fez especialização, tentou duas vezes entrar no mestrado, conseguindo na segunda.
Dadas as suas experiências, o quê você poderia dizer que aprendeu sobre matemática?	Quanto terminou o ensino médio, ele acreditava que sabia de tudo. Mas era uma matemática baseada em fórmulas. Hoje em dia ele sua percepção mudou, e ele entende que ele sabe pouca matemática, seja em conteúdo, seja no fazer matemática, ou na maneira de ensiná-la (até por causa do contrato didático, os alunos já estão enviesados, já esperam um comportamento do professor). Aprendeu sobre a parte formal, que não tinha antes.
E o quê você aprendeu sobre si mesmo?	Seu olhar sobre os alunos mudou quando ele estudou muito para análise e não foi bem na prova. Pouco tempo depois uma aluna disse que havia estudado muito para a prova dele, e mesmo assim não foi bem. Ele compreendeu melhor as dificuldades dos alunos, o que é simples para o Edson não é simples para o aluno dele, e o mesmo acontecia no mestrado.
Trajetória como aluno	
O quê você poderia dizer sobre o seu aprendizado de matemática, antes, durante e depois da graduação? Houve mudança em sua postura?	Ele acredita que a passagem da especialização para o mestrado é muito dura. Principalmente por causa do inglês. No mestrado ele precisa pesquisar em outros livros, o que não era necessário antes. A transição do segundo grau para a licenciatura também foi traumática, mais por motivos pessoais (emprego como garçon, dois filhos para cuidar, etc.) do que pela diferença do conteúdo em si e da forma de apresentação. Exceto, claro, análise.
Nessas situações, como você aprendeu/estudou matemática?	No segundo grau estudava fazendo exercícios, e entender não era uma prioridade, o importante era resolver o exercício escolhendo a fórmula correta. Na graduação, ele tentava entender melhor, até pela maneira como as questões eram colocadas, que exigem uma compreensão dos conceitos. Realizava a leitura dos enunciados/definições/teoremas, lia exercícios resolvidos, e depois tentava resolver os exercícios sozinho. Reclamou dos professores que tiram deltas da cartola, pois existe uma conta velada por trás disso. Essa mecânica não mudou no mestrado.
Em algum momento desta trajetória você teve o hábito de estudar em grupo?	No segundo grau e no pré-vestibular existia um grupo onde cada um era melhor numa área, e eles conversavam entre si (não era um estudo em grupo). No mestrado ele costuma estudar em grupo, debatendo textos, resolvendo exercícios juntos, etc.
Quais são as situações de maior importância enquanto aluno? E quais são as situações de maior satisfação pessoal?	Resolver os exercícios e compreendê-los criticamente (entender o enunciado, saber onde se quer chegar, o que é importante, se ele já fez algo parecido, se todas as hipóteses foram utilizadas, se é possível quebrar o problema, etc.). O momento de maior satisfação é quando se consegue resolver um exercício difícil, e quando se tira uma boa nota numa prova.
Na sua opinião para quê serve o ensino de matemática na universidade?	Depende da forma como ela é ensinada. Por exemplo, "A arte do resolver problemas"do Pólya é utilizado em outras matérias, exatamente porque ensina as pessoas como agir diante de um problema, como raciocinar, como determinar o que é importante, etc. Ele acredita que a matemática possui uma importância cognitiva maior do que resolver questões triviais do dia a dia, por exemplo, como argumentar, defender sua tese, etc.
Trajetória como professor	
Descreva resumidamente a sua experiência profissional como professor.	Trabalhou como tutor do CEDERJ (ensino médio) por 6 meses, depois foi contratado por 8 meses no Estado (ensino médio), e em seguida passou no concurso para o Município de Caxias (fundamental), já está lá há 4 anos. Trabalhou 2 anos no CAp da Unigranrio (segundo e terceiro anos, menos geometria). Dois anos atrás passou no concurso para o Município do Rio, e largou o Estado e o CAp.
Quais são os seus objetivos enquanto professor, dentro e fora de sala de aula?	Conferir ao alunos cidadania, transcendendo o mínimo, pensando no universo deles. Conferir a eles o direito de escolher o que ser.

Na sua opinião para quê serve o ensino de matemática (fundamental/médio)?	Desenvolver o raciocínio, a argumentação, desenvolver o senso crítico da realidade contextualizando os problemas, mostrar que a matemática tem utilidade no dia a dia, e dar uma base para os estudos posteriores.
Ele ajuda a desenvolver o raciocínio lógico? Se sim, você toma isso como objetivo de suas aulas?	Acredita que desenvolve sim, mas nem sempre consegue colocar em prática. Acredita que para isso é necessário mesclar a resolução de problemas com habilidades tradicionais (decorar tabuada, manipulações algébricas, etc)
Ele permite aos alunos a modelar as situações do cotidiano? Se sim, você toma isso como objetivo de suas aulas?	Algumas matérias permitem sim, contanto que o aluno tenha uma base técnica também. E mesmo assim nem todos os alunos conseguirão entender.
Você aplicaria uma prova com consulta? Sob quais circunstâncias?	Sim, contanto que a prova seja bem montada, com problemas, e ele precise consultar algo que não seja importante dele decorar. (assim como o uso da calculadora)
Quando e como você busca novos conhecimentos matemáticos ou pedagógicos para apoiar a sua prática docente?	Quando sente necessidade (infelizmente). Por exemplo, quando vai lecionar um tópico que não vê há muito tempo, ou quando esbarra num assunto interessante em um livro ou na internet. Não tem hábito de buscar conhecimentos pedagógicos.
Quais são as situações de maior importância nesta prática? E quais são as situações de maior satisfação pessoal?	A maior importância é querer ajudar o aluno. Nenhuma competência é mais importante do que esta vontade. A satisfação vem ao ver um aluno resolver um problema difícil, ou resolver um problema de uma maneira diferente, ou descobrir algo.
Qual é o seu objetivo de vida, ao estudar matemática?	Ele gosta de matemática e gosta de estudar na universidade, isso trás muita satisfação pessoal, apesar da dificuldade. Isso amplia os seus horizontes, didático e matemático. Além, é claro, da melhoria salarial.
Trajetória como pesquisador	
Você já trabalhou em algum projeto de pesquisa relacionado à matemática?	Não.
Esse trabalho foi individual ou colaborativo? Você poderia descrevê-la e nos dizer o que você aprendeu ou explicar porque essa experiência não foi benéfica?	-
Este trabalho envolvia alguma atividade de criação de definições ou novos resultados?	-
Quais são as situações de maior importância nesta prática? E de satisfação pessoal?	-
Estrutura da Matemática	
O quê você acredita ser matemática?	É tudo aquilo que está por trás da matemática que vemos. É observar as regularidades nos fenômenos mundanos. É resolver problemas práticos do dia-a-dia, inclusive problemas internos à matemática.
Nesta perspectiva, o que significa lecionar? Estudar? Pesquisar?	Ensinar é tentar mostra ao aluno de que forma ele acessar esse conhecimento. Não é ensinar procedimentos, é dialogar com o aluno e dá-lo as condições para chegar aos resultados. A conquista do conhecimento é pessoal. Estudar é tentar entender todas as coisas que estão por trás, os porquê s, compreender os porquê que os algoritmos funcionam, porque as convenções foram adotadas da forma como conhecemos. Pesquisar matemática pura é avaliar conjecturas. Pesquisar o ensino em matemática tem a ver com a relação aluno-professor, em como transmitir o conteúdo, as abordagens, os obstáculos, as dificuldades dos alunos, como melhorar o ensino.
Existe alguma semelhança entre ensinar e estudar?	Para ensinar é preciso saber bem a matéria.
Como você sabe que aprendeu algo novo? O que te confere esta certeza?	
O que é definição? Para que eles servem?	Para o participante, existe uma grande diferença entre a licenciatura e o bacharelado (isso é, estudar para ensinar e estudar matemática pura) a ponto dele não se sentir à vontade de responder o que é definição no contexto da matemática pura. Para o ensino, a definição deve "abarcar tudo o que você quer definir, e de forma consistente, que não venha a furar em nenhum ponto". E apesar de mutável em função do contexto e da área, ela serve para comunicar ("quando eu digo 'quadrado', o aluno tem que ter essa definição em mente")

De quais maneiras você pode representar uma definição?	Da forma escrita.
O que é teorema? Para que serve?	É algo que você pode provar usando os axiomas. Serve para consolidar resultados.
De quais maneiras um teorema pode ser representado?	É tudo que parte dos axiomas....
E demonstração? O que é e para que serve?	Partindo dos axiomas e definições, mostrar que "aquilo ali é válido, de posse das coisas que você estava supondo como verdade". Serve "para garantir que aquilo alí tem validade"
Uma prova e uma demonstração são a mesma coisa? Qual é a diferença?	Não. Mas não tem diferença.
Como elas podem se apresentar? Em quais circunstâncias?	Se apresentam da forma escrita (não respondeu, foi induzido)
O que você considera mais importante de se transmitir ao se ensinar um teorema ou resultado?	Cada passo da demontração precisa estar bem compreendido.
Leitura de Demonstrações	
Em quais situações você costuma ler demonstrações escritas? (mesmo que ela não esteja escrita de maneira formal)	Estudando para as disciplinas do mestrado, lendo a parte de geometria dos livros didáticos.
Quais são os critérios adotados para determinar se uma demonstração está correta ou não?	Checar se está utilizando todas as hipóteses, checar cada passo por contradições.
Que tipos de artifícios você utiliza para realizar esta verificação?	Depende da demonstração, mas pode testar valores para checar o teorema.
Estes critérios mudam de acordo com o contexto? Por exemplo, quando você a lê em um livro, um amigo te apresenta, o professor apresenta em sala, um aluno propõe, etc.	Verbalmente não há a necessidade de tanto rigor, assim como para os alunos do ensino médio (você pode dar uma idéia geral). Já num livro é essencial escrever cada passo corretamente.
Acontece de você ler uma demonstração e ela não te convencer? Como você resolve este paradoxo?	Sim.
Se sim, geralmente você não é convencido pelo enunciado ou pelo desenvolvimento?	Geralmente é o desenvolvimento.
Que tipos de coisas você já conseguiu identificar em comum entre diversas demonstrações diferentes?	A estrutura bem organizada das teorias.
Quais são as partes de um teorema/demonstração que você considera mais importantes? Quais você tenta fixar antes de uma prova?	Primeiro é importante entender o que o teorema quer te passar, é ter uma idéia geral, sem se preocupar com formalidade. Sem isso, não adianta olhar o passo-a-passo.
Comunidades de Prática	
Existe alguma comunidade matemática com a qual você se identifique? Essa associação é importante para você? De que maneira?	Projeto Fundão. É importante pois trás muitas coisas que podem ser utilizadas em sala de aula.
Você costuma participar de congressos ou outros tipos de encontro?	Não tem o hábito, participou de dois congressos nos últimos 10 anos.
Em quais circunstâncias você costuma entrar em contato com a matemática, e quais são suas motivações para tal?	Quando está preparando as aulas, quando está estudando para o mestrado e quando está participando de algum curso extraordinário (como o curso de atualização de professores do IMPA, aperfeiçoamento do CEDERJ).
Comunidade de Pesquisa	
O que é uma pesquisa científica?	Uma pesquisa realizada por cientistas para melhorar o conhecimento da sociedade.
O que caracteriza o cientista?	Cientista é quem está em contato com as mais recentes pesquisas, e isso, do ponto de vista dele, engloba a UFRJ. (exemplos, os professores do IM, do Projeto Fundão, do mestrado)
Que tipos de produções são cientificamente válidas?	Artigos, teses, dissertações, publicações em revistas conhecidas.
Que fatores determinam isso? (válido para as duas perguntas anteriores)	Ele não sabe dizer os fatores, mas diz que eles são definidos pela sociedade matemática. (Aqui podemos ver que ele está considerando apenas matemática, ao invés de ciência no sentido mais geral)

Qual é a importância deste tipo de trabalho para a sociedade?	As descobertas científicas serão utilizadas em prol da sociedade. (melhoria no ensino, melhoria nos procedimentos médicos, etc.)
Quem são os matemáticos? O que vem à sua mente quando você pensa em "um matemático"?	Um cara numa sala fechada, cheio de livros, estudando.
Quais são os hábitos de um matemático?	Resolver problemas matemáticos em geral, sem se preocupar onde isso será aplicado, ou se tem utilidade.
Quais são as características de um pesquisador em matemática pura bem sucedido?	O número de publicações, artigos escritos.
Você sabe determinar quais resultados serão considerados importantes/interessantes ou serão rejeitados pela comunidade científica de matemática pura?	Não faz idéia.
Quais critérios são esses? Você compartilha deles?	-
Quem são os pesquisadores em ensino de matemática? O que vem à sua mente quando você pensa em "um pesquisador em ensino de matemática'?	Alguém que está na sala de aula, e ao mesmo tempo em contato com as recentes pesquisas. É o cara que faz esse intercâmbio.
Quais são os hábitos dos pesquisadores em ensino de matemática?	É estar tentado descobrir coisas novas que podem melhorar o ensino, é estar procurando os problemas e dificuldades, pesquisar novas tecnologias, etc.
Quais são as características de um pesquisador em ensino de matemática bem sucedido?	Ele acredita que para a comunidade o "bem sucedido"é aquele que tem um grande número de publicações, mas para ele o "bem sucedido"é aquele pesquisador cujas pesquisas podem ser aplicadas em sala de aula e rendem bons frutos.
Você sabe determinar quais resultados serão considerados importantes/interessantes ou serão rejeitados pela comunidade científica de ensino de matemática?	Não.
Quais critérios são esses? Você compartilha deles?	-
Você considera o meio acadêmico competitivo? Isso depende da área de pesquisa? Sobre o que elas competem?	Depende da instituição e da área de pesquisa. Eles competem para ver quem é melhor, e pelo número de publicações (ele escuta dizerem que, em outras instituições,os pesquisadores sofrem pressão para estar sempre escrevendo artigos, livros, etc.)
Na sua opinião, os pesquisadores em matemática pura costumam trabalhar individualmente ou em grupos? E os pesquisadores em ensino de matemática? Qual é a sua preferência?	Em matemática pura, ele acredita que em grupos, pois na história da matemática existem muitos relatos de cartas entre matemáticos, mas pra ele, a maior parte do trabalho é feito individualmente (como na imagem descrita anteriormente). Ele acredita também que os pesquisadores em ensino de matemática trabalham no mesmo formato. Ele prefere estudar em grupos, mas acha melhor pesquisar sozinho.
Você se considera um matemático ou um pesquisador em ensino de matemática? Qual é a sua participação?	Não se considera um matemático. Não se considera um pesquisador em matemática pura. E ainda não se vê como um pesquisador em ensino de matemática, pois ele acredita que só será um pesquisador quando começar a escrever a dissertação (até agora ele estava focado nas disciplinas, e nunca pensou em escrever artigo ou pesquisar). Se considera um pesquisador em formação.
Você poderia nos explicar o que você faz quando está pesquisando? Que tipos de decisão você precisa tomar e como é este processo de decisão?	Buscando livros e lendo artigos. Sobre as decisões, quando ele tenta aplicar um tópico lido num artigo em uma de suas turmas, ele precisa observar a turma, qual o conhecimento dela, qual a utilidade do trabalho realizado, quais as necessidades da turma (se é EJA, se é pré-vestibular), e para embasá-lo, ele busca outros livros e artigos.
Comunidade Docente	
Quais são os objetivos de um professor do ensino fundamental/médio, dentro e fora de sala de aula?	Conferir ao aluno os conhecimentos básicos de matemática para que ele possa viver em sociedade, exercer sua cidadania, e prosseguir com os estudos.
Existe algum fator externo que pode alterar estes objetivos?	O objetivo e vida dos alunos (por exemplo, uma turma de pré-vestibular dos diversos tipos, turmas de adultos aposentados, etc.)
O que eles devem fazer para alcançar estes objetivos?	Tentar se colocar no lugar dos alunos, para tentar entender o que é importante para ele e do que ele precisa. Além disso, o professor precisa estar bem informado sobre maneiras de ensinar (tanto conhecimentos pedagógicos quanto diversas abordagens sobre o mesmo tema)

Você realiza estas tarefas também?	Ele procura sempre estar se atualizando, lendo livros, artigos, realizando cursos e estudando a matemática subjacente aos tópicos que ele está lecionando pela primeira vez. Por outro lado, ele nem sempre consegue realizar as atividades planejadas, por falta de condições (sejam disciplinares ou de infraestrutura). Assim ou essas atividades são adaptadas ou descartadas.
Você poderia nos descrever a sua prática como professor, desde a elaboração das aulas até a sala de aula?	Considerado o assunto, ele tenta determinar o que é essencial que o aluno saiba. Em seguida, ele escolhe uma abordagem e as possíveis motivações para introdução do assunto. Depois ele escolhe os exercícios, ordenando-os por grau de dificuldade (para não assustar o aluno) chegando até os exercícios "desafio".
Quais são as decisões que você precisa tomar e como é este processo de decisão?	Para determinar o que é importante que o aluno aprenda, ele observa quais são os tópicos do currículo que dependem deste. Além disso, ele observa o que pode ser útil para o dia a dia do aluno. Dependendo da turma, ele pode aprofundar ou não o conteúdo. Para determinar a abordagem prática, ele observa o interesse, o comportamento e a capacidade da turma. Para escolher os exercícios, ele considera fácil o exercício onde basta reproduzir uma série de passos bem definidos. O exercício médio é aquele "que já vai envolver mais alguma coisa". O difícil é aquele onde o aluno precisa contribuir de maneira determinante para a resolução, por exemplo, a resolução de problemas.
Qual é a importância social do ensino fundamental/médio?	Para muitos alunos, o ensino fundamental/médio é importante para conseguir ou manter um emprego, ou realizar um concurso (inclusive vestibular).
O que é ensinar?	Ensinar é ajudar um aluno a adquirir um conhecimento.
Como é a sua interação com o resto da equipe de matemática das escolas onde você leciona?	No Município do Rio, ele é o único professor de matemática no turno da manhã. No Município de Caxias, a interação é boa no ambito pessoal, mas não há interação profissional (não preparam provas, exercícios, apostilas, não trocam experiências)
Vocês preparam material em conjunto? Vocês levam artigos para serem debatidos? Trocam conhecimentos de alguma forma?	Não.
Você costuma trocar experiências profissionais com outros professores?	Não.
Você acredita que, em geral, os professores de outras escolas trabalham da mesma maneira?	Em geral, sim. Ele acredita que a troca de conhecimentos e a interação seja dificultada pelo fato de que muitos professores são muito antigos, e já têm a sua prática definida, e não gostam que um novato venha trazer novidades. (por exemplo, no Município de Caxias).
Você considera as práticas de seus colegas estagnadas? Que eventos “oxigenam” estas práticas?	Não tem como avaliar.
Na escola, como você determina se um professor é bom ou não?	Primeiro, pelo interesse que ele tem do aluno aprender. Segundo, pela prática em sala de aula, a abordagem, as atividades propostas, os exercícios, como ele ensina.
Existe muita competição (implícita ou explícita) entre os professores das escolas onde você trabalha? Eles competem sobre o que?	Não.
Você sabe determinar quais resultados serão considerados importantes/interessantes ou serão rejeitados pelos seus colegas de profissão?	Os resultados interessantes são aqueles que podem ser utilizados em sala de aula, sejam práticos, não muito sofisticados, sirvam para alunos fracos e que funcionem.
Quais critérios são esses? Você compartilha deles?	Em parte sim. Ele acredita que há espaço para outros tipos de artigos.
Comunidade Discente	
Quais são as suas expectativas em relação a este mestrado?	Ele esperava ter um conhecimento maior sobre matemática e educação, entrando em contato com as pesquisas mais recentes. No quesito matemática, o curso correspondeu às expectativas, mas ele acredita que a matemática é pesada demais. Ele gostou dos cursos de Tendências, PMA, História, mas ele acha que há pouca conexão com a sala de aula, “deveria ter mais coisas voltadas para a prática de sala de aula, para o ensino”.
Qual é o papel social deste curso?	“Melhorar o ensino de matemática”.
Você considera que o seu papel neste curso é o de um pesquisador?	Por enquanto não.

Como você determina se um aluno do mestrado é um bom aluno ou não? Quais práticas são louváveis/reprováveis?	Pelo rendimento nas disciplinas, seu conhecimento e seu tema de dissertação. É louvável se dedicar, abrir mão de outras coisas para participar do mestrado, participar ativamente dos congressos. É reprovável não se dedicar, é lecionar em 4 ou 5 escolas e entrar no mestrado.
Como é a sua rotina de estudante? Quais decisões você precisa tomar no dia a dia e como você decide?	Assiste às aulas, estuda nos finais de semana (inclusive em grupo).
Como você estuda um tópico de matemática pura? E um tópico de ensino?	Para estudar tópicos de matemática pura, ele faz muitos exercícios, relê várias vezes os conceitos marcando o texto original, fazendo anotações sobre o quê entendeu e o quê não entendeu, às vezes faz desenhos para entender o que está acontecendo. Ele procura palavras chaves no texto que indiquem o que é importante. Para estudar tópicos de ensino, ele realiza a leitura dos textos, às vezes busca textos relacionados, busca textos da bibliografia ou textos que referenciam este.
Você costuma estudar com seus colegas? Seus colegas costumam estudar em grupos?	Sim e sim.
Você costuma trocar experiências profissionais com seus colegas?	Sim. Por exemplos, tipos de exercícios, coisas que não deram certo em sala de aula, pede conselhos.
Você costuma compartilhar coisas interessantes que você aprendeu com seus colegas? E oportunidades como congressos, empregos, etc.?	Costuma compartilhar artigos interessantes e oportunidades de emprego.
Seus colegas têm a mesma postura?	Sim.
O que é aprender? O que constitui o aprendizado?	É adquirir conhecimentos, é dominar um conteúdo. Para aprender, primeiro ele precisa estar interessado, ter um conhecimento básico, ter material didático disponível (livros, muita ênfase em exercícios resolvidos), tentar resolver exercícios ou fazer resumos com os tópicos mais importantes. Finalmente, poder trocar informações com os colegas. Ele gosta de estudar com os colegas pois ele pode perguntar qualquer coisa, mesmo que seja besteira. Ele se sente inibido de perguntar certas coisas aos professores dada a diferença de conhecimento entre ele e o professor, e às vezes seus colegas têm as mesmas dúvidas que ele, e também não perguntam ao professor.
Qual é o objetivo de um professor do ensino superior? O que você espera dos seus professores?	Formar um aluno para que ele venha a exercer sua profissão bem. Ele espera dedicação, que o professor esteja realmente interessado que ele aprenda, e que o professor domine o conteúdo. No caso específico dos professores de matemática, o professor deve dar base para conteúdos futuros, levar ao aluno o gosto pela matemática e desenvolver o raciocínio lógico.
Como você determina se um professor universitário é bom ou não?	Observando sua aula, sua formação acadêmica e suas produções acadêmicas.
Você sabe determinar quais resultados serão considerados importantes/interessantes ou serão rejeitados pelos seus colegas de classe?	O quê está relacionado à aplicação em sala de aula.
Você compartilha deles?	Em parte, pois ele acha que há mais do que a sala de aula, mas na maior parte do tempo, a grande maioria está pensando em como aplicar os conteúdos aprendidos em suas salas de aula, inclusive ele.
Existe muita competição entre os próprios alunos? No que eles competem?	Não, porque ele mesmo já foi muito ajudado pelos colegas. Seja para resolver exercícios, tirar dúvidas, compartilhar bibliografia.
E nas escolas, os alunos são muito competitivos?	Alguns alunos sempre querem se superar, mas isso não é refletido nos colegas.
Texto em Prosa	
Quais são as suas primeiras impressões sobre o texto?	Texto com conteúdo difícil, precisou reler várias vezes
Qual é, em sua opinião, o objetivo do texto?	Mostrar como o cálculo das funções transcendentes é feito nos computadores. Considerando que se trata de uma soma infinita, será que dado um erro, eu consigo uma aproximação tão interessante quanto eu queira?
Qual título você daria a ele?	"Aplicação das funções transcendentes...", não sei

Quais são as idéias mais importantes do texto?	Convergência de séries de potências, convergência uniforme de sequências de funções, pensar a expansão de uma função transcendente como uma série de potências, a conversão de uma série em uma sequência de somas parciais, uma sequência de funções converge uniformemente se e somente se é uma sequência de Cauchy (norma do sup), se uma sequência de funções contínuas converge uniformemente então converge para uma função contínua.
O que você acha sobre a forma como o texto foi escrito?	Interessante, nunca havia lido um texto assim (não parece um texto "matemático", sem aquela coisa formal). Teve dificuldade pois precisava voltar para relacionar os resultados anteriores
Quais pontos você acha que ficaram mal explicados?	Apresentação da norma do sup (faltou explicar melhor, dar exemplos, provar mais algumas coisas antes); deveria explicar melhor a importação das sequências de Cauchy; deveria definir sequência, convergência pontual; não usa a compaticidade para demonstrar que se uma sequência de funções contínuas definidas num compacto converge uniformemente, então ela converge para uma função contínua; deveria ter diferenciado convergência uniforme da pontual, durante todo o texto; o resultado após o teorema alvo (a convergência das séries de potências é uniforme, e como as parciais são polinômios, sempre converge para uma função contínua)
Quais as principais dúvidas que você teve ao ler o texto?	[ver a anterior]
Quais os conceitos matemáticos apresentados que você não conhecia?	Conhecia, já tinha estudado todos esses conceitos, mas é uma matéria difícil, não se considera íntimo de todos. Não tinha visto série normalmente convergente.
Quais partes do texto você reescreveria?	Não respondeu.
Sobre o Seminário	
Como foi o processo de preparo do seminário?	Partindo do teorema a ser demonstrado (toda função contínua definida em um compacto atige seu máximo e mínimo em um ponto do domínio), eles começaram a relacionar, em grupo, todos os resultados e definições necessários para a demonstração. Por outro lado, como o tema do seminário também incluia conceitos básicos de topologia, eles decidiram começar o seminário apresentando esses conceitos (mesmo aqueles que não seriam utilizados posteriormente) e depois demonstrar os teoremas em uma ordem adequada, do mais básico até o teorema principal. Num primeiro momento, eles dividiram os teoremas a serem demonstrado entre eles. Mas com a entrada dos conceitos de topologia, eles preferiram que cada um estudasse e apresentasse um pedaço contíguo da teoria. Então o Marcelo estudou topologia, e o Edson, os teoremas. Eles estudaram bastante em grupo até ter um panorama completo do trabalho e dividir as tarefas (um foi na casa do outro, diversas vezes). Daí cada um fez sua parte mais individualmente, e depois um apresentou a sua parte para o outro.
Quais foram as suas principais preocupações?	Preparar um seminário "coerente e bem amarrado". Era não usar nada que não tivesse sido comentado ou demonstrado. Ele deu como exemplo o Teorema de Bolzano-Weierstrass, que eles estavam na dúvida se seria demonstrado ou não, mas eles tinham certeza de que iriam pelo menos comentar alguma coisa sobre ele.
Como vocês delimitaram o conteúdo apresentado?	Por um lado eles desfiaram os prérequisitos do teorema principal do seminário, e pelo outro lado eles inseriram os conceitos de topologia.
Qual parte do conteúdo era mais importante, na sua opinião?	O Teorema de Bolzano-Weierstrass.
Sobre a Formalização	
Como foi o processo de preparo da formalização?	Houve uma certa angústia sobre o que era para ser feito, uma vez que o texto em prosa já contém as demonstrações necessárias para chegar ao teorema alvo. Fora alguns pontos que o texto em prosa claramente omite (por exemplo, a parte da normal do sup), era muito difícil saber o que era para fazer. Em contraste, o trabalho do seminário era um trabalho de pesquisa onde era preciso buscar os resultados a serem demonstrados, enquanto que na formalização os resultados já estavam apresentados. (outro contraste é a percepção do outro grupo, que disse que a formalização foi mais fácil exatamente porque era preciso apenas "retirar a gordura").

Quais foram as suas principais preocupações durante a formalização?	Era seguir a forma definição-teorema-demonstração, e principalmente fugir do texto em prosa, não fazer a mesma coisa que já estava lá.
Quais foram as principais di?culdades em formalizar o conteúdo?	
Quais são as partes mais importantes da teoria apresentada?	O critério de convergência de Cauchy para séries.
Quais os assuntos que você teve mais vontade ou necessidade em des?ar? Porquê?	A demonstração de que a norma do sup goza das propriedades de uma norma.
Você sentiu necessidade de desfiar algum tópico que te deixou em dúvida, quando você leu o texto em prosa pela primeira vez?	Eles apresentaram convergencia pontual, coisa que não existia no texto em prosa, mas eles encontraram nos livros e viram nos cursos, e o complemento sobre normas.
Qual foi o critério adotado para "parar de escrever"?	O principal critério foi o de coerência. Mas ele acha que o texto em prosa te induz a parar, ele limita o trabalho. O Edson comenta que o trabalho do seminário se assemelhou mais à pesquisa do que o trabalho de formalização, e eu comento que isso pode ter acontecido porque nós desfiamos demais o texto em prosa, que ele pode estar muito bem escrito, pois caso contrário ele poderia ter suscitado a mesma necessidade de pesquisa que o seminário
Você conseguiria comparar o papel das demonstrações no texto em prosa e no texto formalizado?	Não.
Em quais situações cada um seria mais adequado?	O texto em prosa é uma leitura mais solta. Quando perguntado qual seria mais adequado para uso em sala de aula, ele acha que o texto formalizado é o mais adequado (ele admite que isso pode parecer conservador, mas é o que ele está acostumado). Por outro lado, ele acredita que o texto em prosa é mais adequado, por exemplo, em um livro que fale de matemática de maneira mais ampla e descompromissada. Ele disse que é o texto em prosa é muito legal como motivador e como uma maneira de transmitir um conhecimento diferente daquele de um texto formal, e que ele não está acostumado com isso, mas acha muito interessante.
Relações entre os dois	
Durante ou depois do trabalho de formalização, você teve vontade de alterar alguma coisa no seminário que você apresentou?	Ele gostaria de ter apresentado mais exemplos e contra-exemplos do teorema demonstrado, fazendo uma análise crítica. Por exemplo, mostrar funções definidas em domínios não compactos, mostrar funções descontínuas, etc.
Essa vontade foi produto direto da formalização?	-
Houve muita interseção entre o trabalho realizado no preparo do seminário e da formalização?	Eles não aproveitaram nada escrito de um trabalho no outro (vale lembrar que o teorema que eles demonstraram no trabalho escrito é utilizado na formalização, sem ser demonstrado, logo era possível copiar todo o trabalho escrito para dentro da formalização), mas que acredita que os conhecimentos adquiridos durante o preparo do seminário colaboraram para a realização da formalização. Por outro lado, ele ficou com receio de copiar e colar um trabalho no outro, para não parecer que estava querendo inchar o trabalho de propósito.
Quais são as principais diferenças entre estes dois trabalhos?	No seminário houve uma pesquisa maior nos requisitos do teorema demonstrado, e ele aprendeu muito fazendo isso.
Qual foi o objetivo do seminário?	O objetivo não era só demonstrar o teorema, era mais parecido com preparar uma aula.
Qual é a diferença de percepção que você teve ao entrar em contato com o teorema alvo ao preparar o seminário, contrastando quando um professor o apresenta em sala de aula?	Quando um professor apresenta um teorema em sala, e o demonstra, à partir daquele momento o teorema é válido. Ou você pensa que entende, ou não entende mesmo, de qualquer forma você pode usá-lo. Por outro lado, quando você precisa apresentar um teorema num seminário, é preciso compreender a fundo os teoremas, saber demonstrar, saber os porquês, os exemplos. Até porque você precisa estar preparado para possíveis perguntas. E isso enriqueceu muito.
Sobre a Pesquisa	
Quais foram as suas fontes de informações?	Muitas fontes na internet, e principalmente o livro do Elon (eles sentiam que tinha muita interseção). Usaram também outros livros em PDF e o livro do Geraldo Ávila.
Como foi a sua interação com o seu colega de grupo?	Foi muito boa, eles já estão acostumados a trabalhar juntos, e têm um bom diálogo, aceitam críticas um do outro, etc.

O quê você viu de positivo neste trabalho em grupo? E de negativo?	Facilita pois o conhecimento de um complementa o do outro. Eles trocam idéias, exemplos, pontos de vista, por exemplo. De negativo existe a necessidade de conciliar as agendas para poder encontrá-lo, principalmente porque esses trabalhos demandaram muito tempo.
Quais foram os momentos mais frustrantes desse trabalho? E os mais satisfatórios?	Ele ficou um tanto frustrado por não saber o que fazer durante a formalização. E ficou muito satisfeito com a apresentação do seminário e com o fato de estar entendendo o conteúdo. Ficou satisfeito de entregar a formalização.
Esses sentimentos estão relacionados com o fato do trabalho ser em grupo?	-
Você acha que a participação neste trabalho colaborou para o seu crescimento pessoal de alguma maneira?	Sim, ele aprendeu e estudou muita coisa. Ele precisou apresentar um seminário de análise, que não é uma tarefa trivial, e ele se superou durante essa tarefa. Os dois trabalhos solidificaram o seu conhecimento sobre o assunto.
Você considera importante que um professor do ensino fundamental/médio saiba realizar essas tarefas? (por tarefas, leia-se, preparar seminários, textos em prosa e formalizações)	Sim, pois é importante que o professor saiba muito mais do que o aluno, e tenha uma visão muito mais ampla do o quê que ele vai ensinar, mesmo que ele não transmita isso. Por isso o professor precisa saber fazer um seminário, uma formalização, etc.

Participante C	
Categoria / Pergunta	**Resposta Resumida**
Background	
Perguntar primeiro nome e idade (catalogação apenas, pesquisa anônima).	62 anos.
Conte-nos, resumidamente, suas motivações para estudar matemática e sua trajetória acadêmica.	A chama se acendeu na sexta série, quando ele conheceu a álgebra e começou a compreender a simbologia. Mais tarde, o rigor da geometria também o fascinou. Fez vestibular para Licenciatura na UFRJ, passou, começou a trabalhar, e agora está voltando para o mestrado em ensino de matemática. Nos últimos 18 anos ele participou da banca de correção das provas de matemática do vestibular da UFRJ, e ele começou a reparar que havia algo de errado no ensino de matemática, dada a quantidade de absurdos que ele viu nas provas. Ele reparou que seus conhecimentos talvez não fossem suficientes para ensinar, e dada a oportunidade, ele decidiu entrar no mestrado.
Dadas as suas experiências, o quê você poderia dizer que aprendeu sobre matemática?	Aprendeu que existem duas matemáticas: a matemática do ensino fundamental e médio que contém as ferramentas utilizadas para aprender a matemática do ensino superior, com seus critérios de rigor; e a outra matemática mais rigorosa e formal, mais exigente que encontramos no ensino superior.
E o quê você aprendeu sobre si mesmo?	Em sala de aula sim. Pois ele deu a sorte de trabalhar em colégios onde os alunos exigem do professor (Colégio Naval, Colégio Militar) e isso fez com que ele não estagnasse. Assim ele teve de correr atrás de livros (principalmente sobre matemática pura, mais especificamente geometria). Quanto mais ele estuda, mais ele compreende o quanto falta para se aprender.
Trajetória como aluno	
O quê você poderia dizer sobre o seu aprendizado de matemática, antes, durante e depois da graduação? Houve mudança em sua postura?	No ensino médio ele conseguiu uma boa base de física, química e matemática, inclusive cálculo, que era o necessário para o vestibular na área de exatas. Na UFRJ ele teve ótimos professores, e o que ele aprendeu foi muito importante para trabalhar como professor. Quando ele concluiu a licenciatura, ele não teve a possibilidade, por motivos pessoais, de prosseguir os estudos (ele também não queria fazer um mestrado em matemática pura, ele queria um mestrado nos moldes do mestrado em ensino de matemática). Agora, no mestrado, ele acredita que cresceu muito, e que o mestrado contribuiu inclusive profissionalmente.
Nessas situações, como você aprendeu/estudou matemática?	Ele sempre teve o hábito de estudar lendo por alto o texto para ter uma idéia geral, depois lê novamente entrando em detalhes, marcando os trechos mais importantes, destrinchando as demonstrações etapa por etapa.
Em algum momento desta trajetória você teve o hábito de estudar em grupo?	Na época da graduação ele não costumava estudar em grupo (só num primeiro momento). Agora no mestrado ele têm o hábito de estudar em grupo.
Quais são as situações de maior importância enquanto aluno? E quais são as situações de maior satisfação pessoal?	O mais importante são as discussões em sala de aula sobre os textos estudados, e ele considera isso fundamental para tirar dúvidas sobre os conceitos. A satisfação vem ao ver que todo o grupo está se dedicando e participando, e toda vez que ele descobre, durante um debate ou estudo em grupo, que tinha uma concepção errada sobre algum conceito, seja ele de ensino ou de matemática pura.
Na sua opinião para quê serve o ensino de matemática na universidade?	Ele serve para dar ao licenciando ou ao bacharelando, os fundamentos necessários para que ele exerça com segurança a sua profissão.
Trajetória como professor	
Descreva resumidamente a sua experiência profissional como professor.	Antes de terminar a licenciatura ele já lecionava. Assim que terminou a licenciatura, ele passou no concurso para o Martins e em seguida no concurso do Estado. Dois anos depois passou para o Colégio Militar e no ano seguinte para o Colégio Naval. Cinco anos depois, ele pegou 40 horas no Militar e largou o Naval. Depois trabalhou em outros cursos. No geral, sempre lecionou para o ensino médio e/ou preparatórios para vestibular, IME, ITA, etc. Lecionou um pouco no ensino fundamental no Militar.

Quais são os seus objetivos enquanto professor, dentro e fora de sala de aula?	É fazer com que o aluno se encante com a maravilha da matemática. Que o aluno sinta o mesmo prazer que ele sente ao entender o que há por trás de um determinado conceito, ou a vibração que ele sente ao resolver um problema difícil. Quando algum aluno dele sente isso, ele fica muito satisfeito.
Na sua opinião para quê serve o ensino de matemática (fundamental/médio)?	O ensino fundamental deveria preparar o aluno para as atividades matemáticas do cotidiano. Já no ensino médio, ele deve ser preparado para adentrar no ensino superior ou realizar atividades técnicas.
Ele ajuda a desenvolver o raciocínio lógico? Se sim, você toma isso como objetivo de suas aulas?	Depende da maneira com que ela é ensinada. Se o ensino for baseada em "receita de bolo", então não. Se houver algum padrão de rigor e o aluno souber o que está fazendo, então sim. Ele considera isso fundamental, e tenta aplicar isso nas aulas.
Ele permite aos alunos a modelar as situações do cotidiano? Se sim, você toma isso como objetivo de suas aulas?	Sim, e ele tenta abordar esses temas em sala de aulas.
Você aplicaria uma prova com consulta? Sob quais circunstâncias?	Sim, ele é favorável pois no dia a dia os profissionais têm acesso à literatura. Ele conta que houve uma experiência desse tipo no Colégio Militar, onde houve muita resistência por parte dos professores, e as notas não foram boas (ele não participou diretamente, pois ele só lecionava no terceiro ano, onde a experiência não foi feita)
Quando e como você busca novos conhecimentos matemáticos ou pedagógicos para apoiar a sua prática docente?	Diante de um problema cuja resposta passa por resultado desconhecido, ou quando ele fica curioso sobre determinado assunto. Não costuma buscar conhecimentos pedagógicos.
Quais são as situações de maior importância nesta prática? E quais são as situações de maior satisfação pessoal?	Quando ele encontra ex-alunos que dizem que "valeu a pena". Esse é tanto o momento mais importante quanto o de maior satisfação pessoal.
Trajetória como pesquisador	
Você já trabalhou em algum projeto de pesquisa relacionado à matemática?	Não.
Esse trabalho foi individual ou colaborativo? Você poderia descrevê-la e nos dizer o que você aprendeu ou explicar porque essa experiência não foi benéfica?	-
Este trabalho envolvia alguma atividade de criação de definições ou novos resultados?	-
Quais são as situações de maior importância nesta prática? E de satisfação pessoal?	-
Estrutura da Matemática	
O quê você acredita ser matemática?	A matemática pode ser dividida em duas, a aplicada e a teórica. A aplicada é aquela utilizada por técnicos e engenheiros, onde os porquês não são importantes, e sim os resultados. A teórica é aquela que responde porquê que as coisas acontecem.
Nesta perspectiva, o que significa lecionar? Estudar? Pesquisar?	Ensinar é fazer com que o aluno entenda os conceitos básicos necessários para seguir qualquer carreira. É fazer com que o aluno tenha o amor pelo raciocínio e pela descoberta, e pela gratificação de resolver problemas não-triviais. Estudar é recolher todos os conhecimentos sobre um determinado assunto que te interesse agora, ou seja necessário futuramente. Pesquisa é um estudo onde as conclusões são pessoais, potencialmente inéditas.
Como você sabe que aprendeu algo novo? O que te confere esta certeza?	Ter segurança ao falar sobre esse assunto, sem titubear.
O que é uma definição?	A definição é um conjunto de conceitos que caracteriza um elemento ou idéia. É também uma maneira de comunicar a imagem que se tem sobre uma idéia, e assim a definição pode ou não estar correta.
O que é um teorema?	São afirmações sobre um determinado tema que estão rigorosamente fundamentadas (seja através de axiomas ou de teoremas previamente demonstrados). São as propriedades inerentes àquele conceito.

Para quê serve o teorema?	Serve para dar sustentação à teoria (servindo como fundamentação para ela), e demonstrar outros teoremas. Serve para dar a segurança necessária à teoria, mesmo em situações não intuitivas. Serve para "ter certeza".
De quais maneiras uma definição e um teorema podem se apresentar?	A definição pode se apresentar da maneira escrita rigorosa, mas também pode ser apresentada informalmente por gráficos e explicações intuitivas. Alguns teoremas você consegue explicar informalmente, com gráficos e argumentações, mas como "o bom senso engana a gente", é preciso demonstrar formalmente também.
E demonstração? O que é e para que serve?	Todo raciocínio que utilize argumentos lógicos para garantir a veracidade de uma afirmação.
Uma prova e uma demonstração são a mesma coisa? Qual é a diferença?	Sim.
Como elas podem se apresentar? Em quais circunstâncias?	Pode ser um argumento geométrico intuitivo, um conjunto bem escolhido de exemplos e finalmente a demonstração formal (indiferentemente se o texto for formal ou em prosa)
O que você considera mais importante de se transmitir ao se ensinar um teorema ou resultado?	O raciocínio que você aplica na demonstração/argumentação, e a compreensão do significado do teorema.
Leitura de Demonstrações	
Em quais situações você costuma ler demonstrações escritas? (mesmo que ela não esteja escrita de maneira formal)	Quando está estudando algo novo, ou quando está recordando um conteúdo para lecionar. Nesses casos as demonstrações são formais. Ou então quando ele passa para os alunos um exercício de "demonstre que", e nessa situação os alunos ainda não têm o mesmo senso de rigor a que estamos habituados.
Quais são os critérios adotados para determinar se uma demonstração está correta ou não?	Primeiro, a demonstração deve fazer referência apenas a axiomas e teoremas já demonstrados. Mas isso depende do público alvo e do tipo de rigor desejado. Aqui ele observa que a idéia de demonstração nem sempre é bem compreendida pelos alunos, que às vezes confundem demonstrar por mostrar, e ao invés de argumentar o aluno apresenta uma lista de exemplos onde a proposição se verifica.
Que tipos de artifícios você utiliza para realizar esta verificação?	Verificar se cada etapa da demonstração faz referência à axiomas e teoremas já demonstrados.
Estes critérios mudam de acordo com o contexto? Por exemplo, quando você a lê em um livro, um amigo te apresenta, o professor apresenta em sala, um aluno propõe, etc.	Sim. No caso do livro, o critério depende do público alvo e da finalidade do mesmo. Nas outras situações ele sempre adotará o mesmo critério: sobre o quê as afirmações utilizadas estão fundamentadas?
Acontece de você ler uma demonstração e ela não te convencer? Como você resolve este paradoxo?	Sim. Resolveu conversando com os colegas.
Se sim, geralmente você não é convencido pelo enunciado ou pelo desenvolvimento?	Geralmente é no desenvolvimento, uma passagem que não ficou clara na demonstração.
Que tipos de coisas você já conseguiu identificar em comum entre diversas demonstrações diferentes?	Existem vários tipo de argumentação: por absurdo, por indução, etc. e com experiência você sabe determinar qual caminho seguir. Toda demonstração tem hipótese e tese, e reunindo tudo o que ele sabe sobre as relações entre os elementos contidos na hipótese, ele deve encadear esses elementos e chegar à tese.
Quais são as partes de um teorema/demonstração que você considera mais importantes? Quais você tenta fixar antes de uma prova?	A hipótese e o encadeamento lógico que leva desta à tese. Para estudar antes de uma prova, é importante primeiro "clarear o significado dele", se ele tiver um significado geométrico fica mais fácil enxergar e tirar as conclusões desejadas. Depois compreender os caminhos percorridos pela prova.
Comunidades de Prática	
Existe alguma comunidade matemática com a qual você se identifique? Essa associação é importante para você? De que maneira?	A SBM e o IMPA. A SBM é importante por causa da RPM, e o IMPA por causa dos cursos de reciclagem.
Você costuma participar de congressos ou outros tipos de encontro?	Não, costumava participar dos cursos do IMPA.
Em quais circunstâncias você costuma entrar em contato com a matemática, e quais são suas motivações para tal?	Entra mais em contato com a matemática do ensino médio, e às vezes ele se aprofunda nesses assuntos, a fim de melhorar a sua prática.

Comunidade de Pesquisa	
O que é uma pesquisa científica?	É um apanhado de tudo o que é importante sobre um mesmo assunto, onde você busca diversos autores e tira as suas próprias conclusões. Inclusive, existem diversos aspectos importantes: aspectos históricos, aplicações, consequências, etc.
Que tipos de produções são científicamente válidas?	Quando ela serve de base para outras pesquisas.
Que fatores determinam isso? (válido para as duas perguntas anteriores)	Só o tempo determina o quê é importante.
Qual é a importância deste tipo de trabalho para a sociedade?	Promovendo a mudança do pensamento das outras pessoas.
Quem são os matemáticos? O que vem à sua mente quando você pensa em “um matemático”?	É aquele que está ligado à pesquisa da matemática pura, tenha ela aplicação prática ou não. Criando teorias, axiomas, teoremas, etc.
Quais são os hábitos dos matemáticos?	Ele deve estar sempre trabalhando, participando de congressos, seminários, colóquios, e sempre se atualizando. Pesquisando livros, a internet, periódicos e conversando com os colegas da área.
Quais são as características de um pesquisador em matemática pura bem sucedido?	Ser reconhecido na comunidade, ter livros e artigos em periódicos publicados e reconhecidos pela comunidade.
Você sabe determinar quais resultados serão considerados importantes/interessantes ou serão rejeitados pela comunidade científica?	Não sabe.
Quais critérios são esses? Você compartilha deles?	-
Quem são os pesquisadores em ensino de matemática?	É o pesquisador que busca novos caminhos, novas técnicas para o ensino de matemática, e busca vencer a concepção de que matemática é para poucos, que somos "especiais". Sua pesquisa pode contemplar todos os níveis de ensino.
Quais são os hábitos dos pesquisadores em ensino de matemática?	Não perguntei...
Quais são as características de um pesquisador em ensino de matemática bem sucedido?	São aqueles que têm artigos e livros publicados na área, reconhecidos mundialmente.
Quais os resultados que serão considerados importantes para a comunidade dos pesquisadores em ensino de matemática?	São os resultados que permitem mudar a estrutura do ensino de matemática, seja lá em qual nível. Esses são os critérios pessoais do entrevistado.
Você considera o meio acadêmico competitivo? Isso depende da área de pesquisa? E quais são os parâmetros desta competição?	Sim, independente da área de pesquisa. Competem por vaidade, às vezes até de maneira desleal.
Na sua opinião, os pesquisadores em matemática pura costumam trabalhar individualmente ou em grupos? E os pesquisadores em ensino de matemática? Qual é a sua preferência?	Os pesquisadores em matemática pura costumam trabalhar individualmente, enquanto que os pesquisadores em ensino de matemática costumam trabalhar em grupos, pois precisam mais da comunidade, dos resultados e opiniões dos colegas. Ele prefere trabalhar em grupo.
Você se considera um matemático ou um pesquisador em ensino de matemática? Qual é a sua participação?	Não se considera um matemático, mas se considera um pesquisador em ensino de matemática. Ele está se preparando para propor mudanças curriculares.
Você poderia nos explicar o que você faz quando está pesquisando? Que tipos de decisão você precisa tomar e como é este processo de decisão?	Primeiro ele lê textos de maneira superficial, para determinar se aquilo se aplica à sua pesquisa, marcando as passagens importantes. Depois realiza outra leitura mais minuciosa, anota as partes importantes, faz suas observações pessoais e guarda. Ao final ele junta tudo encadeando logicamente. As escolhas se baseam em escolher o que é importante e o que não é, de maneira pessoal.
Comunidade Docente	
Quais são os objetivos de um professor do ensino fundamental/médio, dentro e fora de sala de aula?	Deveria ser mostrar a beleza da matemática para os alunos, fazendo que eles perdessem o medo dela. Mostrando sua lógica e fazendo eles passarem pela satisfação da descoberta e de se superar problemas/dificuldades.
Existe algum fator externo que pode alterar estes objetivos?	Ele acredita que a importância do vestibular não permite lecionar dessa maneira, que para passar no vestibular é preciso "adestrar"os alunos. Inclusive, vários fatores reforçam isso (os pais, o mercado de trabalho, etc.), já que passar para uma universidade pública é uma prioridade. Assim o vestibular dita as regras do ensino fundamental e médio.

O que eles devem fazer para alcançar estes objetivos?	Para alcançar os objetivos principais (de acordo com a primeira pergunta) é preciso lecionar em uma escola tradicional que sofra pouca influência do vestibular, o que é difícil de encontrar nas escolas particulares e atualmente também nas públicas. Logo a única chance é se houver uma mudança no vestibular. Por outro lado, para conseguir aprovar os alunos no vestibular, nos moldes atuais, o professor precisa adestrar o aluno (muitos exercícios e fórmulas sem explicar porquê).
Você realiza estas tarefas também?	Nas escolas particulares sim (isso é, adestra o aluno), pois a matéria é muito extensa e a carga horária é pequena. No Colégio Militar ele têm maior flexibilidade, por exemplo, para desenvolver 95% da geometria euclidiana à partir dos axiomas e realizando as demonstrações.
Você poderia nos descrever a sua prática como professor, desde a elaboração das aulas até a sala de aula?	Com 30 anos de experiência, ele não precisa elaborar aulas, e já possui apostilas com os exercícios necessários. Ele consegue lembrar onde parou na matéria em cada uma de suas turmas. Às vezes ele busca algum complemento, para incentivar os alunos (problemas motivadores, exercícios novos, etc.)
Quais são as decisões que você precisa tomar e como é este processo de decisão?	Uma vez determinada qual é a "clientela"e quais são os objetivos da mesma (geralmente adentrar o ensino superior), ele vai moldar as aulas para ajudar os alunos a alcançar estes objetivos. Por exemplo, ele observa quais os padrões de exercícios que caem no vestibular de acordo com a instituição e o que é cobrado dentro destes padrões. Agora que o ENEM é utilizado como nota da primeira fase no concurso da UFRJ, os alunos interessados em ciências exatas nesta instituição assistem aulas específicas, assim existe a possibilidade de dar aulas melhores pois este grupo é mais seleto. Em particular ele cita a possibilidade de utilizar/ensinar demonstrações em sala de aula, pois a prova da UFRJ contém questões desse tipo. Ele então seleciona execícios que contemplem esses assuntos.
Qual é a importância social do ensino fundamental/médio?	Formar o cidadão completo, pronto para exercer sua cidadania, apto a tomar decisões pessoais, ter a capacidade de interpretar os fatos noticiados e identificar possíveis manipulações, ter discernimento.
O que é ensinar?	É fazer com que as pessoas tenham uma mudança de postura e atitude, através do contato com novos conhecimentos e situações.
Como é a sua interação com o resto da equipe de matemática das escolas onde você leciona?	A interação é muito boa, tanto no Militar quando no Martins. Nos dois colégios a equipe de matemática gosta de pesquisar, de aprimorar, de crescer. Os professores trocam experiências, problemas/desafios, se ajudam quando um sabe mais de uma matéria do que outro.
Vocês preparam material em conjunto? Vocês levam artigos para serem debatidos? Trocam conhecimentos de alguma forma?	Eles preparam listas de exercícios juntos (cada um prepara exercícios de sua especialidade/preferência e depois todos são debatidos). Eles levam problemas e exercícios importantes para discutir. De maneira geral eles trocam conhecimentos. Essa interação é mais intensa no Militar.
Você costuma trocar experiências profissionais com outros professores?	É muito comum trocar, por exemplo, abordagens que deram certo e resolução de problemas. Não costumam trocar experiências pedagógicas.
Você acredita que, em geral, os professores de outras escolas trabalham da mesma maneira?	Acredita que não.
Você considera as práticas de seus colegas estagnadas? Que evetos “oxigenam” estas práticas?	Alguns do Martins, e talvez alguns do ensino fundamental do Militar, mas a grande maioria está "correndo atrás". A oxigenação, na maior parte das vezes, vem da iniciativa individual de cada professor. No Militar existia uma revista anual que era uma compilação de artigos de diversos professores, e durante o recesso do meio do ano, existia uma espécie de seminário onde cada professor de cada área apresentava um assunto para os demais professores.
Na escola, como você determina se um professor é bom ou não?	É difícil avaliar, mas geralmente se avalia a capacidade de resolver problemas difíceis.
Existe muita competição (implícita ou explícita) entre os professores das escolas onde você trabalha? Eles competem sobre o que?	Nas escolas onde ele trabalha não, mas ele sabe que principalmente nas escolas particulares a competição é muito intensa. (por exemplo, colocar professores novatos para resolver uma lista de exercícios de olimpíada em sala de aula, sem avisar antes). Competiam por vaidade, para mostra quem é "o gostoso".

Você sabe determinar quais resultados serão considerados importantes/interessantes ou serão rejeitados pelos seus colegas de profissão?	Resultados relacionados aos assuntos que ele gosta, ou que ele precisa lecionar. Por exemplo, ele gosta muito dos artigos de geometria da RPM (por gosto pessoal), e também gosta de outros artigos que mostram maneiras alternativas de apresentar tópicos tradicionais (como resolução de equações do segundo grau).
Quais critérios são esses? Você compartilha deles?	Sim, ele compartilha desses critérios.
Comunidade Discente	
Quais são as suas expectativas em relação a este mestrado?	Ele esperava que o curso aprimorasse sua prática docente. Ele diz que evoluiu muito desde que entrou no mestrado. Ele se surpreendeu com as coisas que aprendeu na parte pedagógica, mas gostou muito das matérias de matemática.
Qual é o papel social deste curso?	Ampliar a visão do professor, de maneira a permitir que o professor transforme a sociedade.
Você considera que o seu papel neste curso é o de um pesquisador?	Na parte final, sim. Durante o curso ele precisou ler muito.
Como você determina se um aluno do mestrado é um bom aluno ou não? Quais práticas são louváveis/reprováveis?	Ele vê como louváveis a dedicação, a participação em sala, a busca por informações pertinentes, a integração com os outros alunos, independente das notas em prova.
Como é a sua rotina de estudante? Quais decisões você precisa tomar no dia a dia e como você decide?	Primeiro, ele traduz os textos que os professores indicam. Depois lê o texto marcando as partes mais importantes, e depois debate o texto com os colegas.
Como você estuda um tópico de matemática pura? E um tópico de ensino?	Em um tópico de matemática pura, é preciso ler os textos/teoremas analisando cada passagem, tentando determinar se ela é verdadeira, seja tentando justificá-la, demonstrá-la, ou procurando em outro livro.
Você costuma estudar com seus colegas? Seus colegas costumam estudar em grupos?	Sim, costuma. Os colegas também.
Você costuma trocar experiências profissionais com seus colegas?	Sim, de maneira bilateral.
Você costuma compartilhar coisas interessantes que você aprendeu com seus colegas? E oportunidades como congressos, empregos, etc.?	Sim, tanto os colegas de profissão quanto os de mestrado. Troca artigos, idéias, oportunidades de concursos/emprego, etc. Não costuma ir a congressos.
Seus colegas têm a mesma postura?	Os colegas do mestrado em geral sim. Alguns colegas de profissão também, mas uns poucos têm medo da concorrência.
O que é aprender? O que constitui o aprendizado?	Aprender é mudar o seu comportamento através da aquisição de conhecimento. O aprendizado é constituído por clareza sobre o assunto, é ter uma visão completa dele e absorver grande parte do seu conteúdo.
Qual é o objetivo de um professor do ensino superior? O que você espera dos seus professores?	Depende da área de atuação dele. Se for na área de formação de professores (seja licenciatura ou mestrado em ensino), o professor deve preparar o licenciando para adentrar o mercado de trabalho sem dúvidas sobre aquilo que ele vai ensinar, com segurança. No ambito geral, o professor universitário deve conferir ao aluno uma formação avançada que permita a ele tomar decisões em sua área de atuação, sem precisar consultar terceiros o tempo todo, ser independente. Ele espera que seus professores o ajudem a aprimorar e a avançar os seus conhecimentos, a incentivá-lo a pesquisar (e instruí-lo em como fazê-lo), ajudá-lo a distinguir o que é importante e o que não é. Ele considera que todos os seus professores até agora alcançaram esses objetivos.
Como você determina se um professor universitário é bom ou não?	Quando você consegue entender a aula dele. Quando você consegue compreender a essência da matéria apresentada.
Você sabe determinar quais resultados serão considerados importantes/interessantes ou serão rejeitados pelos seus colegas de classe?	Isso é muito individual, depende dos gostos dos alunos.
Quais critérios são esses? Você compartilha deles?	-

Existe muita competição entre os próprios alunos? No que eles competem?	Não reparou isso aqui no curso do mestrado, em geral os alunos se ajudam muito. Nos colégios é diferente, por exemplo, o Colégio Naval é muito competitivo por causa do plano de carreira. Toda sua carreira é determinada por suas notas desde o ensino médio, mas os alunos não se hostilizavam, eles estudavam muito e competiam por notas. Em contraste, a grande maioria dos vestibulandos não é competitiva, nem no Colégio Militar, onde inclusive eles trocam apostilas, livros, etc.
Texto em Prosa	
Quais são as suas primeiras impressões sobre o texto?	Bacana, bem estruturado, sequência didática e lógica perfeita.
Qual é, em sua opinião, o objetivo do texto?	Falar sobre as séries de potências e as condições para sua convergência, e a aplicação delas para o cálculo as funções transcendentes
Qual título você daria a ele?	"Funções transcendentais e suas séries de potências"
Quais são as idéias mais importantes do texto?	Compacto, sup, conjunto, conjunto limitado, convergência, convergência uniforme, teste da raiz, sequências de Cauchy
O que você acha sobre a forma como o texto foi escrito?	Bacana, não é cansativo, foge do normal (definição-teorema-demonstração), não parece matemática.
Quais pontos você acha que ficaram mal explicados?	Deveria ter explicitado a convergência uniforme ao longo do texto (citou pg. 4, "nessas condições s_n converge se e somente se...")
Quais as principais dúvidas que você teve ao ler o texto?	Dúvidas sobre ponto de aderência, dúvidas sobre o desenvolvimento da demonstração do teorema alvo em si
Quais os conceitos matemáticos apresentados que você não conhecia?	Conhecia todos os conceitos, mas não lembrava detalhes de alguns (por exemplo, ponto de aderência)
Quais partes do texto você reescreveria?	Não reescreveria parte alguma do texto
Sobre o Seminário	
Como foi o processo de preparo do seminário?	Primeiro eles estudaram separadamente a convergência das Séries de Taylor, e iam trocando e-mails com coisas interessantes que encontravam em livros ou na internet. Depois eles se encontraram para fazer o fechamento do seminário, baseados num esboço feito pelo Élcio. Faltava formalizar, estruturar o seminário, definir quem ia apresentar o quê.
Quais foram as suas principais preocupações?	Determinar qual era exatamente o objetivo do seminário, as fontes adequadas, o nível de rigor adequado, se era no R ou no R^n.
Como vocês delimitaram o conteúdo apresentado?	Dado que o objetivo era demonstrar a convergência das Séries de Taylor, eles partiram do teorema que define a série em si, e buscaram os resultados (lemas e teoremas) entre um e outro. Destes eles selecionaram os mais importantes, para caber no tempo disponível, até porque "um seminário não é uma aula [...] você está pressupondo [...] que a clientela já viu cálculo, já está embasada, a gente só vai demonstrar aquilo que é essencial."
Qual parte do conteúdo era mais importante, na sua opinião?	A parte final que prova a convergência em si (a segunda parte do seminário), que eles ainda têm muita dúvida. Afinal, o objetivo era provar esse resultado.
Sobre a Formalização	
Como foi o processo de preparo da formalização?	Eles liam o texto em prosa e delimitavam o que era proposição, e qual era a respectiva demonstração, depois reescreviam o trecho. O Élcio fez as primeiras formalizações e enviava por e-mail para o Carlos criticar. Esse, por sua vez, enviava ao Élcio as informações novas que ele encontrava nos livros e na internet.
Quais foram as suas principais preocupações durante a formalização?	Se o texto produzido estava dentro da "literatura formal da matemática, da estrutura formal da matemática", isso é, tanto utilizando os termos habituais, quanto organizando as idéias da maneira tradicional.
Quais foram as principais di?culdades em formalizar o conteúdo?	Não achou difícil, o seminário foi mais trabalhoso pois era preciso pesquisar. Na formalização era só mudar o linguajar, o conteúdo já estava lá, não era preciso adicionar nada.
Quais são as partes mais importantes da teoria apresentada?	As condições necessárias para garantir que a série de potências convirja para a função original que ela representa.
Quais os assuntos que você teve mais vontade ou necessidade em des?ar? Porquê?	A definição formal de sequência de funções (por um motivo didático), por exemplo.

Qual foi o critério adotado para “parar de escrever”?	Nesse aspecto, a maior dúvida foi se eles deveriam incluir as partes inicial e final, que continham motivações e exemplos. Eles acabaram incluindo tudo. No mais, eles consideraram que os mesmos pré-requisitos do seminário se aplicavam (isso é, o texto formalizado tinha como público alvo alunos que já cursaram Análise Real).
Você conseguiria comparar o papel das demonstrações no texto em prosa e no texto formalizado?	No texto formalizado, é possível identificar imediatamente o que é um teorema e sua demonstração. No texto em prosa o teorema está disfarçado. Além disso, no texto formalizado, as afirmações são justificadas utilizando-se resultados anteriores, enquanto que no texto em prosa as afirmações são seguidas por suas justificativas. Então no texto em prosa o leitor precisa fazer essa ponte.
Qual é a utilidade de cada um desses textos?	O texto em prosa é mais adequado para uma apresentação sobre matemática, mas para o público geral que não está acostumado à estrutura matemática (mesmo que você use um linguajar matemático). Já o texto formalizado é mais adequado para quem está se direcionando às ciências exatas, principalmente para matemática superior, seja qual nível for.
Relações entre os dois	
Durante ou depois do trabalho de formalização, você teve vontade de alterar alguma coisa no seminário que você apresentou?	Não.
Houve muita interseção entre o trabalho realizado no preparo do seminário e da formalização?	Não, totalmente distinto. Até na maneira de trabalhar, pois no seminário foi preciso pesquisar, enquanto que na formalização, não.
Quais são as principais diferenças entre estes dois trabalhos?	O preparo do seminário exigia uma pesquisa de diversas fontes. A segunda só envolvia mudar o linguajar.
Sobre a Pesquisa	
Quais foram as suas fontes de informações?	Baixou muitos livros de cálculo e análise na internet, e procurava no índice remissivo. Pesquisou alguns livros de cálculo e análise de cursos que ele havia cursado anteriormente. O Carlos fez a mesma coisa. Além disso, o Carlos conversou com professores universitários.
Como foi a sua interação com o seu colega de grupo?	Ótima, até porque eles já se conheciam. Se a idéia do trabalho era fomentar o estudo em grupo, então o trabalho foi bem sucedido, pois eles aprenderam muito estudando juntos.
O quê você viu de positivo neste trabalho em grupo? E de negativo?	Muitas vezes você tem uma idéia errada sobre o assunto, e o seu colega, tendo um outro ponto de vista, pode te ajudar a enxergar falhas no teu argumento que você não percebeu. De negativo, ele não viu nada.
Quais foram os momentos mais frustrantes desse trabalho? E os mais satisfatórios?	De frustrante foi o fato deles não terem se convencido da parte final do teorema que eles apresentaram no seminário (que as séries de Taylor efetivamente convergem). De satisfação, foi aprender coisas novas, principalmente numa área que ele não conhecia bem.
Você acha que a participação neste trabalho colaborou para o seu crescimento pessoal de alguma maneira?	Sim. Primeiro por ter aprendido novos conteúdos matemáticos, e segundo por ele ter descoberto uma nova maneira de estudar, que ele não estava acostumado.
Você considera importante que um professor do ensino fundamental/médio saiba realizar essas tarefas? E um professor universitário? (por tarefas, leia-se, preparar seminários, textos em prosa e formalizações)	Sim, é importante que o professor saiba fazer um seminário e uma formalização.

Participante C	
Categoria / Pergunta	**Resposta Resumida**
Background	
Perguntar primeiro nome e idade (catalogação apenas, pesquisa anônima).	38 anos.
Conte-nos, resumidamente, suas motivações para estudar matemática e sua trajetória acadêmica.	Foi motivado por um professor de geometria do pré-vestibular, que tinha uma "didática ótima", ele queria ser como o professor e "encantar os alunos". Fez vestibular para Informática na UERJ, mas passou para Matemática. Fez o curso (sofrido) e durante este participou de projetos de pesquisa em ensino. Ao terminar, começou a lecionar em colégios particular, depois no Estado, no Município do Rio, e finalmente passou para o CEFET-RJ com dedicação exclusiva, onde está até hoje. Fez curso de especialização na UFRJ, depois entrou como ouvinte no Mestrado em Ensino da UFRJ, e agora está matriculado.
Dadas as suas experiências, o quê você poderia dizer que aprendeu sobre matemática?	Ele sempre aprendeu matemática ensinando, e conversando com os colegas de profissão. Sobre o que é matemática em si, ele ainda está aprendendo, não é um conceito fechado. Ele ainda se questiona muito sobre como melhorar o ensino, e o porquê que todas as pessoas precisam aprender matemática. Ele acha que todos devem aprender a matemática básica, mas que o estudo deveria ser opcional à partir do ensino médio. Mesmo assim ele acredita na importância da matemática na vida em sociedade.
E o quê você aprendeu sobre si mesmo?	Ele não consegue separar a matemática do ensino de matemática, pois o ensino trouxe muita coisa para ele, no lado pessoal. Há também muita satisfação em compreender que na matemática existe o prazer em saber algo novo, saber algo que não era sabido antes, principalmente dadas certas frustrações que ele teve ao não entender coisas no ensino médio e na graduação. Essa possibilidade de você sentar e estudar algo e aprender sozinho, isso adiciona muito à você.
Trajetória como aluno	
O quê você poderia dizer sobre o seu aprendizado de matemática, antes, durante e depois da graduação? Houve mudança em sua postura?	No ensino fundamental, ele estava preocupado em aplicar a formula correta para obter o resultado, e era um aluno fraco de acordo com as avaliações. Já no ensino médio, ouve uma revolução, e ele se tornou um dos melhores alunos (ele fez técnico em Informática, e a parte de programação incentivava ele a estudar matemática também). Já na universidade, ele ficou meio desmotivado e passou a não gostar muito de matemática, ele voltou a se achar um aluno fraco. Ele continuou por pressões externas, e ao terminar até cogitou largar a matemática. Entretanto, ao lecionar ele voltou a ter gosto pela matemática, ele tomou gosto pela sensação de levar alguém a aprender, e ele achava que levava jeito para o magistério. (ele comenta que acha engraçado a universidade não despertar isso nele) Depois foi fazendo cursos (IMPA, CEDERJ, outros) e tomando gosto pela coisa.
Nessas situações, como você aprendeu/estudou matemática?	Hoje em dia ele estuda de uma maneira muito diferente daquela durante a graduação, com um olhar diferente. Ele geralmente começa os estudos com um problema de matemática, ou com a necessidade de ensinar um tópico novo (de onde ele tira problemas para iniciar o estudo). Então ele determina quais são os principais teoremas da matéria e como eles são usados. Determina quais são as principais definições e teoremas e aplica nas questões para resolvê-las. Antes do mestrado, ele não tinha muita paciência para ler a teoria, ele queria partir logo para a prática. Segundo ele, um ponto de corte na vida dele (nesse sentido) foi o curso de geometria do mestrado, que ele fez duas vezes (com o Osvaldo e com o Gerard), onde ele viu que às vezes nossa intuição ou nossas preconcepções não estão corretas, e que é preciso ler com calma a teoria.

Em algum momento desta trajetória você teve o hábito de estudar em grupo?	Ele gosta de estudar em grupo, mas ele não tinha paciência para isso. À partir da especialização ele começou a estudar mais em grupo, e esse curso de geometria mostrou para ele a importância do debate, de se confrontar diversos pontos de vista. (situações como "Eu não concordo com isso. Prova pra mim.") Ele acha que estudar em grupo é uma ótima forma de aprender que funciona para ele. Não se adapta a todas as disciplinas, por exemplo, ele acha que em Análise não seria tão bom, enquanto que em textos de educação matemática é ótimo. Questionado porque que em geometria funciona bem, mas em análise não (apesar de ambas serem matemática pura), ele acha que isso se deve ao fato da geometria ser mais "física"e te permite "enxergar coisas". Em análise, por outro lado, acontece dele não entender diversas passagens no meio de uma demonstração, mas achar que entendeu uma parte no final, ou seja, ficam buracos na demonstração e a desconfiança de que mesmo a parte que ele entendeu, ele entendeu errado.
Quais são as situações de maior importância enquanto aluno? E quais são as situações de maior satisfação pessoal?	É quando se debate conceitos. Não adianta teoremas e demonstrações sem que haja o debate sobre o conceito. A maior satisfação vem quando ele consegue demonstrar ou entender coisas. É um prazer de partir de algo que você não entendia e em poucos minutos você "pegou a ideia, parece uma renovação".
Na sua opinião para quê serve o ensino de matemática na universidade?	A matemática pura serve tanto para "ter uma aplicabilidade", serve para "ter prazer", serve para o desenvolvimento de habilidades humanas, que é a importância da matemática na escola.
Trajetória como professor	
Descreva resumidamente a sua experiência profissional como professor.	Na universidade fez um projeto de iniciação científica analisando os cursos de licenciatura da UERJ (qual era o perfil dos alunos, a taxa de abandono, etc.). Fez parte do projeto Servir do CEFET, que trabalhava a matemática de forma lúdica com alunos de comunidades carentes. Depois lecionou desenho geométrico em escolas particulares (Santa Mônica, outros). Lecionou no Estado (ensino médio), no Município do Rio (fundamental), e hoje em dia trabalha no CEFET (ensino médio). Antes do CEFET era bem dividido entre ensino fundamental e médio.
Quais são os seus objetivos enquanto professor, dentro e fora de sala de aula?	Ele sempre se questiona sobre isso. Ele se pergunta quais tipos de projetos ele poderia fazer com seus alunos do CEFET (que é uma escola técnica) a fim de mostrar para eles como que a matemática pode ser uma ótima ferramenta no curso deles. Ou então tentar desenvolver uma visão mais formal da matemática. De modo geral, permitir que os alunos entendam que a matemática tem um valor educacional e para a sociedade também. Por outro lado, ele acha que a matemática é algo tão intrínseco ao ensino, que ele não consegue discernir seus objetivos como professor fora de sala de aula.
Na sua opinião para quê serve o ensino de matemática (fundamental/médio)?	Ele acredita que o ensino de matemática tem um papel pessoal e profissional na vida dos alunos, e que o ensino fundamental/médio precisa prover a base para os dois. A matemática é uma ferramenta indispensável para se compreender questões de economia, engenharia, etc. e permite se obter um senso crítico sobre outros aspectos (por exemplo, financeiro). Sem contar que a matemática possui um aspecto lúdico, de desenvolver o pensamento, a lógica e a filosofia. Matemática não é só fazer conta, é também argumentar, discutir, debater, questionar.
Ele ajuda a desenvolver o raciocínio lógico? Se sim, você toma isso como objetivo de suas aulas?	Não desenvolve totalmente, não cumpre este papel a contento. E sim, ele toma isso como um objetivo de sua aula.
Ele permite aos alunos a modelar as situações do cotidiano? Se sim, você toma isso como objetivo de suas aulas?	Algumas situações sim. Ele acredita que todas as situações sejam, mas que até por limitação dele mesmo, ele não consiga vislumbrar como. De modo geral também depende do público alvo.
Você aplicaria uma prova com consulta? Sob quais circunstâncias?	Sim, já aplicou prova com consulta. É preciso que o professor tenha desenvolvido o material de consulta durante as aulas, mas o aluno também pode trazer outras fontes de consulta (apesar dele não ficar muito feliz com essa possibilidade). Ele não se importa do aluno ter anotado tudo o que foi escrito no quadro-negro, pois é fácil elaborar uma questão que fuja dos modelos apresentados e faça o aluno pensar mais. Prova com consulta não é uma prática comum, faz só de vez em quando.

Quando e como você busca novos conhecimentos matemáticos ou pedagógicos para apoiar a sua prática docente?	Quando ele precisa dar uma aula sobre um aluno que não conhece direito, ou acha que não está em condições. Ele não busca esses aspectos pedagógicos, ele vai pensando nisso ao mesmo tempo que estuda a matéria. Os conteúdos matemáticos ele busca nos livros que ele já tem, nos livros "clássicos", e depois nos livros mais "modernos", para então definir como será a abordagem.
Quais são as situações de maior importância nesta prática?	O importante não são as situações, é preciso ter gosto e empenho no que você está fazendo, senão você está enganando os alunos. No mais é preciso ter um bom material didático e um bom relacionamento com os alunos.
Como é que você determina quando uma nova prática foi bem sucedida? Ou algo novo que você aprendeu irá influenciar a sua prática?	Isso é muito variado, pois às vezes você encontra num livro uma demonstração que você leva para a sala de aula e os alunos entendem. Outras vezes você propõe uma dinâmica e dá certo. Mas isso depende de muitos fatores. Geralmente se lembra das coisas que não deram certo.
E quais são as situações de maior satisfação pessoal?	Quando ele consegue, honestamente, passar um determinado conteúdo da maneira que ele gostaria de passar, ao mesmo tempo de forma que os alunos consigam entender a matéria, e finalmente a avaliação refletir isso.
Trajetória como pesquisador	
Você já trabalhou em algum projeto de pesquisa relacionado à matemática?	Não (matemática pura).
Esse trabalho foi individual ou colaborativo? Você poderia descrevê-la e nos dizer o que você aprendeu ou explicar porque essa experiência não foi benéfica?	-
Este trabalho envolvia alguma atividade de criação de definições ou novos resultados?	-
Quais são as situações de maior importância nesta prática? E de satisfação pessoal?	-
Estrutura da Matemática	
O quê você acredita ser matemática?	Uma forma de pensar, uma construção do homem, uma ferramenta para resolver problemas. Matemática pura é o conjunto dos conceitos criados pelo homem que obedecem à esta estrutura lógica. Sobre esses conceitos são gerados definições e teoremas. Matemática tem a ver com o físico, a forma, com as medidas.
Nesta perspectiva, o que significa lecionar? Estudar? Pesquisar?	
A pergunta acima foi alterada para "O que significa ensinar matemática?", dado que o Marcelo deu umas 4 perspectivas para o que é matemática.	Ensinar matemática tem um viés do mercado de trabalho, um viés da formação do pensamento, permitir que o aluno entenda o mundo moderno (o porquê das coisas). Estudar matemática é descoberta, é prazer, inclusive de poder levar isso a outras pessoas, e estas pessoas terem o mesmo prazer em aprender. Pesquisar é encontrar respostas a questões em aberto sobre um tema (que você mesmo pode formular). É também formular estas questões.
Existe alguma semelhança entre ensinar e estudar?	A rigor, são ações diferentes. Mas, antes de se ensinar, é preciso aprender. E mesmo ensinando, você aprende. São coisas diferentes com pontos convergentes, coisas que às vezes se confundem.
Como você sabe que aprendeu algo novo? O que te confere esta certeza?	Quando um aluno faz uma pergunta pertinente a algum tópico que você conhece, mas você não sabe a resposta. Só dele não saber a resposta já indica pra ele que há algo novo a ser aprendido, e portanto ele aprendeu algo novo. E também há o momento click.

O que são definição e teorema? Para que eles servem?	Definição é quando você fala sobre a natureza e sobre as propriedades daquilo que você quer definir. Você pode explicitar ambos, ou somente a natureza e deixar as propriedades implícitas. A definição serve para atribuir significados, para especificar algo que você quer investigar ou poder referenciar mais tarde. O teorema é uma afirmação com hipótese e tese, e uma série de argumentos lógicos (matemáticos ou não) que levam da hipótese à tese. O teorema serve para mostrar logicamente resultados importantes sobre um determinado assunto, com definições pré-estabelecidas. Serve para desenvolver o assunto. A serventia do teorema é interna à sua teoria. Os teoremas são embasados nas definições, e por sua vez embasam teoremas futuros. Um conjunto de teoremas fecham uma teoria.
E demonstração? O que é e para que serve?	Serve para se conferir uma credibilidade a algum enunciado. É um aspecto do rigor lógico. A demonstração serve para convencer uma comunidade sobre um determinado teorema.
Uma prova e uma demonstração são a mesma coisa? Qual é a diferença?	A demonstração necessita de um encadeamento lógico/matemático usando as definições e os conceitos anteriores. A prova é a mesma coisa. Ops... Prova é diferente de demonstração porque eu provo que o valor de determinado limite é tal, mas uma demonstração tem uma redação diferente e serve para explicitar o resultado à comunidade.
De quais maneiras uma definição, um teorema, uma prova e uma demonstração podem se apresentar?	Existem várias maneiras que você pode utilizar para convencer um aluno de que um determinado objeto efetivamente tem aquela definição, por exemplo, utilizando material concreto, com argumentos intuitivos, com uma demonstração rigorosa, um gráfico, etc. Uma definição formal pode se apoiar em diversas coisas, mas ela não É essas coisas. Já um teorema é escrito na linguagem corrente, mas também poderia ser representado por um desenho... Uma demonstração precisa obedecer a um rigor matemático, pode ser auxiliado por outras ferramentas como desenhos... A prova já é mais flexível, pode ser só um desenho ou gráfico.
O que você considera mais importante de se transmitir ao se ensinar um teorema ou resultado?	Tudo é importante, tanto o enunciado quanto a demonstração em si (os passos).
Leitura de Demonstrações	
Em quais situações você costuma ler demonstrações escritas? (mesmo que ela não esteja escrita de maneira formal)	Durante os estudos (para provas, concursos, para se preparar para dar aulas), mas não precisa nas aulas em si. Geralmente as demonstrações que ele lê são sobre coisas que ele precisa se convencer, é para ele mesmo. Ele raramente passa questões de demonstração para seus alunos (quase nunca). Começou a ver mais demonstrações no curso de análise (acho que seja da graduação).
Quais são os critérios adotados para determinar se uma demonstração está correta ou não?	Ela precisa convencê-lo em todos os passos. Ela precisa estar bem fundamentada em conceitos anteriores, já conhecidos. Se a demonstração se utilizar de resultados que ele não conhece, ele não fica convencido.
Que tipos de artifícios você utiliza para realizar esta verificação?	Gosta de fazer testes e exemplos, para verificar se é verdade.
Estes critérios mudam de acordo com o contexto? Por exemplo, quando você a lê em um livro, um amigo te apresenta, o professor apresenta em sala, um aluno propõe, etc.	Pode mudar, por exemplo, a verificação de demonstrações em geometria se apoia muito mais na intuição do que as demonstrações em análise. Quando um amigo apresenta um argumento, ele tenta entender a estrutura do que está sendo apresentado, e contra argumentar em cima disso. Como aluno ele não se sente muito à vontade de questionar o professor, ele geralmente anota suas dúvidas e questionamentos para depois investigar.
Acontece de você ler uma demonstração e ela não te convencer? Como você resolve este paradoxo?	Sim, várias vezes. Resolve com paciência, às vezes ele só será convencido dias depois. Precisa ler e reler várias vezes. Ele tenta se forçar a acreditar, e raramente questiona se aquilo é verdade ou não.
Se sim, geralmente você não é convencido pelo enunciado ou pelo desenvolvimento?	Um é consequência do outro, ele pode até acreditar intuitivamente sobre o enunciado, mas o mais importante é a demonstração em si.

Que tipos de coisas você já conseguiu identificar em comum entre diversas demonstrações diferentes?	As demonstrações rigorosas têm basicamente a mesma estrutura. Partem dos resultados anteriores, têm o mesmo jeito de escrever, têm cálculos aparentemente fora de contexto que serão utilizados mais à frente. Mas, às vezes, as demonstrações começam com figuras e gráficos, e depois têm o texto da maneira tradicional.
Quais são as partes de um teorema/demonstração que você considera mais importantes? Quais você tenta fixar antes de uma prova?	A parte mais importante é a fundamentação de cada passo. No caso de exames, ele precisa entender todos os termos utilizados no enunciado, depois entender o enunciado em si (mesmo que ele não esteja convencido).
Comunidades de Prática	
Existe alguma comunidade matemática com a qual você se identifique? Essa associação é importante para você? De que maneira?	Com a SBM (é sócio, lê a revista, etc.). Essa associação é importante do ponto de vista profissional.
Você costuma participar de congressos ou outros tipos de encontro?	Sim, de congressos e encontros. Por exemplo o HTEM2008 e o EEMAT.
Em quais circunstâncias você costuma entrar em contato com a matemática, e quais são suas motivações para tal?	No exercício da profissão, nos livros didáticos, na RPM. A motivação é o aperfeiçoamento das aulas.
Comunidade de Pesquisa	
O que é uma pesquisa científica?	É uma investigação referendada por uma comunidade científica, que delineia as metodologias aceitas.
Que tipos de produções são cientificamente válidas?	São aquelas que obedecem às regras colocadas pela comunidade científica.
Que fatores determinam isso? (válido para as duas perguntas anteriores)	Um pesquisador entra em contato com isso através dos trabalhos já publicados, e com os outros pesquisadores da área. Esse contato irá induzi-lo às metodologias vigentes e ao conteúdo atualizado.
Qual é a importância deste tipo de trabalho para a sociedade?	Nem sempre uma pesquisa tem um uso prático imediato à sociedade, por isso que o governo precisa financiá-la Essa pesquisa pode ser fundamental para desenvolvimentos futuros com maior aplicabilidade na sociedade, logo ela é tão importante quanto as seguintes. Esse acúmulo de informações é importante pois permite responder questões internas e externas à esta área de pesquisa.
Quem são os matemáticos? O que vem à sua mente quando você pensa em "um matemático"?	A pessoa que fez bacharelado em matemática e prossegue seus estudos em matemática pura ou aplicada.
Quais são os hábitos dos matemáticos?	A prática dele deve ser ligada a pesquisas em empresas ou pesquisas acadêmicas, utilizando seus conhecimentos para resolver problemas em áreas específicas, como economia, etc.
Quais são as características de um pesquisador em matemática pura bem sucedido?	É aquele que tem muitas publicações, encabeça projetos de pesquisa, participa de congressos, uma pessoa pró-ativa na área. Fora do mundo acadêmico, os matemáticos conhecidos são aqueles que conseguem ser bem sucedidos financeiramente.
Você sabe determinar quais resultados serão considerados importantes/interessantes ou serão rejeitados pela comunidade científica?	Não sei.
Quais critérios são esses? Você compartilha deles?	-
Quem são os pesquisadores em ensino de matemática?	Uma pessoa que compartilha, junto à comunidade, trabalhos voltados à área de educação matemática. É um bom professor (essencial), tem publicações na área, e que coloca a educação matemática em evidência em seus trabalhos e aulas. Abre cursos e é pró-ativo na área.
Quais são os hábitos dos pesquisadores em ensino de matemática?	Sempre pesquisar e buscar respostas às questões que surgem na área, e ser um incentivador dos alunos.
Quais são as características de um pesquisador em ensino de matemática bem sucedido?	É aquele que é um bom professor, que escuta os alunos e os colegas, tem uma postura de diálogo, é alguém que publica, que expõe em congressos e faz uma disseminação democrática do seu trabalho. Ele acha ridículas essas publicações onlines pagas.

Quais os resultados que serão considerados importantes para a comunidade dos pesquisadores em ensino de matemática?	São aquele que fazem com que os professores reflitam sobre sua prática. Ele nunca viu um resultado em educação matemática que fosse inútil do ponto de vista dele, ele acha que já chegou a um ponto em que consegue atribuir uma importância a um trabalho nessa área, ao contrário dos resultados em matemática pura. Esses são os critérios dele.
Você considera o meio acadêmico competitivo? Isso depende da área de pesquisa? E quais são os parâmetros desta competição?	Ele acredita que deve ser competitivo no sentido de os seres humanos são competitivos por natureza, dado os sentimentos de orgulho, soberba, etc. Enquanto que outros competem por recursos em projetos e reconhecimento. Isso em todas as áreas.
Na sua opinião, os pesquisadores em matemática pura costumam trabalhar individualmente ou em grupos? E os pesquisadores em ensino de matemática? Qual é a sua preferência?	Os de matemática pura trabalham em grupo, mas na maior parte do tempo trabalham individualmente. Já os pesquisadores em ensino de matemática trabalham a maior parte do tempo em grupo. O trabalho do ensino de matemática visa mais as pessoas e a utilidade prática dos conhecimentos pesquisados, o que não acontece na pesquisa em matemática pura. Por isso é durante o trabalho em ensino é mais importante você ter outra pessoa como referencial. Ele gosta igualmente das duas possibilidades, tem momentos para trabalhar sozinho e momentos para trabalhar em grupo. O início geralmente é um estudo solitário.
Você se considera um matemático ou um pesquisador em ensino de matemática? Qual é a sua participação?	Sim, ele se considera um matemático, mas não se considera um pesquisador em matemática pura, e sim em ensino de matemática. Sua participação enquanto matemático está restrita à área do ensino, onde mesmo assim sua participação é pouca (só publicou a monografia de graduação)
Você poderia nos explicar o que você faz quando está pesquisando? Que tipos de decisão você precisa tomar e como é este processo de decisão?	Ele fica imaginando questões. É um momento de leitura, de "detecção de realidade", onde ele tenta fazer paralelos entre o que ele está pensando e a realidade. Como decisões ele precisa decidir se os questionamentos que ele elabora durante a pesquisa são pertinentes e se merecem um aprofundamento. Sobre isso ele não decide sozinho, geralmente com a ajuda de amigos de trabalho e da faculdade.
Comunidade Docente	
Quais são os objetivos de um professor do ensino fundamental/médio, dentro e fora de sala de aula?	O professor do ensino fundamental precisa ter muita paciência para elaborar trabalhos onde eles irão explorar uma matemática mais lúdica, menos formal. No ensino médio o professor precisa buscar um trabalho cada vez mais formal (se houver uma boa base do ensino fundamental) sem perder o lado intuitivo.
Existe algum fator externo que pode alterar estes objetivos?	Falta de infraestrutura, falta de motivação da equipe de professores, falta de motivação dos alunos.
O que eles devem fazer para alcançar estes objetivos?	O professor precisa sempre estar se aperfeiçoando, buscando cursos, extensões, pós-graduações, etc. E ter a motivação de experimentar e mudar a prática. Diante dos fatores externos que podem alterar sua prática, o Marcelo não sabe o que o professor deve fazer para mesmo assim alcançar seus objetivos.
Você realiza estas tarefas também?	Sim, apesar achar que nem sempre é muito efetivo, mas está sempre caminhando.
Você poderia nos descrever a sua prática como professor, desde a elaboração das aulas até a sala de aula?	Ele não faz um planejamento anual, pois é difícil determinar exatamente o que será possível lecionar, e geralmente tem matéria planejada que fica de fora. Assim ele prioriza os conteúdos de acordo com o que ele acha que será mais importante para os alunos. Dado o tema, ele determina o que é mais importante daquela matéria, busca esse assunto nos livros didáticos (principalmente o oficial do colégio), busca os exercícios, pesquisa outras fontes como a RPM e outras publicações. Então ele junta tudo na cabeça dele e escreve sobre o assunto, de uma maneira que ele acha que os alunos entenderiam.
Quais são as decisões que você precisa tomar e como é este processo de decisão?	Por exemplo, como você determina quais são os tópicos importantes? Ele olha se aquela matéria é pré-requisito para as séries seguintes, ou então tenta cobrir alguma omissão das séries anteriores (se eles nunca tiveram geometria, tentar puxar os argumentos nessa direção). Para priorizar os tópicos, ele tenta falar um pouco de tudo.
Qual é a importância social do ensino fundamental/médio?	A importância do ensino fundamental é que é nesse ponto onde ele começa a ter um conhecimento mais amplo do que foi produzido de conhecimento, e quais as direções que os estudos dele podem tomar. E ele também precisa se tornar um cidadão mais crítico, entender a sua história. No ensino médio, existe o aprofundamento nas questões científicas, para dar "passos mais largos".

O que é ensinar?	Ensinar é o ato de trazer um conhecimento novo ao aluno. Também é saber abordar as questões que interessam ao aluno, contextualizando as questões aos interesses deles.
Como é a sua interação com o resto da equipe de matemática das escolas onde você leciona?	Ele só trabalha no CEFET-RJ. É uma relação muito boa, de troca de idéias (sobre matemática, ensino e outras), troca de material.
Vocês preparam material em conjunto? Vocês levam artigos para serem debatidos? Trocam conhecimentos de alguma forma?	Eles não preparam o material didático juntos. Não costumam debater artigos de ensino ou matemática. Trocam conhecimentos sobre matemática, inclusive superior, sobre pedagogia.
Você costuma trocar experiências profissionais com outros professores?	Sim. Abordagens em assuntos, preparo de provas, escolha de exercícios, etc.
Você acredita que, em geral, os professores de outras escolas trabalham da mesma maneira?	Não, na maioria não.
Você considera as práticas de seus colegas estagnadas? Que eventos "oxigenam" estas práticas?	Não, eles costumam buscar novas práticas. Eles são muito motivados e buscam por conta própria (cursos, contatos com outros colegas).
Na escola, como você determina se um professor é bom ou não?	Quando ele tem uma dedicação honesta pelo seu trabalho. É o professor que se preocupa com os problemas da escola, dos alunos, o professor que dialoga com os alunos, com os outros professores, compartilha conhecimento.
Existe muita competição (implícita ou explícita) entre os professores das escolas onde você trabalha? Eles competem sobre o que?	Na equipe atual não. Pode até ter uma competição sadia, de quem trás coisas novas e monta projetos legais. Ele sabe que existe competição entre professores de outras áreas.
Você sabe determinar quais resultados serão considerados importantes/interessantes ou serão rejeitados pelos seus colegas de profissão?	São os resultados que irão melhorar a prática profissional, seja lá qual for a procedência.
Quais critérios são esses? Você compartilha deles?	Sim.
Comunidade Discente	
Quais são as suas expectativas em relação a este mestrado?	Tem a expectativa de se tornar um pesquisador, e continuar pesquisando após o término do curso. Ele tem motivação para melhorar sua prática docente, mas também par se desenvolver como pesquisador no contexto da educação matemática.
Qual é o papel social deste curso?	O curso precisa suprir uma demanda grande de professores que estão carentes de conhecimentos e novas ideias Ele acredita que existe uma carência enorme na formação dos professores (visto o Estado e o Município), e esse curso deve suprir isso.
Você considera que o seu papel neste curso é o de um pesquisador?	É de aspirante a pesquisador, mas não se considera um pesquisador.
Como você determina se um aluno do mestrado é um bom aluno ou não? Quais práticas são louváveis/reprováveis?	Ele é bom quando ele consegue compartilhar as ideias, que vai bem nas disciplinas.
Como é a sua rotina de estudante? Quais decisões você precisa tomar no dia a dia e como você decide?	Tenta estudar todo dia (ele fica preocupado se não consegue fazer isso). Todo dia ele tem uma leitura a fazer para a dissertação, ou para uma disciplina.
Como você estuda um tópico de matemática pura? E um tópico de ensino?	Ele tem uma certa apreensão para estudar matemática pura, é um momento de estudo solitário (apesar dele gostar de trabalhar em grupo também). Ele busca os pré-requisitos daquele tópico, antes de começar. Isso depende muito do tópico em si. Já em um tópico de ensino não há essa necessidade de buscar as definições anteriores, não já essa tensão. Primeiro ele lê o texto todo. Em seguida ele relê, comentando sobre as passagens num arquivo no computador.
Você costuma estudar com seus colegas? Seus colegas costumam estudar em grupos?	Sim, existe o hábito, mas também depende de ter gente receptiva na turma. Ele acha que os outros alunos do mestrado também estudam em grupo entre si.
Você costuma trocar experiências profissionais com seus colegas?	Sim, principalmente com os colegas de trabalho. Faz menos com os colegas do mestrado. Compartilha se uma determinada abordagem foi boa, se os alunos aproveitaram bem, exercícios interessantes, etc.
Você costuma compartilhar coisas interessantes que você aprendeu com seus colegas? E oportunidades como congressos, empregos, etc.?	Sim, com os colegas que tem maior afinidade. Também comenta sobre congressos e oportunidades de emprego.
Seus colegas têm a mesma postura?	Sim.

O que é aprender? O que constitui o aprendizado?	É o ato de reter algo novo que você não tinha pensado antes. É algo que surge para ampliar seus horizontes do conhecimentos e desenvolver coisas novas, ou te estimular para isso. O aprendizado é constituído primeiro por uma disposição para aprender, depois um contato com o conhecimento (visual, verbal, sensorial, ou uma reflexão pessoal) e à partir daí se formulam questões. Essas questões formuladas geram novas perguntas, até se esgotarem as dúvidas sobre o objeto estudado.
Qual é o objetivo de um professor do ensino superior? O que você espera dos seus professores?	Ele precisa ter como objetivo ser um bom pesquisador e um bom professor. (ele teve péssimos professores na UERJ, ele não tem bons exemplos nesse sentido) O professor também deve buscar alguma aplicação daquilo que ele pesquisa. E estar sempre renovando os conteúdos. Um professor de matemática pura deve saber transmitir os conteúdos (as estruturas matemáticas), fazer com que seus alunos sejam questionadores sobre esse tópicos (isso também vale para os outros professores universitários), ele tem que ser um pesquisador. De modo geral, o professor universitário deve incentivar o aluno a se tornar um pesquisador também, inclusive no âmbito de sua prática. Ele espera a mesma coisa dos professores do mestrado, e a maioria tem essa postura.
Como você determina se um professor universitário é bom ou não?	Se ele tem as características enumeradas anteriormente. Se ele é um pesquisador e incentiva os alunos a serem também, e questionam a mesma prática.
Você sabe determinar quais resultados serão considerados importantes/interessantes ou serão rejeitados pelos seus colegas de classe?	São os resultados referentes ao ensino de matemática em todas as áreas (história, cognição, etc.). São importantes tanto para ele quanto para os seus colegas.
Quais critérios são esses? Você compartilha deles?	Sim, compartilha.
Existe muita competição entre os próprios alunos? No que eles competem?	Existe. Os alunos competem em coisas bobas... Mas ele acha interessante quando há uma competição sadia de quem trás coisas novas, artigos interessantes, sem menosprezar os colegas, tendo a percepção de que tudo pode contribuir. Por outro lado existem aqueles que competem para dizer quem sabe mais, menosprezando a pesquisa dos outros. No colégio os alunos competem por notas, atenção do professor e talvez outras.
Texto em Prosa	
Quais são as suas primeiras impressões sobre o texto?	Texto com um grau médio de dificuldade, muito interessante, nunca tinha ouvido falar de convergência de sequências de funções (leu o texto 4 vezes).
Qual é, em sua opinião, o objetivo do texto?	Mostrar que as funções transcendentes podem ser escritas como séries de potências e que estas convergem. Usando isso, mostrar como os computadores podem calcular valores destas funções a partir de um erro máximo estipulado.
Qual título você daria a ele?	"Preliminares do Estudo de Funções Transcendentes Tendo em Vista suas Aplicações Práticas"
Quais são as ideias mais importantes do texto?	Definição de função transcendente, como os computadores calculam estas funções, estudo específico da séries de potências e convergência de sequências de funções.
O que você acha sobre a forma como o texto foi escrito?	Achou interessante, o deixou mais atraído ao assunto.
Quais pontos você acha que ficaram mal explicados?	O exemplo de uma sequência de funções contínuas que converge para uma função descontínua (x^n no intervalo [0, 1]), deveria ter um gráfico ou tabela.
Quais as principais dúvidas que você teve ao ler o texto?	Ele leu o texto várias vezes. O exemplo supracitado e o próprio teorema 1 (não foi convencido, pois não entendeu a relação deste com os lemas anteriores)
Quais os conceitos matemáticos apresentados que você não conhecia?	Séries de Taylor, funções transcendentes, normas num espaço de funções, convergência uniforme.
Quais partes do texto você reescreveria?	Parte inicial do teorema 1 (observar de maneira explícita que o raio de convergência de uma série é dado), o exemplo x^n em [0,1] (colocaria uma tabela), a passagem de módulo para norma, definir e estudar melhor a norma do sup, colocar mais exemplos de funções transcendentes (exemplos de translações e de expansões)
Sobre o Seminário	

Como foi o processo de preparo do seminário?	No início eles estudaram individualmente o assunto. Faltando uma semana para a apresentação, eles começaram a conversar, inclusive um foi na casa do outro. Sobre o conteúdo em si, eles partiram do que eles queriam provar e levantaram o que era necessário para realizar aquela demonstração (conceitos, teoremas, resultados). Em seguida eles delimitaram essa lista em função do perfil da audiência, removendo, por exemplo, sequências de números reais. Sobre a divisão do conteúdo, o Edson estava mais confortável com os teoremas a serem demonstrados, e o Marcelo ficou com a parte de topologia, preocupado em tornar aquilo menos sacal. O Edson apresentou um panorama sobre as possíveis maneiras de demonstrar o teorema principal do seminário (funções contínuas em compactos obtém máximo e mínimo em pontos do conjunto), e o Marcelo não tinha esta percepção.
Quais foram as suas principais preocupações?	Não pular conceitos importantes, ter um encadeamento lógico partindo dos pré-requisitos até os resultados apresentados.
Como vocês delimitaram o conteúdo apresentado?	Eles partiram do teorema a ser demonstrado, e desfiaram os teoremas/conceitos necessários para a demonstração. (isso é, de "trás pra frente").
Qual parte do conteúdo era mais importante, na sua opinião?	Todas eram importantes, pois tirar qualquer coisa do seminário significaria deixar um buraco no encadeamento lógico do trabalho.
Qual é o objetivo de um seminário?	Um seminário é a apresentação de um resultado científico importante. Um seminário e uma aula são quase a mesma coisa, enquanto que um seminário é mais formal, é mais expositivo, há menos discussão (mais parecido com uma palestra). Em uma aula, os conceitos são apresentados de forma mais construtiva. Ele gostaria de ter apresentado um seminário assim, mas não possui tanta intimidade com a matéria.
	Nesse ponto eu observo que o Edson e o Marcelo reclamaram que os exemplos do texto em prosa são muito corridos, e que o seminário deles é cheio de exemplos explicados.
Sobre a Formalização	
Como foi o processo de preparo da formalização?	Os dois começaram a fazer a formalização simultaneamente, e acabaram descobrindo que os dois estavam trabalhando sobre a mesma parte do texto. Daí eles juntaram o que haviam feito (por exemplo, o Edson havia detalhado o conceito de norma, mas o Marcelo não), e dividiram o texto em prosa em duas partes. O Edson ficou com as duas últimas páginas e o Marcelo com o resto. Além disso, o Marcelo ficou responsável pela diagramação. O Edson, então, enviava partes do conteúdo para ele compilar. Diferentemente do seminário, ele fez esse trabalho de "frente para trás".
Quais foram as suas principais preocupações durante a formalização?	Ter uma linguagem formal, separar os resultados importantes em teoremas, colocar ou não a seguinte proposição como lema: para que uma série de funções convirja uniformemente, é necessário que seu domínio seja limitado. Definir os termos utilizados (já que o texto em prosa não tinha definições destacadas).
Quais foram as principais dificuldades em formalizar o conteúdo?	Determinar se havia ou não algum buraco entre dois teoremas, até porque ele estava inseguro com a matéria. Ele disse que o próprio texto em prosa, muitas vezes, não parece estar seguindo uma sequência "sem buracos", e isso também trás insegurança.
Quais são as partes mais importantes da teoria apresentada?	Ele gostou muito da convergência de funções (nunca havia estudado antes), achou muito interessante as sequências de funções contínuas que convergem para uma função descontínua. Ele gostou muito também das motivações/problemáticas do texto em prosa (funções transcendentes em calculadoras), pois ele também nunca havia pensado nisso antes, e achou ótimo para despertar o interesse para os problemas que serão resolvidos em seguida. Achou a leitura prazerosa.
Quais os assuntos que você teve mais vontade ou necessidade em des?ar? Porquê?	Ele simplesmente queria "resolver o trabalho", assim ele só formalizou os conteúdos já apresentados no texto em prosa, sem adicionar nada, "aquilo estava ditando o que era para fazer".
Qual foi o critério adotado para “parar de escrever”?	Eles pararam exatamente onde o texto em prosa parou.
Você conseguiria comparar o papel das demonstrações no texto em prosa e no texto formalizado?	O texto em prosa é mais "informativo", além da matemática formal, é mais solto, sem rigidez. O discurso formal "prende muito a gente, parece que nos enclausura ou impede de imaginar coisas a mais". Ao mesmo tempo, o texto em prosa parece fluir melhor, mas dá a impressão de estar incompleto.

Relações entre os dois	
Durante ou depois do trabalho de formalização, você teve vontade de alterar alguma coisa no seminário que você apresentou?	Ele percebeu que existia interseção entre as duas coisas, mas não quis escrever mais do que o necessário.
Houve muita interseção entre o trabalho realizado no preparo do seminário e da formalização?	Sim. Ele citou convergência pontual e convergência de sequências de números reais.
Quais são as principais diferenças entre estes dois trabalhos?	O seminário te deixa mais exposto do que a formalização escrita, o seminário exige uma forma mais didática de transmitir as ideias, enquanto que a formalização é um trabalho mais de pesquisa. De modo geral, o seminário exigiu mais deles.
O trabalho escrito referente ao seminário poderia ter sido colado dentro da formalização, pois é um de seus pré-requisitos. Porque vocês não fizeram isso.	Eles não repararam nisso.
Sobre a Pesquisa	
Quais foram as suas fontes de informações?	Os livros de Análise do Elon, o livro do Geraldo Ávila e o do Cássio Neri. Não perguntou a professores, e não achou boas fontes na internet.
Como foi a sua interação com o seu colega de grupo?	Foi ótima, respeitosa, bem comunicativo. A divisão do trabalho foi bem igualitária, e no geral a interação foi muito boa.
O quê você viu de positivo neste trabalho em grupo? E de negativo?	Você aprende mais, se estiver disposto a isso. É preciso ouvir o outro, ouvir a argumentação do outro. O debate também gera situações novas, por exemplo, apesar deles aceitarem ver lemas em livros, eles não sabiam quando usá-los durante o preparo de um texto formal. O chato é quando você não consegue acompanhar o colega. Por outro lado, quando os dois têm paciência, um ajuda o outro.
Quais foram os momentos mais frustrantes desse trabalho? E os mais satisfatórios?	Quando o Edson saiu da apresentação (improvisou), mas depois ele entendeu o que estava acontecendo. De satisfatório tem a descoberta de novos conceitos, aquisição de novos conhecimentos. Formalizar um texto é uma atividade onde se aprende muito, principalmente sobre rigor e sobre os cuidados que se precisa ter ao escrever. E isso foi importante.
Você acha que a participação neste trabalho colaborou para o seu crescimento pessoal de alguma maneira?	Sim, ele aprendeu muito, e desenvolveu sua noção de rigor. Ele acha interessante encontrar esse equilíbrio, durante o preparo de um texto, entre o formal e a prosa.
Você considera importante que um professor do ensino fundamental/médio saiba realizar essas tarefas? E um professor universitário? (por tarefas, leia-se, preparar seminários, textos em prosa e formalizações)	Sim, pois todo professor precisa ter uma visão ampla da matemática, e essas atividades desenvolvem a noção de rigor, o que pode ajudar os professores na hora de falar e de escrever, mesmo que entrar com muito formalismo no ensino médio seja um erro.

Referências Bibliográficas

[1] ALVES-MAZZOTTI, A.; GEWANDSZNAJDER, F. . O Planejamento de Pesquisas Qualitativas. **O Método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa**, cap. 7, p. 147-178. São Paulo, Editora Pioneira, 1998.

[2] ARAÚJO, J.; BORBA, M. . Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M.; ARAÚJO, J. (Orgs) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**, cap. 1, p. 25-45. Belo Horizonte, Editora Autêntica, 2004.

[3] ARTIGUE, M.; BATANERO, C.; KENT, P. . Mathematics Thinking and Learning at Post-Secondary Level. In : Frank K. Lester Jr. (Org.) **Second handbook of research on mathematics teaching and learning : a project of the National Council of Teachers of Mathematics**, v. 2, p.1011-1049. Charlotte, Information Age Pub., 2007.

[4] BRASIL. Capes. **Avaliação da pós-graduação**. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/avaliacao/avaliacao-da-pos-graduacao>. Acesso em: 19 nov. 2011.

[5] BRASIL. Capes. **Cadernos de Indicadores**. Disponível em: <http://conteudoweb.capes.gov.br/conteudoweb/CadernoAvaliacaoServlet>. Acesso em: 25 jul. 2011.

[6] BRASIL. Capes. **Ficha de Avaliação do Programa**. Disponível em: <http://trienal.capes.gov.br/wp-content/uploads/2010/12/fichas/31001017122P6.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2011.

[7] BRASIL. Capes. **Projetos de Pesquisa**. Disponível em: <http://conteudoweb.capes.gov.br/conteudoweb/VisualizadorServlet?nome=2009/31001017/046/2009_046_31001017122P6_ProjPesq.pdf&aplicacao=cadernoavaliacao>. Acesso em: 22 jul. 2011.

[8] BRASIL. Capes. **Regulamento Para a Avaliação Trienal 2010**. Disponível em: <http://trienal.capes.gov.br/wp-content/uploads/2010/07/REGULAMENTO-PARA-A-AVALIA%C3%87%C3%83O-09jul10.pdf>. Acesso em: 15 jul. 2011.

[9] BRASIL. CNPq. *Auxílio Projeto Individual de Pesquisa - APQ - Norma Específica*. Disponível em: <http://www.cnpq.br/normas/rn_06_015_anexo4.htm>

[10] BURTON, L. . The Practices of Mathematicians: What do They Tell Us About Coming to Know Mathematics? . **Educational Studies in Mathematics**, v. 37(2), p.121-143. Springer Netherlands, 1998.

[11] CWIKLA, J. . The trials of a poor Mississippi middle school trying to catch up in mathematics: Teachers' multiple communities of practice and the boundary encounters. **Education and Urban Society**, v. 39(4), p. 554-583, 2007.

[12] GUBA, E.; LINCOLN, Y. . **Naturalistic Inquiry**. Beverly Hills, Sage Publications, 1985.

[13] LAVE, J. . Teaching, as Learning, in Practice. **Mind, Culture and Activity**, vol. 3, 1996.

[14] LAVE, J.; WENGER, E. . **Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation**. Cambridge University Press, 1991.

[15] LIMA, E. L. . **Curso de análise**, 11. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2004. (Projeto Euclides)

[16] RIO DE JANEIRO. Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática. **Estrutura Curricular**. Disponível em: <http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/mestrado_estrutura.pdf>. Acesso em: 19 nov. 2011.

[17] RIO DE JANEIRO. Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática. **Apresentação**. Disponível em: <http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/mestrado.htm>. Acesso em: 22 jul. 2011.

[18] RIO DE JANEIRO. FAPERJ. *Manual de Bolsas e Auxílios da FAPERJ*. Disponível em: <http://www.faperj.br/downloads/formularios/Manual_de_auxilios_15_08_2007.pdf>

[19] RIO DE JANEIRO. Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática. **Regulamento Interno**. Disponível em: <http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/mestrado_regulamento2010.pdf>. Acesso em: 22 jul. 2011.

[20] SHULMAN, L. S. . Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher** v.15, fasc.2, p.04-14. AERA Presidential Address, 1986.

[21] SpringerLink. **Educational Studies in Mathematics, Volume 77, Numbers 2-3**. Disponível em: <http://www.springerlink.com/content/0013-1954/77/2-3/>. Acesso em: 25 jul. 2011.

[22] TALL, D.; VINNER, S. . Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity. **Educational Studies in Mathematics**, v. 12, p.151-169. Springer Netherlands, 1981.

[23] TOULMIN, S. . **The uses of argument**. Cambridge University Press, 1969.

[24] WENGER, E. . **Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity**. Cambridge University Press, 1998.