Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática

Avaliação de Larga Escala e Proficiência Matemática

Dissertação de Mestrado
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Ledo Vaccaro Machado

Orientador: Prof. Dr. Luiz Carlos Guimarães
Co-orientador: Prof. Dr. Nei Carlos dos Santos Rocha

Rio de Janeiro, outubro de 2010

Da minha aldeia vejo quanto da terra se pode ver no Universo...
Por isso a minha aldeia é tão grande como outra terra qualquer
Porque eu sou do tamanho do que vejo
E não do tamanho de minha altura...
Fernando Pessoa (Alberto Caeiro)

A todos aqueles a quem aprendi a chamar de MESTRE,
porque me retirando da terra e permitindo que visse,
no Universo, mais do que via,
tornaram-se referência de quem sou.

RESUMO

O crescimento da importância dada às avaliações de sistemas educacionais e às avaliações de larga escala leva-nos a questionar a relação existente entre os resultados do SAEB e da Prova Brasil com a proficiência matemática. Os resultados destas avaliações entram como fator no cálculo do IDEB, índice que monitora o desenvolvimento da educação no Brasil. Começamos por identificar os motivos que propiciaram a implantação e desenvolvimento das avaliações de larga escala no mundo e em nosso país. Identificamos motivos de ordem econômica, política e social. Caracterizamos as avaliações de larga escala e, em especial, o SAEB e a Prova Brasil, que são o foco de nosso interesse, e defendemos a importância da Matemática na avaliação dos sistemas educacionais. Em seguida, buscamos um significado para proficiência matemática e critérios que nos permitissem medi-la. Observando a proposta apresentada pelo MEC/INEP como objetivo e formatação para o SAEB e a Prova Brasil e estabelecidos critérios de análise das questões destas avaliações, analisamos trinta e sete questões do SAEB e da Prova Brasil e que, portanto, foram aplicadas em todo o país. Essas questões foram disponibilizadas pelo MEC às escolas, com comentários e tabela de frequência das respostas dadas a cada item. Desse modo, tais questões retornam ao sistema educacional as expectativas e o padrão almejado pelos órgãos governamentais responsáveis pela gestão educacional.

Palavras chaves: Avaliação, avaliação de sistema educacional, avaliação de larga escala, SAEB, Prova Brasil, proficiência matemática.

ABSTRACT

The growing importance given to evaluation of educational systems and evaluations of large scale leads us to question the relationship between the results of SAEB and Prova Brazil with maths proficiency. The results of these assessments come as a factor in calculating the IDEB index, which monitors the development of education in Brazil. We began by identifying the reasons that prompted the development and deployment of large scale assessments in the world and our country. We identified economic reasons, political and social ones. We characterized the large-scale assessments and, in particular, SAEB and Prova Brazil, which are the focus of our interest, and defended the importance of mathematics in the assessment of Educational Systems. Then we searched for a meaning to math proficiency, and criteria that allow us to measure it. Noting the proposal made by MEC / INEP as a purpose and format for SAEB and Prova Brazil, and established criteria for analysis of the items of these assessments, we analyzed thirty seven questions of SAEB and Prova Brazil and, therefore, have been implemented throughout the country. These questions were provided to schools by the MEC, with comments and the frequency table of responses to each item. This way, these issues return to the Educational System the expectations and the standard desired by government departments responsible for Education management.

Keywords: evaluation, evaluation of the educational system, large-scale evaluation, SAEB, Prova Brazil, maths proficiency.

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO

O Brasil figura com desempenho nada desejável nas avaliações de sistemas educacionais. Tanto internamente, com o Saeb e a Prova Brasil, quanto no âmbito internacional, com o PISA, nosso desempenho é muito insatisfatório. Iniciamos o milênio galgando uma posição por muitos, e há muito, desejada: praticamente todas as crianças em idade escolar estão matriculadas em nosso país. Mas, junto com essa conquista, amargamos um último lugar no ranque de desempenho em Matemática entre os países participantes do PISA; amargamos resultados sofríveis no Saeb e na Prova Brasil.

Uma das reações a este quadro indesejável é o PDE (Plano de Desenvolvimento da Educação) que tem no IDEB seu elemento de controle dos objetivos. O IDEB é um índice no qual os resultados da avaliação do Saeb e Prova Brasil entram como fatores. Tal avaliação é aplicada em todo o país e a Prova Brasil é quase que censitária. Mas até que ponto podemos asseverar que os resultados desta avaliação revelam o mosaico dos conhecimentos matemático de nossos alunos? Quais os limites impostos pela natureza desta avaliação? A questão que serviu de norte à nossa pesquisa foi:

Um bom desempenho no SAEB e na Prova Brasil corresponde a uma
boa proficiência matemática?

Nosso trabalho inicia-se com a justificativa da existência das avaliações de larga escala. Apresentamos três campos de justificativas: o econômico, que relaciona as avaliações de larga escala com a ordem econômica mundial; o político, no qual se defende que três pilares fundamentam as ações governamentais referentes às avaliações de larga escala — a pesquisa no âmbito da "escola eficaz", o desenvolvimento da Teoria da Resposta ao Item e o foco na qualidade de ensino; e o social, que defende que a escola é capaz de transformar positivamente a vida das pessoas e da sociedade a que ela pertence.

Justificada a implantação das avaliações de larga escala, passamos a descrição das avaliações presentes no Brasil. Fixamo-nos em três avaliações: o PISA, uma avaliação internacional, o Saeb e a Prova Brasil, que são avaliações em escala nacional e que constituem o foco de nosso interesse. O objetivo desta descrição é mostrar que tais avaliações são distintas, complementares e que uma não se reduz a outra.

Até este ponto de nosso trabalho, justificamos a implantação das avaliações de larga escala e caracterizamos as avaliações das quais o Brasil participa. Mas nosso interesse é correlacionar o resultado destas provas, em especial do Saeb e da Prova Brasil, com a proficiência matemática. Mas por que a Matemática está presente nestas provas? O passo seguinte é apresentar este porquê.

Três elementos técnicos aparecem na justificativa da implantação das avaliações de larga escala e nas análises dos resultados destas avaliações: a Teoria de Resposta ao Item (TRI), a Teoria Clássica dos Testes (TCT) e o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Comparamos a TRI com a TCT e descrevemos como os resultados do Saeb e da Prova Brasil são utilizados no cálculo do IDEB. Uma abordagem mais pormenorizada destes três elementos pode ser encontrada em anexo ao nosso trabalho.

Para continuarmos na busca à resposta para pergunta que nos norteia, tínhamos que determinar o que entendemos por *proficiência matemática*. Sabíamos não existir uma única definição possível para *proficiência matemática*. Sabíamos que qualquer definição demandaria escolhas embasadas em posições políticas e juízos de valores. Não nos furtamos às responsabilidades das escolhas. Admitimos a Matemática como uma prática social dinâmica, que muda no tempo e no espaço. Admitimos a Matemática como uma prática social caracterizada por: 1) um domínio de atuação, determinado por aqueles que participam desta prática; 2) precisão na determinação de seus termos, operações e propriedades; e 3) estabelecimento e resolução de problemas bem formulados. Em consonância com a caracterização da Matemática, entendemos que proficiência matemática não é somente o domínio dos conceitos e das técnicas do que tradicionalmente é chamado de conteúdo matemático. A proficiência matemática vincula-se, também, ao que se é capaz de fazer com o conhecimento que se tem. E, baseado fundamentalmente em Alan H. Schoenfeld, apresentamos quatro aspectos da proficiência matemática: base de conhecimento, estratégias na resolução de problemas, metacognição e crenças e disposições.

Agora, começamos a discutir os limites impostos às avaliações de larga escala para a mensuração da proficiência matemática. Partindo dos objetivos dos grupos sociais interessados nos resultados das avaliações de larga escala, discutimos algumas restrições impostas à formatação das avaliações. Ainda neste ponto, discutimos a interferência das avaliações de larga escala no sistema educacional e apresentamos o princípio WYTIWYG (What You Test Is What You Get) que relaciona as avaliações de larga escala com as ações nas salas de aula.

Das avaliações de larga escala para a avaliação do Saeb e da Prova Brasil. Analisamos um documento disponibilizado no sítio do INEP, órgão responsável pela elaboração das avaliações do Saeb e da Prova Brasil, que declara quais as características propostas para as questões e as provas. No mesmo sítio encontramos uma publicação do MEC na qual constam 37 questões aplicadas no Saeb e na Prova Brasil, uma para cada um dos descritores. Cada uma das questões apresenta a tabela de frequência das respostas. Justamente pela abrangência e disponibilidade que tomamos as 37 questões como objeto de análise. Comentamos cada uma das questões seguindo um critério estabelecido. Daí, buscamos a resposta pretendida.

Qualquer resposta neste tipo de trabalho não se permite definitiva ou incontestável. Ao contrário, quanto maiores forem os desdobramentos, tanto mais profícuo terá sido o trabalho. Portanto, que não seja definitivo. Quanto mais debates propiciar, tanto mais moverá a roda da história. Portanto, que não seja incontestável.

2 – POR QUE IMPLANTAR AS AVALIAÇÕES DE LARGA ESCALA

Implantar a avaliação de larga escala, a avaliação de sistemas educacionais, é uma decisão política, envolve um número expressivo de pessoas, alocação de recursos consideráveis e as decisões tomadas a partir dos resultados obtidos nestas avaliações afetam a vida de muita gente. Espera-se que tais decisões propiciem uma melhoria na qualidade do ensino-aprendizagem; que afetem os indicadores educacionais; que modifiquem, positivamente, os atos nas escolas e nas salas de aula. *Os homens se educam em comunhão, mediatizados pelo mundo* (FREIRE, 1981, p. 79) é uma máxima de Paulo Freire. Os protagonistas nas escolas e nas salas de aulas são os professores e os alunos. São eles que estabelecem, fundamentalmente, as relações do homem com o homem nos atos nos quais se aprende. Se eles, e em especial o professor, não forem capazes de entender as propostas que subjazem às avaliação de larga escala, não forem capazes de ler os resultados das avaliações, qualquer proposta estará fadada ao fracasso.

Mas o que é uma avaliação de sistema educacional?

Avaliação é um conceito muito amplo. Podemos dizer que é inerente a qualquer ação humana. Assim, a avaliação de sistemas escolares nasce com o primeiro sistema escolar. Temos que restringir nosso olhar. Focaremos o que está ocorrendo hoje nas avaliações em larga escala, em especial o Saeb e a Prova Brasil e um pouco do PISA.

Para entendermos o porquê destas provas e o que ocorre hoje, devemos, inicialmente, buscar os motivos que fundamentaram a opção por este tipo de avaliação. Vamos pisar em terreno de geologia complexa, onde as camadas não estão bem delimitadas, são diversas, se interpenetram, se misturam. Delimitaremos três campos de justificativa: o econômico, o político e o social.

2.1 - ECONÔMICO

O Banco Mundial foi fundado em 27 de dezembro de 1944 e inicialmente tinha por missão a reconstrução dos países devastados na Segunda Guerra mundial. Atualmente, através de financiamento e empréstimos a países em desenvolvimento, tem como missão a luta contra a pobreza. Seu funcionamento é possível de quotas dos países participantes. Hoje, o BM conta com 186 países membros. Além de empréstimo e financiamento, o BM configura-se como uma fonte de assistência técnica. Atentemo-nos à citação que se segue.

> *Um banco internacional, o Banco Mundial (BM), transformou-se, nos últimos anos, no organismo com maior visibilidade no panorama educativo global, ocupando, em grande parte, o espaço tradicionalmente conferido à UNESCO (Organização das Nações Unidas para Educação a Ciência e a Cultura), a agência das nações unidas especializada em educação. O financiamento não é o único nem o mais importante papel do BM em educação (representando apenas 0,5% da despesa total pelos países em desenvolvimento neste setor); o BM transformou-se na principal agência de assistência técnica em matéria de educação para os países em desenvolvimento e, ao mesmo tempo, a fim de sustentar tal visão técnica, em fonte e referencial importante em pesquisa educativa no âmbito mundial.*
> (TORRES, 2007, p. 125)

Este é o primeiro parágrafo de um artigo de Rosa Maria Torres. Como é possível um banco tornar-se uma referência em termos de educação? A resposta, pelo menos parcial, pode ser encontrada na entrevista de James Wolfensohn, presidente do Banco Mundial, dada à revista Veja em 1º de dezembro de 1999.

> *Veja – Que tipo de medidas podem ser tomadas na América Latina para reduzir as desigualdades?*
>
> *Wolfensohn* **–** *Para começar, é preciso que as lideranças, não apenas no governo mas também no Congresso, reconheçam que justiça social é uma questão tão importante quanto crescimento econômico. A curto prazo, você pode manter a desigualdade. Mas a longo prazo não dá para ter uma sociedade estável. Isso já foi provado tantas vezes que os governos precisam aceitar. É necessário criar oportunidades para que as pessoas pobres se desenvolvam, investindo em educação e em reforma agrária. Além disso, é preciso criar redes de segurança para que as pessoas que estão à beira do abismo tenham algo que as sustente e lhes dê a chance de se equilibrar de*

> *novo e avançar. Acho que no mundo todo – e na América Latina em especial – é preciso entender que as pessoas pobres não são o problema, mas parte da solução. Para progredir, devemos pensar no problema como uma questão de capacitação, em vez de caridade.* (WOLFENSOHN, 1999)

O investimento em educação apresenta-se como condição de estabilidade social. A educação está intimamente ligada à capacitação e esta, nas palavras de Wolfensohn, é a questão a ser considerada para progredir. Estabilidade social é condição de investimento em um país e progresso é formação de mercado. A educação insere-se na ordem econômica mundial e justifica-se a presença do Banco Mundial no campo da educação.

Ainda segundo Rosa Maria Torres (TORRES, 2007, p. 131), destacam-se como elementos distintivos do pacote de reformas educacionais propostas pelo Banco Mundial para os países em desenvolvimento os seguintes elementos:

1) A prioridade depositada sobre a educação básica.
2) A melhoria da qualidade (e da eficiência) da educação como eixo da reforma educativa.
3) A prioridade sobre os aspectos financeiros e administrativos da reforma educativa (no contexto mais amplo da reforma administrativa do Estado). Propõe-se, especificamente (a) a reestruturação orgânica dos ministérios, das instituições intermediárias e das escolas; (b) o fortalecimento do sistema de informação; (c) a capacitação de pessoal em assuntos administrativos.
4) Descentralização e instituições escolares autônomas e responsáveis por seus resultados. Junto com a descentralização, o Banco Mundial aconselha os governos a manter centralizadas quatro funções para melhorar a qualidade da educação: (a) fixar padrões; (b) facilitar os insumos que influenciam o rendimento escolar; (c) adotar estratégias flexíveis para o uso de tais insumos; (d) monitorar o desempenho escolar;
5) A convocação para uma maior participação dos pais e da comunidade nos assuntos escolares.

6) O impulso do setor privado e os organismos não-governamentais (ONGs) como agentes ativos no terreno educativo tanto nas decisões como na implementação.
7) A mobilização e a alocação de recursos adicionais para a educação de primeiro grau como temas principais do diálogo e da negociação com os governos.
8) Um enfoque setorial. O modelo de diagnóstico, análise e ação que propõe o Banco Mundial traz um enfoque eminentemente setorial e fundamentalmente escolar.
9) A definição de políticas e prioridades baseadas na análise econômica. O Banco mundial recomenda fazer uma melhor e mais exaustiva análise econômica na tomada de decisões políticas e na priorização dos insumos instrucionais a investir. Tal análise econômica, aplicada à educação, opera comparando os benefícios dos custos tanto ao nível de cada indivíduo como da sociedade como um todo. Essa comparação é feita comparando a taxa de retorno e ela mede-se em termos do aumento do salário de quem se educa.

Os elementos apresentados por Rosa Maria Torres deixam clara a envergadura da proposta de ação do Banco Mundial no campo educacional. Atentemos para alguns pontos que revelam a necessidade de avaliação do sistema educacional, o que leva ao uso de instrumentos de avaliação de larga escala. No item 4) fala-se em monitorar o desempenho escolar (uma das funções dos governos), que está intimamente ligado ao item 2), melhoria da qualidade da educação. Além disso, a alocação de recursos para a melhoria da eficiência demanda a obtenção de dados, informações que fundamentem a tomada de decisões. A qualidade localiza-se nos resultados e esses se verificam no rendimento escolar (Torres, 2007, p. 134). Desta forma, os sistemas de avaliação balizam a melhoria da qualidade de ensino. Estabelecidas as metas e os padrões, faz-se necessária a implantação de sistemas de avaliação que possam monitorá-los. Surgem no Brasil o SAEB — Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica — a Prova Brasil, o ENEM — Exame Nacional de Ensino Médio. E, em termos internacionais, o Laboratório Latino-Americano de Avaliação da Qualidade de Educação e o Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA).

Segundo Helena Altmann,

> *(...) Inicialmente a realização das avaliações (SAEB) era feita de maneira mais descentralizada e com a participação relativamente intensa das secretarias estaduais de educação. Todavia, esse era um ponto de divergência entre o MEC e o BIRD, motivo pelo qual as provas de 1990 e 1993 não receberam financiamento do Banco. A partir de 1995, o sistema tornou-se mais centralizado e baseado na terceirização de uma série de atribuições operacionais. Desde então, o BIRD financia o Saeb.*
>
> *(...)*
>
> *O BIRD defende explicitamente a vinculação entre educação e produtividade, a partir de uma visão economicista. Segundo a Comissão Econômica para a América Latina — CEPAL —, para que os países da América Latina se tornem competitivos no mercado internacional, é necessário que disponham de talentos para difundir o progresso técnico e incorporá-lo ao sistema produtivo.* (Altmann, 2002)

A avaliação de larga escala possibilita a avaliação de sistemas educacionais, que monitora a evolução da qualidade da educação e fundamenta as tomadas de decisões. A qualidade e generalização da educação é um dos fatores que geram estabilidade social e progresso das populações pobres, fomentando o mercado. Gera, também, competência, permitindo a participação do país no mercado internacional. A educação, a avaliação de sistemas educacionais e a avaliação de larga escala vinculam-se à ordem econômica mundial.

2.2 - POLÍTICO

A acepção de *política* pode ser ampla demais. Identificar política com ações conscientes de intervenção no real em busca de resultados desejados leva-nos a abarcar uma área que abrange quase todas as ações ligadas ao relacionamento humano. Vamos nos restringir às ações do Estado. Ações que, no mais das vezes, revelam-se a partir de legislações. Como nossa preocupação é com a avaliação de larga escala, restringir-nos-emos mais ainda, reportando-nos às últimas duas ou três décadas.

Defendemos que três pilares fundamentam as ações governamentais referentes à implantação de avaliações de larga escala. Apresentemos estes pilares.

As Pesquisas no Âmbito de "Escola Eficaz"

Nos anos 60 e 70 desenvolvem-se as teorias crítico-reprodutivistas em educação, gerando um desencanto referente às possibilidades da escola como fator de transformação social.

> *Os anos 60 e 70 assistiram a um grande desencanto com a importância política e econômica da educação escolar. No turbilhão contestador simbolizado pelos movimentos de 1968 surgem, na Europa, as teorias crítico-reprodutivistas cujos representantes mais famosos foram Bourdieu & Passeron (1970). Trabalhos empíricos, entre os quais o mais conhecido no Brasil foi o de Baudelot & Establet (1971), criticaram a escola demonstrando que a passagem por ela não mudava o destino das classes sociais.* (MELLO, 1994, p. 10)

Essas teorias fecham a escola como objeto de transformações. Nos anos 70, surgem nas pesquisas as perguntas referentes à importância das escolas na formação dos indivíduos e na redução das diferenças sociais.

> *A partir dos anos 60, contudo, esgotadas as demandas da reconstrução e evidenciada a desarticulação entre o sistema educacional e o sistema econômico, a preocupação didático-metodológica vai sendo substituída por um pessimismo pedagógico cuja principal consequência foi fechar a escola como objeto de investigação. Enclausurando entre os muros escolares tudo aquilo que fora objeto do interesse renovador dos educadores do pós-guerra — currículos, programas, métodos de ensino, materiais didáticos, formação*

> *de professores — esse pessimismo inspirou investigações do tipo "entradas" e "saídas", muito ao gosto dos modelos epistemológicos funcionalistas*
>
> *(...)*
>
> *Diante dos resultados desses estudos, alguns pesquisadores e educadores começaram, já na década de 70, a perguntar: a escola faz diferença?*
> (MELLO, 1994, p. 11)

Tais pesquisas acabam por destacar, nos anos 90, o tema da "escola eficaz":

> *Nos anos 90, os estudos de efetividade da escola (School Effectiveness Research - SRE) ou da "escola eficaz" consolidam-se como um campo de pesquisa que visa a compreender, em cada contexto social, os processos internos das escolas que determinam a sua eficácia, ou seja, a sua capacidade de interferir positivamente, através de políticas e práticas escolares, no desempenho dos alunos.* (COELHO, 2008, p. 235)

A idéia da "escola eficaz" vincula-se a uma concepção economicista de educação. A avaliação é tratada, fundamentalmente, em termos de *inputs* e *outputs* e a própria educação é exposta numa relação de custo e benefício. Em *School effectiveness and equity: making connections*, de Pam Sammons, isso é bem perceptível. Já em sua definição de "escola eficaz", é possível perceber este vínculo.

> *Uma escola eficaz é definida como aquela na qual o progresso do aluno vai além do inicialmente esperado. Deste modo, uma escola eficaz **adiciona valores extras** à formação dos alunos, quando comparada com escolas similares. Para estimar o valor agregado, é necessário que se avalie previamente cada estudante, criando uma linha de comparação para que subsequentes progressos possam ser avaliados. Outros fatores como sexo, status sócio-econômico, mobilidade e fluência no uso da língua padrão também testemunham progressos. Adicionalmente, os estudos do SER (School Effectiveness Research) procuram incluir tais fatores nas avaliações dos impactos das escolas.* [1] *(SAMMONS, 2006, p.6)*

---

[1] *An effective school has been defined as one in which students progress further than might be expected from consideration of its intake. An effective school thus **adds extra value** to its students' outcomes, in comparison with other schools serving similar intakes. In order to assess value added, measures of individual student's prior attainment are needed to provide a baseline against which subsequent progress can be assessed. Other factors such as gender, socio-economic status, mobility and fluency in the majority language used at school have also been shown to affect progress. In addition to prior attainment, SER studies seek to include such factors in assessing the impact of schools.*

O Desenvolvimento da Teoria de Resposta ao Item

Na década de 90, o desenvolvimento da teoria de resposta ao item, TRI, e os avanços dos computadores com ampliação da capacidade computacional, permitiram a criação de séries históricas de resultados nas avaliações de larga escala. A TRI permite que resultados de provas aplicadas em datas diferentes sejam comparados, o que, por sua vez, permite o acompanhamento, ao longo do tempo, da evolução dos resultados. Um considerável avanço frente à Teoria Clássica.

> *Uma das grandes vantagens da TRI sobre a Teoria Clássica é que ela permite a comparação entre populações, desde que submetidas a provas que tenham alguns itens comuns, ou ainda, a comparação entre indivíduos da mesma população que tenham sido submetidos a provas totalmente diferentes. Isto porque uma das principais características da TRI é que ela tem como elementos centrais os itens, e não a prova como um todo.*
>
> *(...)*
>
> *Um ponto crítico na TRI é a estimação dos parâmetros envolvidos nos modelos, em particular quando necessita-se estimar tanto os parâmetros dos itens quanto as habilidades. Inicialmente, a estimação era feita através do método da máxima verossimilhança conjunta que envolve um número muito grande de parâmetros a serem estimados simultaneamente e, consequentemente, grandes problemas computacionais. Em 1970, Bock & Lieberman introduziram o método da máxima verossimilhança marginal para a estimação dos parâmetros em duas etapas. (...) Apesar do avanço que esse método trouxe para o problema, ele requeria que todos os parâmetros dos itens fossem estimados simultaneamente.* (ANDRADE, 2000, p.3 e 4)

O Foco na Qualidade de Ensino

Pelo mundo, nos anos 90, espalhava-se o clamor pela universalidade da educação primária e pela qualidade do ensino como um todo.

> *Em muitas sociedades a prioridade é o aumento do acesso à educação, tendo por finalidade a universalização da educação básica para todas as crianças e, em particular, a melhoria da perspectiva educacional das meninas, dada a grande proporção de mulheres que são iletradas.* [2]
>
> (SAMMONS, 2006, p.2)

No Brasil, atingimos, praticamente, a totalidade dos alunos de 7 a 14 anos matriculados.

> *A taxa de atendimento escolar alcança 96,5% das crianças brasileiras na faixa etária de 7 a 14 anos, conforme os resultados finais do Censo Escolar de 1998, realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (Inep), órgão ligado ao Ministério da Educação.*
>
> (INEP, 1998)

Cumprida a meta da universalidade do ensino básico, pelo menos para a faixa etária dos 7 aos 14 anos, a atenção desloca-se com maior vigor para a qualidade do ensino.

Temos, então, três pilares que justificam as ações governamentais de avaliação do sistema educacional: as pesquisas no âmbito da "escola eficaz", o desenvolvimento da TRI e da tecnologia computacional e foco na qualidade do ensino. Emerge a avaliação de larga escala.

> *Dentre os inúmeros mecanismos de indução, a avaliação externa de resultados de aprendizagem pode ser considerada de importância estratégica.*
>
> *(...)*
>
> *O que importa destacar é que a avaliação de resultados se insere nos modelos de reorganização e gestão dos sistemas de ensino voltados para a qualidade, numa etapa em que a cobertura quantitativa está universalizada em alguns países ou em vias de atingir esse estágio em outros. A promoção da eficácia da escola requer, desse modo, a avaliação externa do desempenho do conjunto das escolas dos sistemas de ensino não apenas*

[2] *In many societies the prime concern is to increase access to education and IT, to achieve the goal of universal primary education for all children and, in particular, improve the education prospects of girls, given the high proportion of older women who are illiterate.*

> *como fonte de informação para o planejamento da provisão de recursos financeiros e assistência técnica, mas também como estratégia para induzir, em cada estabelecimento escolar, a responsabilidade pelos resultados.*
> (MELLO, 1994, p.37)

A preocupação com a qualidade do ensino e, consequentemente, o germe da avaliação de larga escala, já aparece na Constituição de 1988. No artigo 206 a garantia do padrão de qualidade aparece como um dos princípios da educação ministrada no Brasil. No artigo 209, o ensino é livre à iniciativa privada tendo como uma das condições "*autorização e avaliação de qualidade pelo Poder Público*". O artigo 214 reza sobre a criação do Plano Nacional de Educação e determina que as ações definidas por ele deverão conduzir, dentre outros objetivos, à melhoria na qualidade do ensino. (BRASIL, 1988).

Na Lei de Diretrizes e Bases de 1996 a avaliação do sistema educacional aparece de forma explícita. No artigo 9º, incumbe a União: V - coletar, analisar e disseminar informações sobre a educação; VI - assegurar processo nacional de avaliação do rendimento escolar no ensino fundamental, médio e superior, em colaboração com os sistemas de ensino, objetivando a definição de prioridades e a melhoria da qualidade do ensino. Na mesma lei, o artigo 87, parágrafo 3º, inciso IV, estabelece que cada Município e, supletivamente, o Estado e a União, deverá integrar todos os estabelecimentos de ensino fundamental do seu território ao sistema nacional de avaliação do rendimento escolar. (BRASIL, 1996)

Em 2001 é publicado o Plano Nacional de Educação, PNE, que reafirma a importância da avaliação do sistema educacional. Em seu artigo 4º, encontramos "*A União instituirá o Sistema Nacional de Avaliação e estabelecerá os mecanismos necessários ao acompanhamento das metas constantes do Plano Nacional de Educação*". E quando são estabelecidos os objetivos e as prioridades do PNE, afirma-se: "*Desenvolvimento de sistemas de informação e de avaliação em todos os níveis e modalidades de ensino, inclusive educação profissional, contemplando também o aperfeiçoamento dos processos de coleta e difusão dos dados, como instrumentos indispensáveis para a gestão do sistema educacional e melhoria do ensino*". (BRASIL, 2001)

Em 24 de abril de 2007, o Ministério da Educação lança o Plano de Desenvolvimento da Educação, PDE. Ao analisar as singularidades do PDE, Dermeval Saviani declara que o IDEB e a Provinha Brasil são pontos novos no PDE em relação aos planos anteriores (SAVIANI, 2009, p.30). Notemos que o IDEB (Índice Nacional da Educação Básica) é determinado com base nos resultados do Saeb e da Prova Brasil e a Provinha Brasil é uma nova avaliação de larga escala criada para verificar o desempenho em leitura de crianças 6 a 8 anos. Quando se refere às bases de sustentação do PDE, Saviani declara:

> *Do ponto de vista técnico, o PDE apóia-se em dados estatísticos referentes ao funcionamento das redes escolares de educação básica e em instrumentos de avaliação constituídos a partir de indicadores do aproveitamento dos alunos e expressos nas provas aplicadas regularmente sob coordenação do Inep, a partir dos quais foi elaborado o Ideb. É esse índice que se constitui no recurso técnico por excelência para monitorar a implementação do PDE, definir e redefinir as metas, orientar e reorientar as ações programadas e avaliar os resultados, etapa por etapa, em todo o período de operação do Plano, que se estenderá até o ano de 2022*
> (SAVIANI, 2009, p. 35)

Vimos a avaliação de larga escala, na legislação brasileira, surgir, ocupar gradativamente papel de destaque e acabar se tornando a base de sustentação técnica para implantação e desenvolvimento do PDE.

2.3 - SOCIAL

A escola vale a pena? A educação escolar é capaz de transformar positivamente a vida das pessoas e da sociedade a que elas pertencem? A escola faz diferença?

R. James Milgram inicia seu trabalho *What is Mathematical Proficiency?* referindo-se às palavras de Alan Greenspan (então presidente da Reserva Federal dos Estados Unidos da América) ao Senate Banking Committee.

> *Em fevereiro de 2004, Alan Greenspan disse ao Senate Banking Committee que a ameaça ao padrão de vida nos Estados Unidos não vem dos trabalhos baratos dos países asiáticos. Muito mais importante é a queda de padrão do sistema educacional americano e de seus resultados.* [3]
>
> (MILGRAM, 2007, p31)

Referindo-se às palavras de Alan Greenspan em um artigo de Mukherjee, Milgran continua:

> *"O que em última estância determina o padrão de vida deste país é a competência das pessoas', Greenspan declarou . . . 'Nos fazemos alguma coisa errada, coisa que obviamente os povos de Singapura, Hong Kong, Corea e Japão fazem melhor. O ensino nesses países exóticos parece, por alguma razão, ser melhor do que aquele que nós criamos".* [4]
>
> (Mukherjee, 2004)

Greenspan condiciona o padrão de vida dos americanos à qualidade da educação. O nome do artigo de Mukherjee é *Greenspan Worries About Math Gap, Not Wage Gap* (Greenspan preocupa-se com a defasagem matemática, não com a defasagem salarial). A qualidade da educação vincula-se à proficiência matemática.

---

[3] *In February of 2004 Alan Greenspan told the Senate Banking Committee that the threat to the standard of living in the U.S. isn't from jobs leaving for cheaper Asian countries. Much more important is the drop in U.S. educational standards and outcomes.*

[4] *What will ultimately determine the standard of living of this country is the skill of the people," Greenspan pointed out . . . . "We do something wrong, which obviously people in Singapore, Hong Kong, Korea and Japan do far better. Teaching in these strange, exotic places seems for some reason to be far better than we can do it.*

O Índice de Desenvolvimento Humano, IDH, criado pela ONU, gera uma medida comparativa de desenvolvimento social. Um índice associa indicadores e o IDH usa o PIB per capita (depois de corrigi-lo pelo poder de compra de cada país), a longevidade (um indicador da expectativa de vida) e a educação. A educação é avaliada pelo índice de analfabetismo e pela taxa de matrícula em todos os níveis de ensino (BRASIL, 2010). A ONU considera a educação como um dos determinantes da qualidade de vida de um povo.

Nas conclusões de seu texto "*School Effectiveness and Equity: Making Connections*", Pam Sammons apresenta-nos, citando Mortimore:

> *Em sua análise a respeito dos efeitos positivos da escola, meu colega Mortimore concluiu: 'Embora as diferenças entre as formações de estudantes oriundos de escolas distintas possam não ser grandes, elas podem representar a diferença entre o sucesso e o fracasso e operar como fatores facilitadores ou inibidores na educação superior. Junto com atitudes e comportamentos socialmente desejáveis e com a assunção de uma auto-imagem positiva, o potencial da escola para incrementar as chances de sucesso na vida do estudante são consideráveis'.* [5] (SAMMONS, 2006, p.33)

Em sequência, citaremos algumas informações extraídas do livro "Mobilidade Social no Brasil", de José Pastore e Nelson do Valle Silva, que afirmam, mais uma vez, a importância da escola.

> *A educação é o mais importante determinante das trajetórias sociais futuras dos brasileiros, importância que vem crescendo ao longo do tempo. Não é exagero dizer que a educação constitui hoje o determinante central e decisivo do posicionamento sócio-econômico das pessoas na hierarquia social.* (PASTORE, 2000, p.40)

---

[5] *In his analysis of the positive effects of schooling my colleague Mortimore concluded: 'Although the differences in scholastic attainment achieved by the same students in contrasting schools is unlikely to be great, in many instances it represents the difference between success and failure and operates as a facilitating or inhibiting factor in higher education. When coupled with the promotion of other pro-social attitudes and behaviours, and the inculcation of a positive self-image, the potential of the school to improve the life chances of students is considerable'.*

A posição que um indivíduo assume ao entrar no mercado de trabalho constitui um importante determinante da evolução futura de sua situação socioeconômica, dificultando ou facilitando sua carreira posterior. Esta posição é, por sua vez e em larga medida, determinada pela origem social familiar da pessoa.

Por exemplo, o exame da relação entre educação paterna e o status socioeconômico do primeiro trabalho do filho, verifica-se que mais da metade dos homens cujos pais nunca freqüentaram a escola, iniciou sua carreira como trabalhadores rurais, o estrato ocupacional mais baixo. Entre indivíduos com essa origem social, apenas 7,8% conseguiram cruzar a barreira que separa o trabalho não-manual do manual.

(PASTORE, 2000, p.43)

A educação aparece com grande poder explicativo. Mesmo quando controlada pela ocupação de entrada no mercado de trabalho, a educação afeta positivamente as trajetórias de carreira. (PASTORE, 2000, p.75)

A escola faz diferença!

A busca, então, é por quais são as escolas que fazem diferença? Como universalizar essa "boa escola"? Pode-se procurar as respostas nos dados que possuímos nos sensos escolares, no Saeb e na Prova Brasil. É isso o que o MEC e a UNICEF fazem na pesquisa "Aprova Brasil, o direito de aprender"

A análise das evidências do Saeb, agora a partir dos resultados da Prova Brasil, continua sendo norteada pelos fatores da 'boa escola'. Nessa direção, o estudo 'Aprova Brasil, o direito de aprender', realizado pelo Unicef, identificou fatores comuns a 33 escolas do País que, apesar de todas as condições desfavoráveis, conseguiram causar um forte impacto positivo sobre a vida e a aprendizagem dos alunos. (COELHO,2008, p. 246)

As escolas foram escolhidas a partir de seus resultados na avaliação, sendo também consideradas as informações sobre a situação socioeconômica dos alunos que participaram da prova e dos municípios em que elas se localizam.

Com isso foi possível comparar as escolas não só observando a nota média obtida por seus alunos, mas também o quanto a própria escola pode ter contribuído efetivamente para o seu desempenho na prova. É o que se chamou de Índice de Efeito Escola (IEE) que mede o impacto que a escola tem na vida e no aprendizado da criança. Por isso as escolas visitadas não são as que obtiveram maiores notas, em valores absolutos, mas aquelas com o mais alto efeito-escola. Elas situam-se em municípios ou bairros onde

> *moram famílias de baixa renda, seus alunos apresentam alta vulnerabilidade para a exclusão social e, mesmo assim, nessas escolas, eles aprendem.*
>
> *Chegou-se então a um grupo de escolas que apresentaram resultados de desempenho na Prova Brasil sempre acima da média nacional e também superiores em relação às escolas da mesma região e com características semelhantes, segundo os critérios utilizados pelo UNICEF e MEC.*
>
> (SILVA, 2008, p. 98)

O resultado da Prova Brasil, uma avaliação censitária nacional, foi usado na composição de um índice (o IEE) que se propõe a identificar o nível de interferência da escola no desempenho positivo dos alunos.

As avaliações de larga escala podem fomentar pesquisas que nos levem a identificar os fatores característicos da “boa escola”, e disseminá-las.

A partir três enfoques justificamos a implantação e o desenvolvimento das avaliações de larga escala: o econômico, o político e o social. Busquemos, agora, identificar as características e as abrangências das avaliações de larga escala presentes no Brasil. Até que ponto as avaliações se complementam? Até que ponto elas se sobrepõem? Não seria possível usar os resultados de uma delas para chegar às mesmas conclusões que se chega com os resultados da outra? Ou seja, seria possível deixar de aplicar uma delas sem prejuízo das conclusões? Perscrutemos as avaliações.

3 – AS AVALIAÇÕES DE LARGA ESCALA NO BRASIL

No ano de 2009, a secretaria de educação do Estado do Rio de Janeiro distribuiu às escolas um guia de orientação. Nele encontramos:

> *Ainda que existam variações nas linhas teóricas adotadas, a avaliação educacional pode ser identificada a partir de duas dimensões: uma interna (avaliação de aprendizagem realizada, sobretudo, pelo professor como parte do seu fazer pedagógico); e outra externa (avaliação do desempenho escolar em larga escala, de natureza sistêmica, realizada por agente externo à escola).* (AMAURY, 2009, p.21)

Amaury também apresenta os principais objetivos de uma avaliação de larga escala. Tais avaliações podem ter por objetivos:

Autoavaliação — busca informar ao avaliado a situação em que se encontra quando comparado a seus pares, com aqueles em situação homogênea. Uma avaliação com esse objetivo é o Exame Nacional do Ensino Médio, ENEM.

Certificação — obter um reconhecimento formal das habilidades e competência que aqueles que participam da avaliação demonstram ter. O ENCEJA, Exame Nacional para Certificação de Jovens e Adultos, é um exame com esse objetivo.

Credenciamento — tais avaliações ordenam os indivíduos pelo domínio de determinados conhecimentos, habilidades ou competência. Os concursos públicos e os vestibulares são exemplos de avaliações com esse objetivo.

Diagnóstico — visam fornecer informações sobre os sistemas de ensino, escolas e até sobre o aluno. Essas informações auxiliam na tomada de decisões e permitem comparar os resultados com os objetivos estabelecidos ou esperados. A Prova Brasil, o Saeb e o Pisa são exemplo de avaliações com esse objetivo.

Rendição de Contas — fornece informações objetivas e claras para a sociedade a respeito de seus programas. É um objetivo agregado a praticamente todas as avaliações externas.

No mais das vezes, uma avaliação de desempenho escolar não se limita a um único destes objetivos. A Prova Brasil, por exemplo, além da função diagnóstica, tem por objetivo a rendição de contas e a autoavaliação. Com o uso do ENEM como meio de ascender à universidade, esta avaliação acaba por apresentar todos os cinco objetivos descritos.

O Brasil participa de avaliações de educação internacionais, como o PISA (Program for International Student Assessment) e das avaliações desenvolvidas pelo Llece (Laboratório Latino-Americano de Avaliação da Qualidade da Educação) e pela UNESCO. Nacionalmente, contamos com o Saeb, a Prova Brasil, o ENEM, a Provinha Brasil entre outras avaliações externas à escola. Vamos nos direcionar ao PISA e ao Saeb e Prova Brasil.

3.1 – O PISA

> *O PISA é um programa internacional de avaliação comparada, cuja principal finalidade é produzir indicadores sobre a efetividade dos sistemas educacionais, avaliando o desempenho de alunos na faixa dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países.* (INEP, 2010)

Esse programa é coordenado e desenvolvido pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Trinta países fazem parte da OCDE e o Brasil não é um deles. Entretanto foi o único país não membro da OCDE a participar de todas as avaliações do PISA. É uma avaliação trienal e que teve sua primeira edição em 2000. As avaliações do PISA abordam três áreas: Leitura, Matemática e Ciências. Em cada edição, o foco recai principalmente sobre uma dessas áreas.

2000	2003	2006	2009
Leitura	Matemática	Ciências	Leitura

> O principal objetivo do PISA consiste em saber em que medida alunos na faixa de 15 anos encontram-se preparados para enfrentar os desafios da vida futura, ou seja, adquiriram conhecimentos e competências que lhes serão essenciais para uma inserção participativa na sociedade.
>
> (...)
>
> *O PISA é desenhado a partir de um modelo dinâmico de aprendizagem, no qual novas competências devem ser continuamente desenvolvidas para uma adaptação bem sucedida em um mundo em constante transformação. Para serem aprendizes efetivos por toda a vida, os jovens precisam de uma base sólida em domínios-chave, e devem ser capazes de organizar e gerir seu aprendizado, o que requer consciência da própria capacidade de raciocínio e de estratégias e métodos de aprendizado.*
>
> *Para avaliar esses aspectos, o PISA não só examina conhecimentos e competências dos alunos em três domínios-chave (Leitura, Matemática e Ciências), mas também seus hábitos de estudo, suas motivações e suas preferências por diferentes tipos de situações de aprendizado.*
>
> (INEP, 2008)

Note que a proposta do PISA não se limita a avaliar apenas conteúdos escolares. Preocupa-se com a capacidade de uma permanente aquisição de novos conhecimentos, com a capacidade de adaptação a um mundo em permanente transformação.

O PISA pretende avaliar o **letramento** nas três áreas: Leitura, Matemática e Ciências. "Letramento" foi um termo escolhido para refletir a amplitude do que está sendo avaliado. O letramento em Matemática

> *Demanda o uso de competências matemáticas em vários níveis, abrangendo desde a realização de operações básicas até o raciocínio e as descobertas matemáticas.*
>
> *O Letramento em Matemática é avaliado em três dimensões:*
>
> *1. O conteúdo de Matemática, definido primeiramente em termos de conceitos matemáticos mais amplos (como estimativa, mudança e crescimento, espaço e forma, raciocínio lógico, incerteza e dependências e relações), e secundariamente em relação a ramos do currículo (como relações numéricas, álgebra e geometria).*
>
> *2. O processo da Matemática, definido pelas competências matemáticas gerais. Essas incluem o uso da linguagem matemática, escolha de modelos e procedimentos e habilidades de resolução de problemas. No entanto, a idéia não é separar essas habilidades em diferentes itens de teste, já que se pressupõe que uma série de competências será necessária para desempenhar qualquer tarefa matemática. Essas competências são organizadas em três classes: a primeira consiste na realização de operações simples; a segunda exige o estabelecimento de conexões para resolver problemas; a terceira consiste de raciocínio matemático, generalização e descobertas, e exige que os alunos façam análises, identifiquem elementos matemáticos de uma dada situação e proponham problemas.*
>
> *3. As situações nas quais a Matemática é usada, variando de contextos particulares àqueles relacionados com questões científicas e públicas mais amplas.* (INEP, 2010a)

3.2 – O SAEB E A PROVA BRASIL

A prova do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) teve sua primeira edição em 1990. A segunda edição ocorreu em 1993. Desde então, o Saeb vem sendo aplicado ininterruptamente a cada dois anos. A partir da edição de 1995, foi incorporada a Teoria da Resposta ao Item, TRI, que permitiu comparar o desempenho dos alunos ao longo dos anos. Em 1997, foi incorporada a Matriz de referência.

O Saeb trabalha por amostra e avalia alunos de todo o território nacional ao término da 4ª série/5º ano e 8ª série/9º ano do ensino fundamental e da 3ª série do ensino médio. O Saeb tem como principais objetivos:

- *oferecer subsídios à formulação, reformulação e monitoramento de políticas públicas e programas de intervenção ajustados às necessidades diagnosticadas nas áreas e etapas de ensino avaliadas;*
- *identificar os problemas e as diferenças regionais do ensino;*
- *produzir informações sobre os fatores do contexto socioeconômico, cultural e escolar que influenciam o desempenho dos alunos;*
- *proporcionar aos agentes educacionais e à sociedade uma visão clara dos resultados dos processos de ensino e aprendizagem e das condições em que são desenvolvidos e*
- *desenvolver competência técnica e científica na área de avaliação educacional, ativando o intercâmbio entre instituições educacionais de ensino e pesquisa.* (INEP, 2010d)

Por ser amostral, o Saeb permite tirar conclusões sobre o Brasil e as unidades da Federação. Para expandir esse universo, foi criada em 2005 a Prova Brasil, que é quase censitária, avalia todos os estudantes da rede pública urbana de ensino, de 4ª e 8ª séries do ensino fundamental. Assim, é possível fazer inferências a respeito dos municípios e das escolas. Por outro lado, a Prova Brasil avalia apenas escolas do ensino fundamental.

Como a metodologia das duas provas é a mesma, a partir de 2007 elas passaram a ser operacionalizadas juntas e, como são complementares, uma não implica a extinção da outra. O quadro abaixo, fundamentado no quadro existente no sítio do INEP (INEP 2010e), apresenta diferenças e semelhanças entre o Saeb e a Prova Brasil.

Prova Brasil		Saeb
A prova foi criada em 2005		A primeira aplicação ocorreu em 1990
Sua primeira edição foi em 2005, e em 2007 e 2009 houve novas aplicações.		Foi aplicada em 1990, 1993 e, a partir de então, a cada dois anos.
A Prova Brasil avalia as habilidades em Língua Portuguesa (foco em leitura) e Matemática (foco na resolução de problemas)		Alunos fazem prova de Língua Portuguesa (foco em leitura) e Matemática (foco na resolução de problemas)
Avalia apenas estudantes de ensino fundamental, de 4ª e 8ª séries.		Avalia estudantes de 4ª e 8ª séries do ensino fundamental e também estudantes do 3º ano do ensino médio.
A Prova Brasil avalia as escolas públicas localizadas em área urbana.		Avalia alunos da rede pública e da rede privada, de escolas localizadas nas áreas urbana e rural.
A avaliação é quase universal: todos os estudantes das séries avaliadas, de todas as escolas públicas urbanas do Brasil com mais de 20 alunos na série, devem fazer a prova.		A avaliação é amostral, ou seja, apenas parte dos estudantes brasileiros das séries avaliadas participam da prova.
Por ser universal, expande o alcance dos resultados oferecidos pelo Saeb. Como resultado, fornece as médias de desempenho para o Brasil, regiões e unidades da Federação, para cada um dos municípios e escolas participantes.		Por ser amostral, oferece resultados de desempenho apenas para o Brasil, regiões e unidades da Federação.
Parte das escolas que participam da Prova Brasil ajuda a construir também os resultados do Saeb, por meio de recorte amostral.		Todos os alunos do Saeb e da Prova Brasil fazem uma única avaliação.

Em qualquer um dos três segmentos do Saeb ou da Prova Brasil (4ª série, 8ª série ou 3ª série do ensino médio), o conteúdo de matemática é dividido em quatro temas: tema 1 — espaço e forma; tema 2 — grandezas e medidas; tema 3 — número e operações/álgebra e funções; tema 4 — tratamento de informações. Cada tema é avaliado por meio de descritores que compõem a matriz de referência.

> *O descritor é uma associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelo aluno, que traduzem certas competências e habilidades. Os descritores:*
>
> • *indicam habilidades gerais que se esperam dos alunos;*
> • *constituem a referência para seleção dos itens que devem compor uma prova de avaliação.* (BRASIL, 2008)

No ANEXO II apresentamos os descritores de Matemática usados no Saeb e na Prova Brasil.

Os resultados da avaliação do Saeb e da Prova Brasil são apresentados numa escala de proficiência que vai de 0 a 500 e neste intervalo foram escolhidos alguns pontos para caracterizar o que os alunos são capazes de fazer. No caso da Prova Brasil (alunos da 4ª série/8º ano e da 5ª série/ 9º ano), a escala vai até 375 (ANEXO III) .

4 – A MATEMÁTICA NAS AVALIAÇÕES DE LARGA ESCALA

O "conteúdo" que será selecionado para elaboração de uma avaliação de larga escala depende, obviamente, dos objetivos desta avaliação. Se o objetivo for o acompanhamento ao longo do tempo e a comparação de sistemas educacionais, é um consenso que duas disciplinas devem estar presentes: a Matemática e o Português (a língua materna). No caso do Pisa, enfoca-se, também, Ciências. O Pisa, além do acompanhamento e comparação dos sistemas educacionais, objetiva verificar se os jovens, ao término da educação compulsória, adquiriram os conhecimentos e habilidades necessárias para plena participação na sociedade.

> *Desenvolvido em conjunto pelos países membros da OEDC através do Departamento de Educação da OECD, o Programa para Avaliação Internacional de Estudantes (PISA) objetiva mensurar o quanto os estudantes próximos ao término do período de educação compulsória adquiriram conhecimentos e habilidades essenciais para plena participação na sociedade. PISA é uma parte importante do trabalho do Departamento de Educação, que coleta dados e prove indicadores de comparação dos sistemas educacionais dos membros da OECD e dos países participantes.* [6]
> (Pisa, 2010, p.4)

Num mundo no qual imperam os avanços tecnológicos, no qual os conhecimentos científicos avançam a passos largos e assumem posição de destaque na organização social e na construção de valores, justifica-se a presença de Ciências no Pisa.

Por outro lado, se quiséssemos caracterizar a contemporaneidade com uma única palavra, esta palavra seria *velocidade*. As mudanças são cada vez mais rápidas: mudam os conceitos, mudam os valores, mudam os produtos e serviços oferecidos pelo mercado. O conhecimento e as habilidades que hoje se apresentam como necessários e desejáveis podem deixar de sê-lo em bem pouco tempo. Para viver num mundo no qual as mudanças são tão rápidas, o homem deve estar preparado para adquirir novos

---

[6] *Developed jointly by OECD member countries through the OECD's Directorate for Education, the Program for International Student Assessment (PISA) aims to measure how far students approaching the end of compulsory education have acquired some of the knowledge and skills essential for full participation in the knowledge society. PISA is an important part of the work of the Directorate for Education, which collects data and provides comparative indicators of education systems in OECD member and partner countries.*

conhecimentos e novas habilidades a qualquer momento e o tempo todo. É necessário aprender a aprender. Duas disciplinas aparecem como bases para aquisição dos demais conhecimentos como um todo: a Matemática e o Português (língua materna). Elas aparecem como metalinguagem na aquisição de outros conhecimentos e não podem ser reduzidas uma a outra, são complementares e necessárias.

> *(...) no desempenho de suas funções básicas, a Língua Materna não pode ser caracterizada apenas como um código, enquanto que a Matemática não pode restringir-se a uma linguagem formal: a aprendizagem de cada uma das disciplinas deve ser considerada como a elaboração de um instrumental para um mapeamento da realidade, como a construção de um sistema de representação. A Matemática e a Língua Materna, diferentemente dos variados ramos do conhecimento que as utilizam, constituem condição de possibilidade de conhecimento em qualquer ramo, sendo responsáveis inclusive pela produção dos próprios instrumentos que irão utilizar; nessa condição é que devem ser ensinadas.*
>
> (MACHADO, 2001, p.127)

Sendo um pressuposto que qualquer sistema educacional visa preparar o homem no presente e para o futuro, num mundo em permanente mudança, aprender a aprender é uma exigência. A Matemática e a Língua Materna devem estar presentes em qualquer avaliação de desempenho de sistemas educacionais, visto que são as bases do aprender a aprender, além de possuírem especificidade própria na construção do conhecimento necessário à participação plena em sociedade.

5 – TRÊS ELEMENTOS TÉCNICOS

5.1 – A TEORIA DA RESPOSTA AO ITEM

Generalizou-se o uso da TRI (Teoria da Resposta ao Item) nas avaliações de larga escala. O Saeb faz uso da TRI desde 1995 e o PISA a utiliza desde a sua primeira edição, em 2000. A grande vantagem da TRI em relação à Teoria Clássica é a possibilidade de comparar resultado de avaliações aplicadas em datas diferentes, ou de avaliações diferentes, aplicadas a um mesmo grupo. Andrade nos chama a atenção para isso já na introdução de seu livro. (ANDRADE, 2000, p.3)

A comparação de resultados obtidos em avaliações nacionais permite acompanhar o desenvolvimento da educação e verificar possíveis relações entre as políticas públicas e o desempenho dos sistemas educacionais. Esse acompanhamento tornou-se possível no Brasil a partir de 1995, quando começou a ser usada a TRI no Saeb.

A possibilidade de comparar alunos submetidos a provas diferentes, desde que estas provas possuam alguns itens comuns, também operacionaliza a aplicação das provas. É desejável que na avaliação dos sistemas educacionais compostos por um universo tão variável de alunos e realidades como são os do Brasil, utilize-se um grande número de itens para compor os testes. Uma prova com um número pequeno de itens, 20 ou 30, não é adequada para avaliar a aprendizagem desenvolvida pelas escolas no Saeb, por exemplo, cuja matriz de habilidades da 8ª série apresenta 37 descritores. Uma prova com 20 ou 30 itens sequer cobriria todos os descritores. Por outro lado, uma prova com um número grande de itens, 150 itens, por exemplo, exigiria do aluno um tempo considerável para ser respondida. De forma geral, os resultados dessas provas de avaliação sistêmica não interferem diretamente na vida escolar do aluno e convencê-lo a empenhar-se na resposta de 150 questões torna-se uma dificuldade.

A solução encontrada na aplicação do Saeb para contornar a dificuldade de usar um grande número de testes em avaliações com duração de uma hora ou uma hora e meia, foi a utilização da modelagem matricial de itens (FONTANIVE, 1995). Cada aluno responde a cerca de 35 itens e nem todos os alunos respondem ao mesmo caderno de questões. Nas diversas edições do Saeb, os itens foram divididos em blocos, 13, no total. Cada bloco com 10 a 13 itens. Estes blocos compõem 26 cadernos de testes distintos. Cada caderno contém três blocos. Deste modo, cada aluno responde de 30 a 39 questões e são aplicadas, ao todo, de 130 a 169 questões. Na organização dos cadernos são incluídos blocos comuns, o que permite comparar os resultados dos alunos em uma disciplina por intermédio da TRI. Com a utilização da TRI, estima-se a proficiência dos alunos, colocando-os em uma mesma escala, mesmo tendo eles feito provas distintas. Assim, cada habilidade, cada descritor pode estar presente em diversos itens sem que seja necessário que cada aluno responda a provas longas e cansativas.

5.2 – A TEORIA CLÁSSICA DOS TESTES

Comecemos citando Pasquali.

> *A Psicometria procura explicar o sentido que têm as respostas dadas pelos sujeitos a uma série de tarefas, tipicamente chamadas de itens. A Teoria Clássica dos Testes (TCT) se preocupa em explicar o resultado final total, isto é, a soma das respostas dadas a uma série de itens, expressa no chamado escore total (T). Por exemplo, o T em um teste de 30 itens de aptidão seria a soma dos itens corretamente acertados. Se você dá 1 para um item acertado e 0 para um errado, e o sujeito acertou 20 itens e errou 10, seu escore T seria 20. A TCT, então, se pergunta o que significa este 20 para o sujeito?*
>
> (PASQUALI, 2009, p.67)

Na busca pelo significado do escore, a TCT trabalha com índices como a proporção de acertos das questões, o percentual de acertos de um determinado item pelo grupo de indivíduos com melhor desempenho na prova e pelo grupo de indivíduos com pior desempenho ou a diferença entre os percentuais de acertos desses dois grupos. Se uma mesma avaliação for aplicada a grupos distintos de respondentes, os índices serão distintos. Se for mantido o grupo de indivíduos, mas os itens forem trocados, ou seja, se for mudada a avaliação, os índices também mudarão. Essa é a grande diferença entre a Teoria Clássica e a Teoria da Resposta ao Item: a primeira foca o resultado, o escore do teste e a TRI preocupa-se com os itens.

> *(...) A TRI, por outro lado, não está interessada no escore total em um teste; ela se preocupa especificamente com cada um dos 30 itens e quer saber qual é a probabilidade e quais são os fatores que afetam esta probabilidade de cada item individualmente ser acertado ou errado (em testes de aptidão) ou de ser aceito ou rejeitado (em testes de preferência: personalidade, interesses, atitudes). Desta forma você vê que a TCT tem interesse em produzir 'testes' de qualidade, enquanto a TRI se interessa por produzir 'tarefas' (itens) de qualidade. No final, então, você tem ou testes válidos (TCT) ou itens válidos (TRI), itens com os quais você poderá construir tantos testes válidos quanto quiser ou o número de itens permitir.* (PASQUALI, 2009, p.67)

5.3 - O IDEB

O IDEB, Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, tornou-se referência em termos de qualidade de educação no Brasil. Ele foi criado com esse objetivo.

> *Art. 3º A qualidade da educação básica será aferida, objetivamente, com base no IDEB, calculado e divulgado periodicamente pelo INEP, a partir dos dados sobre rendimento escolar, combinados com o desempenho dos alunos, constantes do censo escolar e do Sistema de Avaliação da Educação Básica — SAEB, composto pela Avaliação Nacional da Educação Básica — ANEB e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Prova Brasil).*
>
> *Parágrafo único. O IDEB será o indicador objetivo para a verificação do cumprimento da metas fixadas no termo da adesão ao Compromisso.*
>
> (BRASIL, 2007)

Dermeval Saviani chama atenção para o fato do IDEB ser um fator de distinção do PDE.

> *Em sentido positivo, a singularidade do PDE manifesta-se naquilo que ele traz de novo e que, portanto, não fazia parte do PNE e também não se encontra nos planos anteriores. Trata-se da preocupação em atacar o problema qualitativo da educação básica brasileira, o que se revela em três programas lançados no dia 24 de abril: o IDEB, o 'Provinha Brasil' e o 'Piso do Magistério'.* (SAVIANI, 2009, p.30)

Não podemos, pois, nos esquivar de abordar, mesmo que de forma ligeira, o IDEB, o seu significado e a forma de calculá-lo. O INEP disponibiliza uma nota técnica na qual encontramos:

> *O Ideb é um indicador de qualidade educacional que combina informações de desempenho em exames padronizados (Prova Brasil ou Saeb) – obtido pelos estudantes ao final das etapas de ensino (4ª e 8ª séries do ensino fundamental e 3ª série do ensino médio) – com informações sobre rendimento escolar (aprovação).*
>
> *Estudos e análises sobre qualidade educacional raramente combinam as informações produzidas por esses dois tipos de indicadores, ainda que a complementaridade entre elas seja evidente. Um sistema educacional que reprova sistematicamente seus estudantes, fazendo com que grande parte deles abandone a escola antes de completar a educação básica, não é desejável,*

mesmo que aqueles que concluem essa etapa de ensino atinjam elevadas pontuações nos exames padronizados. Por outro lado, um sistema em que todos os alunos concluem o ensino médio no período correto não é de interesse caso os alunos aprendam muito pouco na escola. Em suma, um sistema de ensino ideal seria aquele em que todas as crianças e adolescentes tivessem acesso à escola, não desperdiçassem tempo com repetências, não abandonassem a escola precocemente e, ao final de tudo, aprendessem.

Sabe-se que, no Brasil, a questão do acesso à escola não é mais um problema, já que quase a totalidade das crianças ingressa no sistema educacional. Entretanto, as taxas de repetência dos estudantes são bastante elevadas, assim como a proporção de adolescentes que abandonam a escola antes mesmo de concluir a educação básica. Outro indicador preocupante é a baixa proficiência obtida pelos alunos em exames padronizados.

O Ideb foi desenvolvido para ser um indicador que sintetiza informações de desempenho em exames padronizados com informações sobre rendimento escolar (taxa média de aprovação dos estudantes na etapa de ensino).

(INEP, 2010f)

O IDEB é o resultado do produto do desempenho escolar pelo rendimento escolar. O desempenho é uma média padronizada da Prova Brasil (ou Saeb) e o rendimento é o inverso do tempo médio de conclusão de uma série.

$$\text{IDEB} = \text{N} \times \frac{1}{\text{T}}$$

N $\rightarrow$ Média da proficiência em Língua Portuguesa e Matemática, padronizada para um indicador entre 0 e 10.

T $\rightarrow$ É o número de anos, em média, que os alunos de uma escola, estado ou sistema escolar levam para completar uma série.

$\frac{1}{\text{T}}$ assume valores entre 0 e 1 e N assume valores entre 0 e 10. Deste modo,

$$0 \leq \text{IDEB} \leq 10.$$

Quando o fluxo escolar é ideal, $\frac{1}{\text{T}}$ assume o valor 1 e o IDEB identifica-se com a nota padronizada do Saeb e Prova Brasil. Quanto mais os alunos demorarem a concluir as séries escolares, tanto maior será T e, por conseguinte, mais próximo de 0 estará $\frac{1}{\text{T}}$, reduzindo o valor do IDEB.

No ANEXO VII encontramos um cartaz oficial de divulgação do IDEB de uma unidade escolar.

6 – PROFICIÊNCIA MATEMÁTICA

O que significa uma pessoa ser proficiente em Matemática? No dicionário Novo Aurélio Século XXI, edição de 1999 , encontramos:

Proficiência
1. Qualidade de proficiente; competência, aptidão, capacidade; habilidade.
2. Proveito, vantagem; proficuidade.

Matemática
1. Ciência que investiga relações entre entidades definidas abstrata e logicamente.
2. Tratado ou compêndio de matemática.
3. Exemplar de um desses tratados ou compêndios.

Se conectarmos os dois vernáculos buscando cunhar um significado para a expressão *proficiência matemática*, teremos, na melhor das hipóteses, um reducionismo. Limitar a Matemática à definição presente no dicionário é reduzi-la consideravelmente. De fato, buscar uma definição de Matemática é uma tarefa ingrata. Philip J. Davis e Reuben Hersch declaram.

> *A definição de matemática muda. Cada geração e cada matemático sério, em uma dada geração, formulam uma definição de acordo com seu entendimento.* (DAVIS, 1985, p.53)

Deixemos destacado, nesta declaração, a alusão feita à relação da definição de Matemática com a prática social da Matemática.

Caminhemos um pouco mais no significado da palavra *Matemática*. Nas considerações iniciais do livro Matemática e Realidade, de Nilson José Machado, encontramos:

> *O termo 'matemática' é de origem grega; significa "o que se pode aprender" ('mathema' quer dizer aprendizagem)*
>
> *(...)*
>
> *Há, no entanto, nessas fontes, o registro de termos com a mesma origem e que manifestam o significado inicial. Por exemplo, a partir de 'mathesis' (aquisição de conhecimentos, aprendizagem), temos:*
>
> *'Matesiologia': ciência do ensino em geral. (Aurélio)*

'Matética: conjunto de princípios norteadores que regem a aprendizagem. (enc. Britânica). (MACHADO, 1987, p.7)

Mais uma vez, destacamos a ligação do significado, da origem da palavra *Matemática*, com a prática social. *O que se pode aprender* é um objeto. Mas o ato de aprender (apreender) este objeto é uma prática social.

Na introdução da seção 2 de Assessing Mathematical Proficiency, Alan H. Schoenfeld nos diz:

> *Definições são tão importantes em educação quanto o são em matemática. Se alguém deseja avaliar a proficiência matemática de um estudante, então é melhor que esse alguém comece definindo o termo. Como os dois ensaios nesta seção indicam, isto não é tão simples quanto possa parecer. De acordo com R. Buckminster Fuller, a questão fundamental consiste em se considerar a matemática como um substantivo ou um verbo. Os pontos de vista fazem bastante diferença: o que alguém considera que a matemática é tem significantes implicações tanto para o ensino quanto para a avaliação.*
>
> *Uma forma de ver a matemática (na visão de um "substantivo") é como um maravilhoso e extraordinário corpo estruturado de conhecimento. Nesta perspectiva, a questão é: Como este corpo de conhecimento pode ser organizado de modo que os estudantes possam apreendê-lo da melhor maneira possível? Uma segunda forma de ver a matemática é pensá-la como O Que os Matemáticos Fazem, com ênfase no verbo. Mesmo aqui, há múltiplos níveis de descrições. No nível das ações, por exemplo, encontramos procedimentos matemáticos como resolução de problemas e demonstrações de teoremas. Em um nível mais profundo, há abstrações, generalizações, organizações e reflexões (entre outros processos), ações que são requeridas quando alguém resolve problemas e demonstra teoremas.* [7] (SCHOENFELD, 2007, p.29)

---

[7] *Definitions are important in education, as they are in mathematics. If one is to assess students' mathematical proficiency, then one had better start by defining the term. As the two essays in this section indicate, this is not as straightforward as it might seem. To echo R. Buckminster Fuller, a fundamental question is whether one considers mathematics to be a noun or a verb. One's view makes a difference: what one defines mathematics to be has significant implications both for teaching and for assessment.*

One way to view mathematics (the "noun" view) is as a wonderful and remarkably structured body of knowledge. From this perspective, the question becomes: How should that body of knowledge be organized so that students can best apprehend it? A second way to view mathematics is to think of it as What Mathematicians Do, with an emphasis on the verb. Even here, there are multiple levels of description. At the action level, for example, there are mathematical activities such as solving problems and proving theorems. At a deeper process level there are the activities of abstracting, generalizing, organizing, and reflecting (among others), which are called into service when one solves problems and proves theorems.

Continuando a seção 2 de Assessing Mathematical Proficiency, R. James Milgram, em What is Mathematical Proficiency , apresenta:

> *Através dos anos, diversas pessoas têm tentado definir matemática como 'o estudo dos modelos' ou 'a linguagem da ciência', mas os matemáticos profissionais vêm evitando tentar uma definição. Pelo que eu consigo recordar, o mais próximo que um pesquisador matemático chegou de escrever uma definição foi Roy Adler em meados dos anos 60 ao sugerir, de maneira mais ou menos séria, que 'Matemática é o que os matemáticos fazem'.* [8]
>
> (MILGRAM, 2007, p.32)

Apesar da expressão *de maneira mais ou menos séria*, vale o destaque para a matemática sendo apresentada como uma prática social: aquilo que os matemáticos fazem.

Desloquemo-nos para Yves Chevalhard, em Estudar Matemática: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Apresentamos o diálogo entre uma professora (P) e um estudante (E) sobre o que significa "ser matemático".

> (...)
>
> *E.: Sinto muito, sinto muito... A senhora poderia me dizer o que entende exatamente por matemático? É que não consigo perceber isso muito claramente.*
>
> *P.: Pois veja, falamos dos matemáticos que pesquisam em matemática.*
>
> *E.: Sim.*
>
> *P.: Esse é um sentido um tanto quanto restrito da palavra "matemático". Vou lhe propor outra definição. Quando alguém consulta outra pessoa sobre uma questão de matemática... Digamos, quando uma pessoa A consulta uma pessoa B sobre algo de matemática; quando B outorga sua confiança a A sobre a validade da resposta; quando A aceita a incumbência de B e se compromete — não necessariamente de maneira explícita — a garantir a validade de sua resposta, então A é um matemático ou uma matemática. Melhor dizendo, A é um matemático para B.*
>
> *E.: Ou seja, segundo sua definição, ser matemático não é uma propriedade, mas uma relação entre duas pessoas. É isso?*
>
> *P.: Exatamente.* (CHEVALLARD, 2001, p.27-28)

---

[8] *Over the years, a number of people have tried to define mathematics as 'the study of patterns' or 'the language of science', but professional mathematicians have avoided trying to define mathematics. As best I can recollect, the nearest that a research mathematician came to attempting a definition in print was Roy Adler in the mid-1960s who suggested the semi-serious "Mathematics is what mathematicians do".*

Segundo Chevallard, ser matemático não é uma propriedade de alguém, é uma relação entre pessoas. Definir “ser matemático” como uma relação entre duas pessoas tendo como crivo desta relação critérios estabelecidos por estas mesmas pessoas deixa a definição vaga demais. Mas, o que nos importa aqui, é a atenção dada à Matemática como uma relação entre pessoas. Relações entre pessoas são estabelecidas por práticas sociais.

Estamos respaldados para aceitar a Matemática como uma prática social. Desta forma, definir Matemática seria equivalente a identificar e descrever tais práticas. Como prática social, a definição de Matemática muda com o tempo e o espaço. Cada matemático sério em cada geração estabelece uma definição de Matemática. Matemática é aquilo o que os matemáticos fazem, mas não só os matemáticos, pois eles não são os únicos que possuem práticas sociais ligadas à matemática. Matemática é aquilo que uma pessoa faz quando assume a função de matemático para outra pessoa. Estamos considerando a Matemática como um “verbo”.

Está fora do escopo deste trabalho descrever as várias práticas sociais que definem a Matemática. Mas, aceitando a Matemática como “verbo”, aceitando-a como uma prática social, a proficiência matemática passa a estar ligada a capacidade de atuar nesta prática. Por outro lado, se não limitarmos, se não caracterizarmos a Matemática (prática social), corremos o risco de pecarmos pelo oposto do reducionismo. Se a definição do dicionário é reducionista, a definição de Matemática pela prática social, sem que sejam estabelecidos os limites, é ampla demais para ser aceita. Caminhemos com James Milgram no estabelecimento destes limites.

> *Realisticamente, na descrição do que a matemática é, o melhor que nós podemos fazer é apresentar as características mais importantes da matemática. Sugiro que estas sejam:*
>
> *(i) Precisão (precisa definição de todos os termos, operações, e propriedades dessas operações).*
>
> *(ii) Estabelecimento de problemas bem formulados e solução deles. (Problemas bem formulados são problemas nos quais todos os termos estão precisamente*

> *definidos e que se refere a um particular universo no qual a matemática possa ser feita.)* [9] (MILGRAM, 2007, p.33)

No decorrer do texto, além de precisão e solução de problemas, Milgram apresenta outra característica da Matemática, o *domínio de atuação*.

> *Aqui estão alguns domínios de atuação. A estrutura dos inteiros é um domínio de atuação, a estrutura dos racionais é um domínio de atuação, e a estrutura dos reais é outro domínio de atuação. Estes são, de longe, os mais importantes domínios de atuação da matemática, mas a matemática não está limitada a estes domínios de atuação.*
>
> - *Modelos, uma vez que tenham sido devidamente definidos, constituem um domínio de atuação. É o caso da teoria dos grupos e grupos operacionais — um tema muito avançado em matemática. Geometria constitui outro domínio de atuação.*
> - *Geometria como é comumente conhecida, a matemática do plano ou do espaço junto com seus pontos, linhas, planos, distâncias, ângulos e transformações. Contudo, as definições precisas aqui são mais difíceis do que no caso dos modelos.* [10] (MILGRAM, 2007, p.33 - 34)

Desta forma, Milgram limita a Matemática e indica um caminho para se reconhecer a proficiência matemática.

> *Matemática envolve três coisas: precisão, domínio de atuação, e resolução de problemas. A consciência desses componentes e dos caminhos através dos quais eles interagem em campos básicos como os números reais ou*

---

9 *Realistically, in describing what mathematics is, the best we can do is to discuss the most important characteristics of mathematics. I suggest that these are:*
(i) Precision (precise definitions of all terms, operations, and the properties of these operations).
(ii) Stating well-posed problems and solving them. (Well-posed problems are problems where all the terms are precisely defined and refer to a single universe where mathematics can be done.)

10 *Here are some examples of stages. The integers build a stage, the rationals build a stage, and the reals build yet another a stage. These are the most important stages for mathematics by far, but you cannot limit mathematics to just these stages.*

- *Patterns, once one has a proper definition, build a stage. This is the theory of groups and group actions — a very advanced subject in mathematics. Geometry plays out on another stage.*
- *Geometry as we commonly know it, is the mathematics of the plane or space together with its points, lines, planes, distance, angles and transformations. However, the precise definitions here are even more difficult than is the case with patterns.*

> *os espaços da geometria euclidiana e o domínio de atuação da álgebra são os componentes essenciais da proficiência matemática.* [11]
>
> (MILGRAM, 2007, p.56)

Considerando o uso adequado do conhecimento um componente essencial da proficiência:

> *A idéia não é a de que o conhecimento não seja importante. Claramente, quanto mais se sabe, maior é o potencial para o uso desse conhecimento. A idéia é que ter conhecimento não é suficiente; ser capaz de usar este conhecimento em circunstâncias apropriadas é um componente essencial da proficiência.*[12] (SCHOENFELD, 2007, p.59)

Alan H. Schoenfeld apresenta quatro aspectos da proficiência matemática: base de conhecimento, estratégias, metacognição e crenças e disposições. Atenhamo-nos na abordagem que Schoenfeld faz a cada um destes aspectos.

Base de Conhecimento

Schoenfeld reconhece a longa história da busca do conteúdo matemático que os estudantes precisam saber. Entretanto, ele identifica que a maior fonte de controvérsias das últimas décadas envolve não somente o nível de habilidades esperado dos alunos, mas, também, o próprio significado de "entender".

---

[11] *Mathematics involves three things: precision, stages, and problem solving. The awareness of these components and the ways in which they interact for basic stages such as the real numbers or the spaces of Euclidean geometry and the stages where algebra plays out are the essential components of mathematical proficiency.*

[12] *The idea was not that knowledge is unimportant. Clearly, the more one knows, the greater the potential for that knowledge to be used. Rather, the idea was that having the knowledge was not enough; being able to use it in the appropriate circumstances is an essential component of proficiency.*

A maior fonte de controvérsias na última década envolveu não somente as habilidades esperadas dos alunos, mas também o que se quer dizer com "conhecimento". Por exemplo, o que significa quando se diz que um aluno da escola elementar conhece a subtração feita na base 10? [13]

(SCHOENFELD, 2007, p.60)

Comparando os resultados de dois testes de proficiência aplicados a 16420 alunos, um deles, o SAT-9, com foco em habilidades e o outro, o Balanced Assessment, que além das habilidades, focava conceitos e resolução de problemas, concluiu:

Estudantes que experimentam uma formação focada em desenvolvimento de habilidades tendem a dominar habilidades relevantes, mas não possuem bom desempenho em testes de resolução de problemas e conhecimento conceitual. Estudantes envolvidos em um currículo de base mais ampla tendem a um desempenho razoável em testes de habilidade (isto é, suas performances em testes de habilidades não são estatisticamente deferentes das performances dos estudantes que participaram de cursos orientados para o desenvolvimento de habilidades), e eles possuem um desempenho muito melhor que aqueles estudantes quando submetidos a avaliações conceituais e de resolução de problemas.

Em suma, o conceito que se tem sobre o que é importante em matemática faz diferença — o que se avalia faz diferença. Primeiramente, os estudantes provavelmente não aprendem o que não é ensinado. Portanto, ensinar um currículo limitado tem conseqüências. Segundo, só é possível descobrir o que o estudante não sabe avaliando esse conhecimento. [14]

(SCHOENFELD, 2007, p.63)

O conteúdo e a forma de avaliação deste conteúdo são importantes na determinação da proficiência matemática.

[13] *A major source of controversy over the past decade has involved not only the level of procedural skills expected of students, but also what is meant by "understanding." For example, what does it mean for an elementary school student to understand base-ten subtraction?*

[14] *Students who experience skills-focused instruction tend to master the relevant skills, but do not do well on tests of problem solving and conceptual understanding. Students who study more broad-based curricula tend to do reasonably well on tests of skills (that is, their performance on skills-oriented tests is not statistically different from the performance of students in skills oriented courses), and they do much better than those students on assessments of conceptual understanding and problem solving.*

In short, one's concept of what counts as mathematics matters a great deal — and, what you assess counts a great deal. First, students are not likely to learn what they are not taught. Hence teaching a narrow curriculum has consequences. Second, one only finds out about what students don't know if one assesses for that knowledge.

Estratégias

> *É desnecessário dizer que "conhecer" matemática, no sentido de ser capaz de produzir fatos e definições, e executar rotinas de comandos, não é suficiente. O estudante precisa ser capaz de usar o conhecimento matemático que possui.* [15] (SCHOENFELD, 2007, p.64)

As estratégias de que trata Schoenfeld estão intimamente ligadas à aplicação do conhecimento matemático, sobretudo na resolução de problemas. Apoiado no trabalho de George Pólya, ele apresenta, sucintamente, a heurística presente em *How to Solve It*, texto pioneiro de Pólya no estudo das estratégias de resolução de problemas.

> *Em resumo, para usar a estratégia descrita por Pólya, quem estiver resolvendo um problema precisa*
>
> *a. decidir pela estratégia,*
> *b. criar um problema relevante e apropriadamente mais fácil relacionado com o problema original,*
> *c. resolver o problema criado, e*
> *d. conceber como utilizar a solução ou método para resolver o problema original.*
>
> *Tudo isso pode não ser trivial.* [16] (SCHOENFELD, 2007, p.66)

Quando se fala em problemas de Matemática não estamos limitados aos exercícios tradicionalmente encontrados na maior parte dos livros textos.

---

[15] *It goes without saying that "knowing" mathematics, in the sense of being able to produce facts and definitions, and execute procedures on command, is not enough. Students should be able to use the mathematical knowledge they have.*

[16] *In short, to use the strategy Pólya describes, the problem solver needs to*
a. think to use the strategy,
b. generate a relevant and appropriate easier related problem,
c. solve the related problem, and
d. figure out how to exploit the solution or method to solve the original problem.
All of these can be nontrivial.

> *Um problema em matemática (ou um problema bem formulado) é um problema no qual todos os termos são precisamente conhecidos no contexto de um particular domínio de atuação. Ele pode não ter resposta e ele pode ter uma resposta que contenha muitos subcasos especiais.* [17] (MILGRAM, 2007, p.38)

Além disso, a solução de um problema pode levar horas, dias ou até mesmo anos.

Metacognição

A melhor forma de entender o que Schoenfeld chama de metacognição é observar os gráficos que apresentam uma linha de tempo e as ações durante a resolução de um problema. As ações destacadas são: ler, analisar o que foi lido, explorar as possibilidades, planejar as ações, implementar o que foi planejado e verificar os resultados obtidos. O primeiro gráfico refere-se ao trabalho de dois alunos e o segundo, mostra o trabalho de um matemático profissional resolvendo um problema em uma área da matemática que ele não estudava há anos. Cada triângulo representa o instante de avaliação do estágio no qual se encontrava o encaminhamento da solução. A partir da avaliação, tomava-se a decisão de continuar, ou não, na direção escolhida.

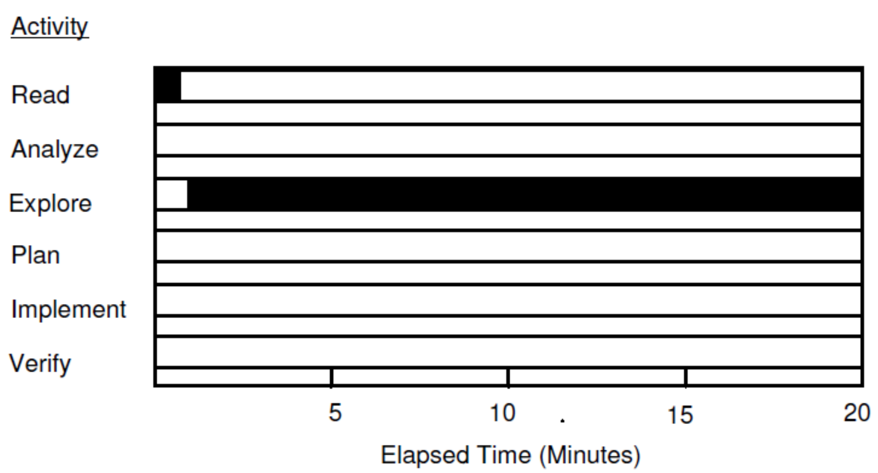


Figure 1. A time-line representation of a problem solving attempt. Reprinted from [Schoenfeld 1992], with permission.

[17] *A problem in mathematics (or a well-posed problem) is a problem where every term is precisely understood in the context of a single stage. It may have no answer, it may have an answer that contains many special subcases.*

Repare que, logo após ter lido o problema, os dois estudantes, precipitadamente, decidiram o que fazer.

> *Apesar das claras evidências de que o caminho tomado não é produtivo, eles perseveram até o final. Quando eles pararam, eu perguntei-lhes de que forma o caminho que decidiram tomar — eles haviam escolhido calcular uma determinada área — iria ajudá-los. Eles foram incapazes de dizer.* [18]
>
> (SCHOENFELD, 2007, p.66)

Também não há nenhum momento no qual os estudantes param para avaliar o que estão fazendo. Comparemos o gráfico anterior com o que segue, de um matemático profissional.

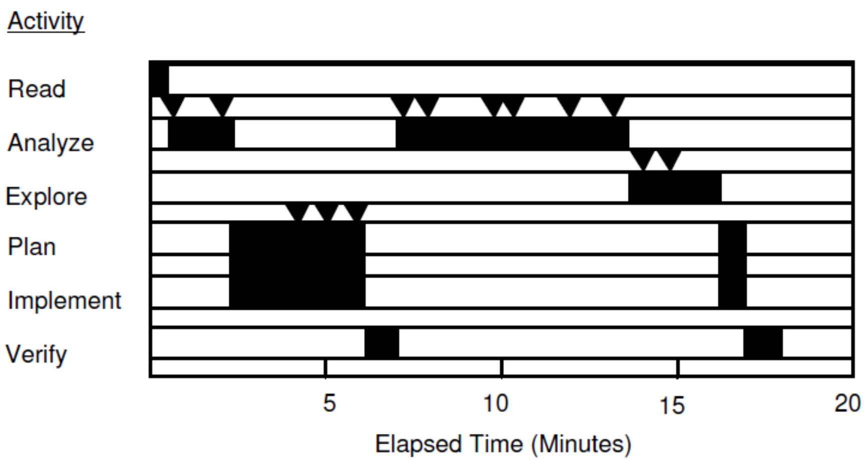


Figure 2. A time-line representation of a mathematician's problem solving attempt. Reprinted from [Schoenfeld 1992], with permission.

Por diversas vezes, ele parou para avaliar o andamento da resolução do problema. Inicialmente, ele não escolheu um caminho que o levasse à solução. Mas, devido a não despender muito tempo com tentativas improdutivas, retrocedeu e escolheu um caminho que lhe ofereceu resultados.

[18] *Despite some clear evidence that this approach was not productive for them, they persevered at it until they ran out of time. When they did, I asked them how the approach they had taken — they had chosen to calculate a particular area — was going to help them. They were unable to say.*

A metacognição envolve aspectos de monitoramento e auto-regulação. Não tem a mesma perspectiva das estratégias que são ações ligadas à solução de um problema específico. São hábitos, são atitudes desenvolvidas pelo indivíduo diante de uma investigação.

> *Refletir sobre o progresso enquanto se está engajado na solução de um problema, e agir de acordo com esta reflexão ("monitorando e auto-regulando") é um dos aspectos do que é conhecido como metacognição — de modo amplo, tomar o que se pensa como objeto de investigação.*[19]
>
> (SCHOENFELD, 2007, p.66)

A metacognição é algo que pode ser treinado e desenvolvido. Repare no gráfico 3, que mostra o trabalho de dois alunos após passarem pelo curso de resolução de problemas ministrado pelo próprio Schoenfeld.

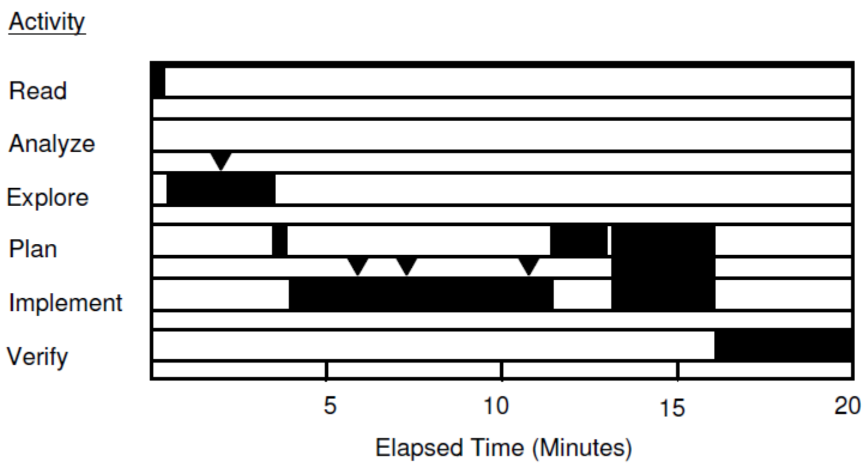


Figure 3. A time-line representation of two students' problem solving attempt, following the completion of a course on problem solving. Reprinted from [Schoenfeld 1992], with permission.

Apesar de esses estudantes terem passado para exploração com poucas considerações após a leitura do problema, é notável a diferença desta dupla de alunos para a que aparece no figura 1.

---

[19] *Reflecting on progress while engaged in problem solving, and acting accordingly ("monitoring and self-regulation") is one aspect of what is known as metacognition — broadly, taking one's thinking as an object of inquiry.*

Crenças e Disposições

Para discutir como as crenças interferem naquilo que uma pessoa faz com a Matemática, Schoenfeld parte de um problema simples de aritmética aplicado em 1983 no Nacional Assessment of Educational Progress.

"Um ônibus militar transporta 36 soldados. Se 1128 soldados devem ser transportados para um campo de treinamento, quantos ônibus são necessários?"

Ao dividirmos 1128 por 36, obteremos 31 como quociente e resto 12. Portanto, são necessários 32 ônibus. Cerca de 45000 estudantes responderam à questão e a distribuição das respostas foi:

29% deram como resposta "31 e restam 12"

18% deram como resposta "31"

23% deram com resposta "32"

30% fizeram as contas incorretamente.

Schoenfeld comenta:

> *De todos os estudantes, 70% fizeram os cálculos corretamente, mas apenas 23% deles responderam corretamente. Como isso é possível? Como é possível que 29% dos estudantes tenham respondido que o número de ônibus necessários envolve um resto? Imagine que seja solicitado a alguns destes estudantes que contatem uma companhia de transporte com o objetivo de conseguir ônibus para uma excursão de sua escola. Algum deles mencionaria restos?* [20] (SCHOENFELD, 2007, p.69-70)

Para conseguir entender este surpreendente resultado, Schoenfeld vai buscar as razões nas salas de aula de Matemática da década de 1970 e início de 1980.

[20] *A full 70% of the students did the computation correctly, but only 23% of the students rounded up correctly. How could this be? How could it be possible that 29% of the students answered that the number of buses needed involves a remainder? Imagine asking these same students to call a bus company to arrange for buses to take their school on an outing. Would any of them mention remainders?*

> *A realidade (e a razão para as aspas) é que o foco era quase que inteiramente superficial: em vez de serem dadas páginas de exercícios computacionais como*
>
> *7 − 4 = ______*
>
> *os estudantes eram postos diante de páginas de exercícios semelhantes do tipo*
>
> *João tem 7 maçãs. Ele deu quatro maças para Maria.*
> *Quantas maçãs restaram?*
>
> *Os estudantes logo percebiam que o problema estava "encoberto pela estória" que tinha pouco ou nada em comum com o mundo real. O modo mais eficiente de resolver o problema era ler o texto, ignorando a ligação com o "mundo real". O estudante aprendia a pinçar números, identificar as operações que deveriam ser realizadas com eles, operar, e escrever a resposta. Isso é, uma rápida varredura no problema apresentado produz o seguinte: "7 e 4 são os números. Subtraia e então escreva a resposta." Este procedimento levava os estudantes à resposta correta, quase todas as vezes. O procedimento tornou-se um hábito.* [21] (SCHOENFELD, 2007, p.70)

Se os alunos acreditam que a Matemática não tem sentido prático, que é um jogo de manipulação simbólica sem conexão com a realidade, suas respostas estarão de acordo com suas crenças. Eles vão responder que são necessários 31 ônibus e restam 12 soldados.

Com isso, Schoenfeld defende a importância das crenças e atitudes na proficiência matemática dos alunos e apresenta outras crenças comumente encontradas:

---

[21] *The reality (and the reason for the quotation marks) is that the focus was almost entirely superficial: instead of being given pages of rote computational problems such as*

7 – 4 = ______

students were given pages of comparably rote problems of the type

John had 7 apples. He gave 4 apples to Mary.
How many apples does he have left?

The students soon figured out that the word problems were "cover stories" that had little or nothing to do with the real world. The most efficient way to solve the problems was to read the text, ignoring the "real world" context. The students learned to pick out the numbers, identify the operation to perform on them, do the computation, and write the answer. That is, a quick scan of the word problem produces the following: "7 and 4 are the numbers. Subtract, and write the answer down." This procedure got students the right answer, almost all the time. It became a habit.

- Os problemas de Matemática possuem uma e somente uma resposta certa.
- Existe uma única forma correta de resolver um problema de Matemática — normalmente é aquela apresentada pelo professor em sala de aula.
- O aluno mediano não pode ter a expectativa de entender Matemática; o que ele pode fazer é memorizar e aplicar o que ele memorizou mecanicamente.
- Matemática é uma atividade solitária. Aprender e produzir Matemática é feito isoladamente por cada indivíduo.
- Um estudante que tenha entendido a Matemática que estudou será capaz de resolver qualquer problema, relacionado com o que estudou, em cinco minutos ou menos.
- A Matemática aprendida nas escolas tem pouco ou nada haver com o mundo real.
- A prova formal é irrelevante para o processo de descoberta ou criação.

Schoenfeld declara que essas crenças são formadas em sala de aula.

> *Conclui-se que crenças são importantes — e, os estudantes estabelecem suas crenças concernentes à natureza da matemática através de suas experiências nas salas de aula de matemática.* [22] (SCHOENFELD, 2007, p.70)

Em suma, para darmos significado à expressão "proficiência matemática", devemos, inicialmente, buscar o que entendemos por Matemática. Optamos por entender a Matemática como uma prática social. Prática social que não é exclusividade dos matemáticos, dos profissionais de Matemática: qualquer pessoa pode, inicialmente, atuar socialmente na construção do significado da Matemática. Delimitamos as práticas que definem a Matemática apresentando características gerais: precisão, domínio de atuação, resolução de problemas.

Aceita a Matemática como uma prática social, a proficiência matemática não pode mais ser entendida exclusivamente como o conhecimento do conteúdo matemático. A proficiência matemática não se vincula exclusivamente ao que se sabe de

[22] *Hence beliefs are important — and, students pick up their beliefs about the nature of mathematics from their experiences in the mathematics classroom.*

Matemática, mas, também, com o que se é capaz de fazer com ela. O conhecimento do conteúdo matemático ocupa um papel central, mas a capacidade de criar estratégias na resolução de problemas, a habilidade de usar adequadamente os conhecimentos, maximizando a produção e a resolução de problemas, as crenças e disposições são de grande importância na caracterização da proficiência matemática.

7 – COMO MEDIR A PROFICIÊNCIA MATEMÁTICA E O QUE MEDEM AS AVALIAÇÕES

Dizer que as avaliações, e especialmente as avaliações de larga escala, medem a proficiência matemática dos avaliados é uma resposta muito imediata e descuidada. Qualquer avaliação priorizará alguns aspectos das práticas sociais que caracterizam a Matemática. Tais aspectos são definidos pelos grupos interessados na avaliação e são revelados pelo *design* e abordagem da avaliação. Schoenfeld (SCHOENFELD, 2007 [2], p.4 a 10) apresenta alguns grupos envolvidos nas avaliações e seus interesses que, por vezes, são conflitantes:

Matemáticos. Na perspectiva dos matemáticos, as avaliações de Matemática devem ser direcionadas no sentido de revelar se os estudantes entendem e o que entendem a respeito das ideias centrais da Matemática.

Pesquisadores de Educação Matemática. Para estes, as avaliações devem refletir o que pode ser chamado de "pensamento matemático" (*thinking mathematically*). Schoenfeld cita o documento *Adding It Up* do *National Research Council* para caracterizar este "pensamento matemático".

- *conhecimento conceitual: compreensão dos conceitos matemáticos, operações e relações*
- *fluência procedimental: capacidade de realizar procedimentos, flexíveis, precisos, eficientes e apropriados*
- *competência estratégica: capacidade de formular, representar e resolver problemas matemáticos*
- *raciocínio adaptativo: capacidade de pensar logicamente, refletir, explicar e justificar*
- *disposição produtiva: inclinação habitual para perceber a matemática como algo compreensível, útil e valorosa, conectada com zelo e a eficácia.* [23] (SCHOENFELD, 2007 [2], p. 5)

[23]

- *conceptual understanding: comprehension of mathematical concepts, operations, and relations*
- *procedural fluency: skill in carrying out procedures flexibly, accurately, efficiently, and appropriately*
- *strategic competence: ability to formulate, represent, and solve mathematical problems*
- *adaptive reasoning: capacity for logical thought, reflection, explanation, and justification*

Pais. Do ponto de vista dos pais, as avaliações de matemática devem permitir perceber o conhecimento e o progresso de seus filhos. Se possível, a avaliação deve informar o que seus filhos estão fazendo bem e o que estão fazendo mal para que eles possam providenciar a ajuda necessária.

Professores. Na perspectiva do professor, as avaliações devem ajudar tanto aos professores quanto aos estudantes a entender o que os estudantes sabem e identificar áreas nas quais os estudantes precisam se desenvolver. Além disso, as avaliações devem auxiliar no aperfeiçoamento profissional do professor.

Administradores (*policy-makers*). Neste grupo, Schoenfeld inclui diretores, supervisores, gestores, secretários de educação nas diversas esferas públicas, legisladores, prefeitos, governadores e o próprio presidente. Para os administradores, segundo Schoenfeld, o principal objetivo das avaliações é prover indicadores que permitam identificar qual é o estado do sistema educacional. Enquanto o professor está interessado em informações a respeito de cada um de seus estudantes, o diretor procura informações a respeito da escola como um todo, ou a respeito de grupos de estudantes. Numa esfera maior, o que interessa é o desempenho de cada distrito, de cada estado ou do país, em geral.

Elaboradores (*Publisher and test developers*). Aqui vamos nos ater um pouco mais. São os elaboradores que definem o *design* e o conteúdo das avaliações. Eles devem conseguir satisfazer, além dos seus próprios interesses, aos interesses daqueles que os contrataram e, na medida do possível, dos demais grupos envolvidos.

Inicialmente devemos perceber que os elaboradores definem as avaliações mediante a presença de fatores que exercem pressão. Um deles é de fácil identificação: o custo. De forma geral, espera-se que o custo das avaliações aplicadas a um grande número de participantes seja baixo. Essa é uma das razões apontadas por Schoenfeld para o uso das questões de múltipla escolha. Outra razão é a segurança:

> *(…) um constritor facilmente identificável é o custo. Os distritos escolares ou outra entidade que comumente faça uso de avaliações desejam que os testes sejam aplicados e corrigidos com baixo custo. Esta é uma razão para que*

- *productive disposition: habitual inclination to see mathematics as sensible, useful and worthwhile, coupled with a belief in diligence and one's own efficacy.*

> *questões de múltipla escolha sejam tão comuns. Outro constritor é a segurança — a necessidade de administrar testes com potencial de fraudes minimizado. Estes testes são aplicados sob forte esquema de segurança.* [24]
>
> (SCHOENFELD, 2007 [2], p. 7)

Mais importante do que a questão do custo, são as pressões exercidas pela determinação de critérios técnicos usados na avaliação. Schoenfeld chama-os de critérios psicométricos e apresenta o volume *Standards for Educational and Psychological Testing*, produzido por *American Educational Research Association, American Psychological Association,* e *National Council on Measurement in Education*, de 1999, que inclui questões relevantes a serem consideradas na determinação dos critérios:

- o estudante obterá o mesmo escore se ele fizer o teste neste mês ou daqui a um mês?
- duas versões do teste cobrem o mesmo conteúdo e este conteúdo corresponde ao que foi dito que seria abordado?
- um escore de 840 neste ano em uma avaliação específica (PISA, por exemplo) tem o mesmo significado de um escore de 840 no ano que vem na mesma avaliação?

Notemos que estas questões são, por si só, defesas do uso da TRI nas avaliações de larga escala.

Schoenfeld afirma que, além de tudo isso, os elaboradores devem produzir avaliações legalmente defensáveis:

> *(...) Se um participante de um teste puder demonstrar que perdeu oportunidades (isto é, não foi graduado, ou lhe foi negada a admissão na faculdade ou em curso superior) por causa de uma falha no teste ou por uma inconsistência na*

[24] *(…) An easily understandable constraint is cost. School districts or other test consumers typically want tests that can be administered and graded at low cost. This is one reason multiple-choice questions are so common. Another constraint is security — the need to administer tests in ways that the potential for cheating is minimized. Thus tests are given under high security conditions.*

> *correção, o participante pode abrir um processo, alegando que o teste foi usado intencionalmente com esse propósito pelo avaliador.* [25]
> (SCHOENFELD, 2007 [2], p. 8)

Dito o que foi acima, na perspectiva dos elaboradores, as propriedades psicométricas de um teste de Matemática são mais importantes do que o conteúdo matemático de tais testes.

Schoenfeld chama a atenção para o embate provocado pela relevância atribuída aos critérios psicométricos e as informações que podem auxiliar o professor na tomada de decisões com respeito às ações referentes aos processos educativos:

> *(...) Quase todos os professores (dos professores da escola elementar aos dos cursos superiores) irão dizer que "o desempenho em tarefas" (pedir ao estudante que faça alguma coisa, que pode ser construir um modelo matemático ou produzir uma demonstração, e então avaliar o trabalho) promove um dos melhores contextos para entender o que os estudantes conhecem. Tais tarefas são encontradas muito raramente em avaliações de larga escala. Isto se dá em parte por causa do custo de correção destas tarefas, mas também porque é muito difícil classificar os trabalhos dos estudantes constituídos de questões abertas de maneira consistente o suficiente para que tal classificação seja invulnerável às contestações legais.* [26] (SCHOENFELD, 2007 [2], p. 8)

As avaliações de larga escala tendem a focar fundamentalmente as habilidades e não enfatizam o entendimento conceitual e a solução de problemas tanto quanto muitos gostariam.

Dando continuidade, Schoenfeld apresenta algumas consequências involuntárias das avaliações deste tipo. Destacaremos duas delas:

[25] *(…) If a test-taker can demonstrate that he or she suffered lost opportunities (e.g., failed to graduate, or was denied admission to college or graduate school) because of a flaw in a test or inconsistencies in grading, the test-maker can be sued, given that the test was used for purposes intended by the test-maker.*

[26] *(…) Almost all teachers (from elementary school through graduate school) will say that "performance tasks" (asking the student to do something, which might be to build a mathematical model or write a proof, and then evaluating that work) provide one of the best contexts for understanding what students understand. Such tasks are found very rarely on high stakes exams. This is partly because of the cost of grading the tasks, but also because it is very difficult to make the grading of student work on open-ended tasks consistent enough to be legally bullet-proof.*

> ***Inflação do escore de um teste e a ilusão de competência.*** *Se você praticar muito alguma coisa, você provavelmente se tornará bom naquilo. Mas a questão é: em que você se tornou bom? Você aprendeu as idéias subjacentes, ou você só é competente naquilo que é precisamente igual ao que você praticou? No último caso, você pode dar a ilusão de competência quando de fato não possui as habilidades e conhecimentos desejados.* [27] (SCHOENFELD, 2007 [2], p. 10)

Apresentando uma pesquisa feita por Roberta Flexer, Schoenfeld defende que o treinamento, a repetição de um padrão de questão, gera a ilusão de competência:

> *As estatísticas de Flexer demonstraram esse tipo de comportamento em um grupo de tarefas. Em resumo, o treinamento de estudantes em tarefas semelhantes as que sabemos ser encontradas nas avaliações de larga escala resulta em ilusão de competência.* [28] (SCHOENFELD, 2007 [2], p. 11)

Uma segunda consequência que destacaremos é a **deformação de currículo** (**curriculum deformation**). Neste ponto Schoenfeld evoca o princípio WYTIWYG, "*What You Test Is What You Get*":

> *Esse é um exemplo do que vem sendo chamado de WYTIWYG fenômeno — "o que você testa é o que você consegue". WYTIWYG pode ocorrer de vários modos. Por exemplo, se uma avaliação de larga escala em matemática focar habilidades procedimentais, os professores podem treinar seus estudantes para adquirirem fluência em procedimentos — e o conhecimento conceitual e a habilidade para resolver problemas podem ser deixados de lado, como consequência.* [29] (SCHOENFELD, 2007 [2], p. 11)

---

[27] ***Test score inflation and the illusion of competence.*** *If you practice something a lot, you are likely to get good at it. But the question is, what have you gotten good at? Have you learned the underlying ideas, or are you only competent at things that are precisely like the ones you've practiced on? In the latter case, you may give the illusion of competence while actually not possessing the desired skills or understandings.*

[28] *Flexer's statistics demonstrated this kind of pattern on a range of tasks. In short, drilling students on tasks just like those known to be on the high-stakes exam resulted in the illusion of competence.*

[29] *This is an example of what has been called the WYTIWYG phenomenon — "What You Test Is What You Get." WYTIWYG can play out in various ways. For example, if the high stakes assessment in mathematics focuses on procedural skills, teachers may drill their students for procedural fluency — and conceptual understanding and problem solving skills may be left unaddressed as a consequence.*

As provas para ingressar nas universidades, os vestibulares, no Rio de Janeiro, são definidas por cada uma das universidades. De forma geral, essas provas possuem uma parte constituída por questões de múltipla escolha e uma de questões discursivas, além de uma redação argumentativa. Nos anos 70, havia uma única prova, constituída exclusivamente por questões de múltipla escolha, que definia o acesso às universidades. Era o vestibular unificado. Quem viu a passagem de uma forma de avaliação para outra, quem viu o desaparecimento do vestibular unificado e a construção dos vestibulares de cada universidade, por certo se lembra da dificuldade e do trabalho que deu reverter a ênfase na obtenção da solução (resposta de uma múltipla escolha) para a apresentação do raciocínio e elaboração de um argumento (resposta de uma questão discursiva). Era notável como a ênfase na obtenção da solução não se concentrava apenas nas séries finais e na preparação para o vestibular, permeava o sistema educacional como um todo. Este é um exemplo do fenômeno WYTIWYG.

Hugh Burkhardt apresenta três preceitos seguidos por uma avaliação (de larga escala):

> *A. medir o desempenho — isto é "permitir que os estudantes mostrem o que sabem, entendem e podem fazer;"*
>
> *mas também, com uma avaliação de grande interesse para estudantes e professores, inevitavelmente*
>
> *B. exemplificar o desempenho esperado. As avaliações comunicam vivamente aos professores, estudantes e seus pais o que é valorizado pela sociedade.*
>
> *Consequentemente*
>
> *C. dirigir as atividades de aprendizagem em sala de aula por intermédio do princípio WYTIWYG: o que você testa é o que você consegue.* [30]
>
> (BURKHARDT, 2007, p. 82)

30

> *A. to measure performance — i.e. "to enable students to show what they know, understand and can do;"*
>
> *but also, with assessment that has high stakes for students and teachers, inevitably*
>
> *B. to exemplify the performance goals. Assessment tasks communicate vividly to teachers, students and their parents what is valued by society.*
>
> *Thus*
>
> *C. to drive classroom learning activities via the WYTIWYG principle: What You Test Is What You Get.*

Esses preceitos reiteram a influência que as avaliações exercem no sistema educacional. Essas influências não precisam, necessariamente, ser negativas. Entretanto, Burkhardt nos alerta para os cuidados e limites das avaliações fundamentadas em questões de múltipla escolha. Ele nos apresenta dois princípios que devem ser seguidos na elaboração de uma avaliação (*assessment design principles*):

> ***Medir o que é importante e não o que é fácil de medir***. *Este é um princípio chave — e um princípio que é amplamente ignorado. Ninguém que conhece matemática acredita que avaliações de múltipla escolha com uma quantidade pequena de itens possam realmente descrever o desempenho matemático. (...)*
> *O desejo de provas baratas e que possam ser corrigidas por máquinas é decisivo, junto com a crença de que "Testes de matemática sempre foram desta forma". Esta abordagem é amplamente partilhada pelos interessados nas avaliações, mas por motivos diferentes. Os administradores pretendem manter os custos baixos. Os profissionais de psicometria estão muito mais interessados nas propriedades estatísticas dos itens do que no que está sendo medido.*
> *(...)*
> ***Avaliar aspectos importantes da proficiência matemática, e não seus componentes separadamente***. *Medindo separadamente seus componentes, pouco vai se conseguir sobre os aspectos importantes da proficiência matemática — porque, nos mais valiosos desempenhos, o todo é maior que a soma de suas partes. (...) Performance matemática (...) precisa ser avaliada holisticamente tanto quanto analiticamente.* [31](BURKHARDT, 2007, p. 78 e 79)

A ideia de uma avaliação holística não convive bem com o pressuposto da unidimensionalidade da TRI:

[31] ***Measure what is important, not just what is easy to measure.*** *This is a key principle — and one that is widely ignored. Nobody who knows mathematics thinks that short multiple-choice items really represent mathematical performance. (…)*
The wish for cheap tests that can be scored by machines is then decisive, along with the belief that "Math tests have always been like this." This approach is widely shared in all the key constituencies, but for very different reasons. Administrators want to keep costs down. Psychometricians are much more interested in the statistical properties of items than what is assessed.
(…)
Assess valued aspects of mathematical proficiency, not just its separate components. *Measuring the latter tells you little about the former — because, in most worthwhile performances, the whole is much more than the sum of the parts .(...) Mathematical performance (…) should be assessed holistically as well as analytically.*

> *A TRI postula que há apenas uma aptidão responsável pela (ou traço subjacente à) realização de um conjunto de tarefas (itens). Entre os psicólogos, é pacífico que qualquer desempenho humano é sempre multideterminado ou multimotivado, dado que mais de um traço latente entra na execução de qualquer tarefa. Contudo, para satisfazer o postulado da unidimensionalidade é suficiente admitir que haja uma aptidão dominante que se supõe estar sendo medida pelo teste.*
>
> (PASQUALI, 2009, p.84)

Ainda com o sentido de apontar as limitações de uma avaliação, Hugh Burkhardt (BURKHARDT, 2007, p. 83) apresenta alguns mitos concernentes às avaliações. Dentre eles, a ideia de que os testes são instrumentos precisos. Negando esta ideia, argumenta que: *testing and then retesting the same student on parallel forms, "equated" to the same standard, can produce significantly different scores* (testando e 'retestando' o mesmo estudante com instrumentos paralelos, equacionando os resultados segundo os mesmos critérios, pode-se produzir escores significativamente diferentes). Outro mito apresentado é a ideia de que uma avaliação é capaz de abordar tudo que é importante em Matemática relativo a uma unidade ou grau.

Do que foi exposto, conclui-se que produzir uma avaliação não é tarefa fácil. Os elaboradores devem satisfazer exigências diversas que, por vezes, são contraditórias. Matemáticos, pesquisadores, pais, professores e administradores possuem expectativas distintas com respeito às avaliações. Além disso, custos, segurança e a necessidade do uso de critérios técnicos que tornem as avaliações legalmente defensáveis são fatores que constrangem os elaboradores. Devido a estes fatores, as avaliações (de larga escala) pautadas em questões de múltipla escolha e que possam ser corrigidas por máquinas ganharam muito espaço. Torna-se mister o uso de preceitos e princípios bem fundamentados na constituição de uma avaliação. Entretanto, fazendo minhas as palavras de Hugh Burkhadt, iniciar com um bom problema de Matemática é necessário, mas está longe de ser suficiente. Como em todo design, bons princípios não são suficientes; o mais importante são os detalhes.

8 – O QUE MEDEM O SAEB E A PROVA BRASIL

Os resultados do Saeb e da Prova Brasil são apresentados numa escala de proficiência que vai de 0 a 500. No Saeb e na Prova Brasil, proficiência matemática é o constructo, o traço latente que será quantificado na avaliação. Esta concepção de proficiência matemática distingue-se daquela que apresentamos em páginas anteriores, até porque está condicionada às limitações impostas pelo modelo de prova utilizado. Estas limitações são reconhecidas pelos elaboradores das avaliações. Um pouco mais a frente, discutiremos um texto do INEP no qual tais limitações são assumidas explicitamente. Por hora, concentremo-nos no que significa quantificar a proficiência matemática.

Dizer que os resultados são apresentados numa escala de proficiência que vai de 0 a 500 tem pouco significado se não dermos uma interpretação a essa escala. A escolha da escala é arbitrária. Esta interpretação aparece na escala de proficiência que pode ser encontrada no ANEXO III. No intervalo de 0 a 500 foram escolhidos pontos para caracterizar o que os alunos devem saber. Por exemplo, no nível 225 da escala de proficiência:

Os alunos da 4ª e da 8ª séries:

- calculam divisão com divisor de duas ordens;
- identificam os lados e, conhecendo suas medidas, calculam a extensão do contorno de uma figura poligonal dada em uma malha quadriculada;
- identificam propriedades comuns e diferenças entre sólidos geométricos (número de faces);
- comparam e calculam áreas de figuras poligonais em malhas quadriculadas;
- resolvem uma divisão exata por número de dois algarismos e uma multiplicação cujos fatores são números de dois algarismos;
- reconhecem a representação numérica de uma fração com o apoio de representação gráfica;
- localizam informações em gráficos de colunas duplas;
- conseguem ler gráficos de setores;
- resolvem problemas:

- envolvendo conversão de kg para g ou relacionando diferentes unidades de medida de tempo (mês/trimestre/ano);
- de trocas de unidades monetárias, envolvendo número maior de cédulas e em situações menos familiares;
- utilizando a multiplicação e reconhecendo que um número não se altera ao multiplicá-lo por um; e
- envolvendo mais de uma operação.

Os alunos da 8ª série, ainda:

- identificam quadriláteros pelas características de seus lados e ângulos;
- calculam o perímetro de figuras sem o apoio de malhas quadriculadas;
- identificam gráfico de colunas que corresponde a uma tabela com números positivos e negativos; e
- conseguem localizar dados em tabelas de múltiplas entradas.

As especificações do que os alunos que se encontram no nível 225 são capazes de fazer são apresentadas como procedimentos pontuais, ações específicas dentro das práticas que chamamos de Matemática. “Calculam divisão com divisor de duas ordens” ou “identificam os lados e, conhecendo suas medidas, calculam a extensão do contorno de uma figura poligonal dada em uma malha quadriculada” são procedimentos que, para se transformarem em problemas, parece-nos faltar, apenas, quem é o dividendo e o divisor e qual são as medidas dos lados da poligonal. Mesmo no ponto de resolução de problemas, a flexibilidade de ação parece-nos bastante restrita.

Quando buscamos o significado de proficiência matemática identificamos que esta não se vincula exclusivamente ao que se sabe de Matemática, mas, também, com o que se é capaz de fazer com ela. Para caracterizar a proficiência matemática precisamos identificar:

1) o conhecimento do conteúdo matemático;
2) a capacidade de criar estratégias na solução de problemas;

3) a habilidade de usar adequadamente os conhecimentos, maximizando a produção e a resolução de problemas (metacognição) e
4) as crenças e disposições a respeito da Matemática.

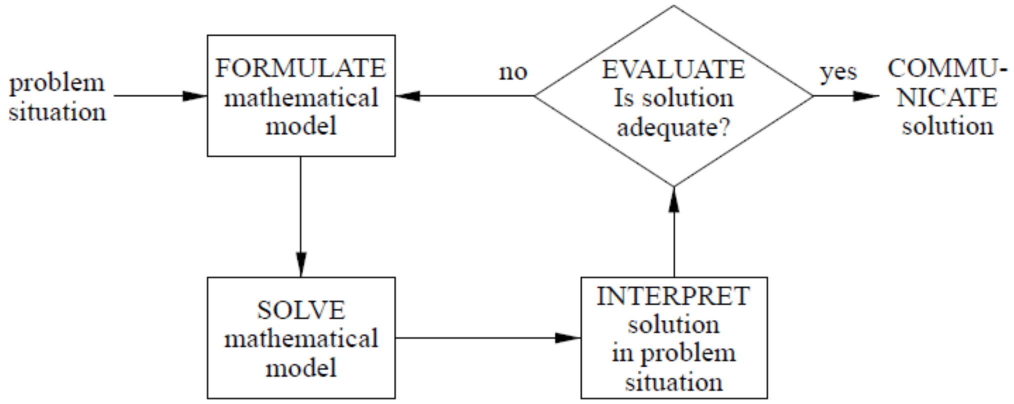
Quais destes quatro critérios podem ser observados na interpretação da escala de proficiência? Não vamos discutir, agora, essa questão. Antes disso, temos que observar os modelos de questões usadas no Saeb e na Prova Brasil. Precisamos observar os detalhes que permitiram a formação da escala de proficiência, pois, como já dissemos antes, em todo design, bons princípios não são suficientes; o mais importante são os detalhes.

No sítio do INEP (INEP, 2010e) encontramos um artigo com o título de A Matriz de Referência de Matemática no qual são apresentados os princípios da prova de Matemática do Saeb e da Prova Brasil.

> *Ao contrário da simples reprodução de procedimentos e do acúmulo de informações, a matriz de referência que norteia as provas de Matemática do Saeb e da Prova Brasil está estruturada sobre o FOCO RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS. A resolução de problemas possibilita o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos, além de estimular formas de raciocínio como intuição, indução, dedução e estimativa. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.* (INEP, 2010e)

Neste primeiro parágrafo, é destacada em caixa alta a expressão "foco resolução de problemas". Muitos são os estudiosos das avaliações e da Educação Matemática que defendem o foco na resolução de problemas. Um deles é Hugh Burkhardt que defende a modelagem matemática no processo educativo.

> *Habilidade de modelar é um componente chave no "fazer matemática". A figura seguinte apresenta um esquema padrão das fases da modelagem; (...) nas avaliações e nas aulas correntes de matemática, apenas a fase de resolução (SOLVE) consegue maior atenção.*



Key phases in modeling

> *Modelagem matemática não é um termo usado diariamente nos cursos de matemática; na verdade, ele é frequentemente entendido como um avançado e sofisticado processo, usado somente por profissionais. Isto está longe da verdade; nós usamos a modelagem sempre que 'matematizamos' um problema.*[32] (BURKHARDT, 2007, p. 86)

Admitindo que o foco na resolução de problemas ao qual se refere o documento do INEP trata apenas da fase "solução do modelo matemático", ou seja, que a formulação do modelo matemático já esteja feita e que a ação do aluno avaliado deva ser a solução do modelo, podemos recorrer a Schoenfeld, quando foi apresentada a metacognição como uma das características da proficiência matemática (SCHOENFELD, 2007, p.66), e buscar as ações esperadas durante a resolução de um problema: ler, analisar o que foi lido, explorar as possibilidades, planejar as ações, implementar o que foi planejado e verificar os resultados obtidos.

O modelo e o design das provas e das questões do Saeb e da Prova Brasil não permitem a observação do fluxo usado na modelagem ou das ações na etapa de solução de problemas.

---

[32] *Skill in modeling is a key component in "doing mathematics." The figure below shows a standard outline of its key phases; (…) In current mathematics assessment and teaching, only the SOLVE phase gets much attention.*

Mathematical modeling is not an everyday term in school mathematics; indeed, it is often thought of as an advanced and sophisticated process, used only by professionals. That is far from the truth; we do it whenever we mathematize a problem.

Retornando ao documento do INEP, encontramos:

> *Essa Matriz, como já foi dito anteriormente, diferentemente do que se espera de um currículo, não traz orientações ou sugestões de como trabalhar em sala de aula, tampouco sugere progressão e hierarquia de conteúdos. Além disso, não menciona certas habilidades e competências que embora sejam importantes, não podem ser medidas por meio de uma prova escrita. Em outras palavras, a Matriz de Referência de Matemática do Saeb e da Prova Brasil sofre as limitações do tipo de instrumento (prova) utilizado na medição do desempenho. Sob esse aspecto, parece também ser evidente que o desempenho dos alunos em uma prova com questões de múltipla escolha não fornece ao professor indicações de todas as competências desenvolvidas nas aulas de Matemática.*
>
> *Assim sendo, não é válido explicitar competências relacionadas a conhecimentos e a procedimentos que não possam ser objetivamente verificados. Um exemplo: o conteúdo "utilizar procedimentos de cálculo mental", que consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais, apesar de indicar uma importante capacidade que deve ser desenvolvida ao longo de todo o ensino fundamental, não tem, nessa Matriz, um descritor correspondente.*
>
> *Um outro exemplo de descritor que não poderá ser exatamente contemplado em uma prova composta de itens de múltipla escolha é "construir representações gráficas tais como listas, tabelas e gráficos". Por meio desse tipo de instrumento, seria possível apenas verificar, por exemplo, se o aluno identifica, dentre as alternativas, o gráfico (ou a tabela) que representa adequadamente os dados de um problema.* (INEP, 2010e)

No início do primeiro parágrafo do texto supracitado, distingue-se a matriz de referência de um currículo, declarando que ela não traz orientação ou sugestão de como trabalhar em sala de aula ou de uma hierarquia de conteúdo. Isso deixa às claras o reconhecimento, por parte do elaborador, da insuficiência da avaliação como determinadora das ações a serem tomadas em sala de aula, até porque certas habilidades e competências não podem ser medidas por meio de uma prova escrita. Entretanto, dada a envergadura do Saeb e da Prova Brasil, tal declaração não exime a avaliação dos preceitos apresentados por Burkhardt, sobre os quais já discutimos em momentos anteriores.

Apesar do reconhecimento de que o Saeb e a Prova Brasil não bastam para definir a sala de aula, a bem da verdade, espera-se que o efeito WYTIWYG seja bem acentuado, até porque os resultados dessas avaliações são usados no cálculo do IDEB e este é o índice oficial de monitoramento do sistema educacional, e é objetivo proclamado fazê-lo atingir 6,0 em 2022.

Na citação, destaca-se, também, o reconhecimento do limite da avaliação de uma prova escrita: "certas habilidades e competências que embora sejam importantes, não podem ser medidas por meio de uma prova escrita" e "parece também ser evidente que o desempenho dos alunos em uma prova com questões de múltipla escolha não fornece ao professor indicações de todas as competências desenvolvidas nas aulas de Matemática". O avaliador reconhece, inclusive, que há habilidades que poderiam ser aferidas por meio de provas escritas com outro formato, mas que não se permitem avaliar através de questões de múltipla escolha.

O documento do INEP continua:

> *A partir dos itens do Saeb e da Prova Brasil, é possível afirmar que um aluno desenvolveu uma habilidade (constante em um descritor) quando ele é capaz de resolver um problema a partir da utilização / aplicação de um conceito por ele já construído. Por isso, a prova busca apresentar, prioritariamente, situações em que a resolução de problemas seja significativa para o aluno.*
>
> *Por problemas significativos para o aluno entendem-se situações que permitam "recontextualizar" os conhecimentos que foram apresentados a ele de forma "descontextualizada", por ocasião de seu processo de aprendizagem. Essa opção pela resolução de problemas significativos não exclui totalmente a possibilidade da proposição de alguns itens com o objetivo de avaliar se o aluno tem domínio de determinadas competências matemáticas. Por fim, convém relembrar que os conhecimentos e competências matemáticas indicadas nos descritores da matriz de referência de Matemática estão presentes, de forma consensual, nos currículos das unidades da Federação e nas Diretrizes Curriculares Nacionais. Esses descritores são apresentados em três níveis: 4ª e 8ª séries do ensino fundamental e na 3ª série do ensino médio.* (INEP, 2010e)

Falar em "situações em que a resolução de problemas seja significativa para o aluno" ou "contextualizar o conhecimento" é caminhar próximo de uma forte tendência internacional. O PISA usa o termo *Mathematical Literacy*, e que pode ser traduzido por Letramento Matemático e, em Portugal, usa-se Literacia Matemática.

> *A literacia matemática no PISA é definida como a capacidade de um indivíduo identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e se envolver na resolução matemática das necessidades da sua vida, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo.*
>
> (PORTUGAL, 2004, p.7)

Bugh Burkhardt refere-se a *Functional Matemathics* e define:

> *Matemática funcional é a matemática que a maioria dos adultos que não são especialistas vão se beneficiar usando todos os dias de suas vidas para melhor compreender e atuar no mundo em que vive, e para tomar melhores decisões.* [33] (BURKHARDT, 2007, p. 85)

A ideia do letramento matemático não se reduz à contextualização, mas a contextualização e a busca por situações em que a resolução de um problema seja significativa para o aluno aproximam-se da ideia do letramento matemático. Devemos ter o cuidado de verificar como esta contextualização é feita na constituição dos itens das avaliações.

O documento do INEP termina afirmando a coadunabilidade dos descritores, e, consequentemente, das questões elaboradas a partir destes descritores, com os currículos educacionais do país como um todo, garantindo a relação da avaliação com o que já existe como proposta.

---

[33] *Functional mathematics* is mathematics that most *nonspecialist adults will benefit from using in their everyday lives* to better understand and operate in the world they live in, and to make better decisions.

9 – CRITÉRIOS DE ANÁLISE DAS QUESTÕES DO SAEB E DA PROVA BRASIL

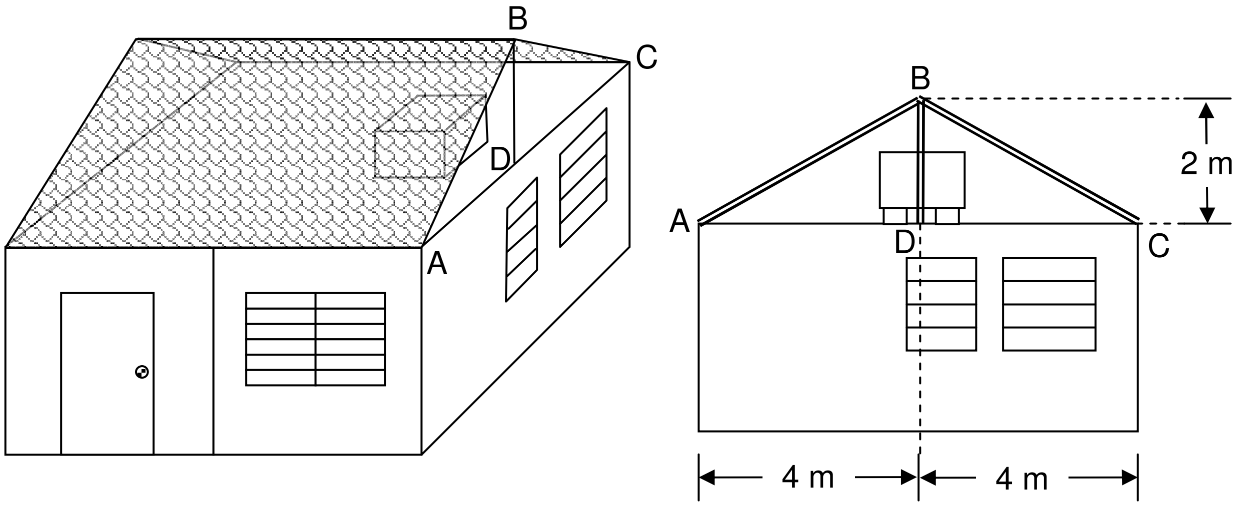
Caminhemos na direção da análise das questões do SAEB e da Prova Brasil. Busquemos os detalhes que nos permitam identificar o que, de fato, é avaliado no SAEB e na Prova Brasil. Para tanto, fundamentado em tudo o que apresentamos até agora, vamos estabelecer um critério de análise. Já dissemos, e isso é reconhecido pelos elaboradores, que as avaliações que são os focos de nossa atenção apresentam limites impostos pela sua própria natureza. Não é possível avaliar todas as habilidades presentes nas práticas matemáticas; não é possível avaliar as ações dos alunos nas etapas de solução dos problemas. Devemos crer que, tendo chegado ao resultado correto, o aluno escolheu as estratégias adequadas. Também vimos que a ideia de uma avaliação holística não convive bem com o princípio da unidimensionalidade da TRI, portanto, não vamos buscar uma proposta holística nas questões. Reconhecidas as limitações, busquemos o que é possível observar no modelo de avaliação do SAEB e da Prova Brasil.

O documento apresentado pelo INEP, A Matriz de Referência de Matemática (INEP, 2010e), diz que a contextualização é uma opção na elaboração da prova. A prova busca apresentar, prioritariamente, situações em que a resolução de problemas seja significativa para o aluno. Esse será nosso primeiro critério de análise: identificar se e como a contextualização está ocorrendo. A escolha deste critério justifica-se por considerarmos que a proficiência matemática não está ligada exclusivamente ao conhecimento do seu conteúdo, mas, também, ao que se consegue fazer com a matemática. Problemas contextualizados, criados sobre situações que tenham significado para o aluno, podem ajudar a identificar o que o aluno é capaz de fazer com a Matemática. Entretanto, vamos fazer uma distinção entre problemas contextualizados e problemas pretextualizados.

Contextualizados são os problemas que estão próximos do que Burkhardt chamou de modelagem matemática: partindo de uma situação problema, formula-se um modelo matemático, resolve-se o modelo (problema) e verifica-se se a solução está adequada à situação. Em um problema contextualizado, o foco está na situação que gerou o problema. Tomemos um exemplo:

Problema Contextualizado

Na casa ilustrada, a estrutura de madeira que sustenta o telhado apóia-se na laje. Devem-se dispor caibros (peças de madeira) na vertical indo da laje ao ponto mais alto do telhado, como a peça BD da ilustração. Devido à presença da caixa d'água, essas peças são cortadas com dois metros de comprimento e postas a meia distância das extremidades A e C da laje.



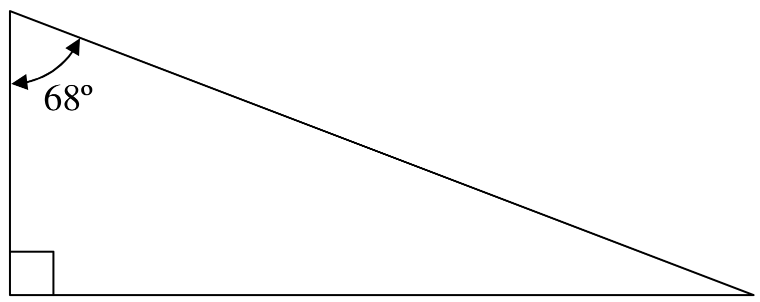
Qual deve ser o comprimento da peça de madeira com extremidades em *A* e *B* ?

O foco do problema está em encontrar o comprimento da peça de madeira. Espera-se que o problema seja modelado pelo Teorema de Pitágoras. Mas o Teorema de Pitágoras é um meio para se chegar ao que se deseja e não um fim.

Observe a questão seguinte que também aborda a tesoura de um telhado.

Problema Pretextualizado

Fabrício percebeu que as vigas do telhado da sua casa formavam um triângulo retângulo, como desenhado abaixo.



Se um dos ângulos mede 68°, quanto medem os outros ângulos?

Saber que as vigas do telhado da casa de Fabrício formam este triângulo não tem qualquer relevância. Encontrada a medida de 22º para o outro ângulo agudo, qual é a situação problema que foi resolvida? Vincular o triângulo às vigas do telhado foi um pretexto para criar o problema e não um contexto no qual se gerou o problema.

Veja esse outro exemplo:

Adriana vai fazer esta subtração: 679 – 38.
O resultado dessa operação será

(A) 299. (B) 399. (C) 631. (D) 641.

O que Adriana vai fazer foi apenas um pretexto para apresentar uma subtração.

Cabe, aqui, uma ressalva: não estamos desmerecendo os problemas que estamos chamando de pretextualizados. Estamos distinguindo pretextos de contextos.

Uma avaliação de Matemática, em especial o SAEB e a Prova Brasil, são práticas que participam da definição da Matemática. Milgram (MILGRAM, 2007, p.33) apresenta três características da Matemática: domínio de atuação, precisão e solução de problemas. O domínio de atuação é estabelecido na Matriz de Referência de Matemática e podemos identificá-los nos temas que agrupam os descritores: espaço e forma, grandezas e medidas, números e operações/álgebra e funções e tratamento de informações.

Relembremos o que Milgram apresenta como precisão e resolução de problemas:

(i) Precisão — precisa definição de todos os termos, operações e das propriedades dessas operações.

(ii) Estabelecimento de problemas bem formulados e resolução deles. (Problemas bem formulados são problemas nos quais todos os termos são precisamente definidos e que se referem a um universo particular no qual a Matemática possa ser feita).

Outro critério de análise que usaremos será se as questões estão bem formuladas de acordo com o apresentado por Milgram: todos os termos bem definidos em um domínio de atuação da Matemática.

Como vimos antes, Schoenfeld apresenta quatro aspectos da proficiência matemática: base de conhecimento, estratégias, metacognição e crenças e disposições. Considerando que desenvolver uma habilidade é equivalente a apresentar um determinado nível de proficiência, a análise dos itens e das respostas apresentadas pelos estudantes busca inferir esses quatro aspectos.

> *A partir dos itens do Saeb e da Prova Brasil, é possível afirmar que um aluno desenvolveu uma habilidade (constante em um descritor) quando ele é capaz de resolver um problema a partir da utilização / aplicação de um conceito por ele já construído.* (INEP, 2010e)

Se pensarmos na resposta de um único aluno a um item específico, nenhum dos aspectos pode ser observado, ou, quando muito, pode-se observar a base de conhecimento do aluno. Não é possível observar a estratégia usada na resolução do problema, a metacognição e as crenças e disposições. Mas se forem observadas as respostas de um grande número de alunos a um item, pode-se tentar inferir esses aspectos, pode-se tentar estabelecer a "proficiência média" deste grupo. É isso que os técnicos tentam fazer ao analisarem as respostas dos itens. Até porque não há a proposta de analisar cada indivíduo. O SAEB permite a divulgação do resultado por rede de ensino, por estado da federação. Por ser censitária, a Prova Brasil, permite a apresentação dos resultados até mesmo por unidade escolar, mas não por indivíduo, por aluno.

Propomos, assim, três critérios para análise das questões do SAEB e da Prova Brasil:

1) contextualização;
2) precisão na formulação da questão;
3) aspectos da proficiência matemática: base de conhecimento, estratégias, metacognição e crenças e disposições

10 – QUESTÕES DO SAEB E DA PROVA BRASIL

O MEC distribuiu às escolas uma publicação com o título PDE/Prova Brasil: Plano de Desenvolvimento da Educação 2009. Na apresentação desta publicação, encontramos:

> *O objetivo maior desta publicação é envolver docentes, gestores e demais profissionais da educação nessa campanha de valorização e conhecimento do que são Saeb e Prova Brasil, de constituição desse instrumento cognitivo de avaliação, de sua aplicação em 2009 e de sua importância para o alcance das metas propostas pelo Ideb.*
>
> *Esperamos, assim, contribuir para que o professor, os demais profissionais da área de educação e a sociedade, como um todo, possam conhecer os pressupostos teóricos que embasam essas avaliações, exemplos de itens que constituem seus testes, associados a uma análise pedagógica de itens baseada no resultado do desempenho dos alunos.* (BRASIL, 2008b, p.5)

Nesta publicação encontramos exemplos de testes aplicados na Prova Brasil representando cada um dos descritores da Matriz de Referência. Como as questões foram, de fato, aplicadas no SAEB/Prova Brasil, apresentam a distribuição de acertos, estão comentadas e qualquer pessoa pode ter acesso a elas, entendemos que a interferência deste material nos sistemas educacionais é, pelo menos potencialmente, considerável (lembremos do princípio WYTIWYG). Isso justifica escolhermos as questões presentes nesta publicação para análise. Tomaremos, especificamente, as questões que exemplificam os descritores da 8ª série/ 9º ano do ensino fundamental.

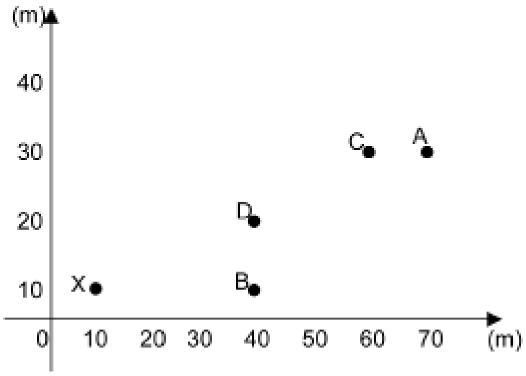
> *Tema I - Espaço e forma*
>
> *Este tema é fundamental para o aluno desenvolver um tipo especial de pensamento que lhe permitirá compreender, descrever e representar o mundo em que vive. A exploração deste campo do conhecimento permite o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial, possibilitando a descoberta de conceitos matemáticos de modo experimental. Este tema também é importante para que os alunos estabeleçam conexões entre a matemática e outras áreas do conhecimento. Isso pode ser explorado a partir de objetos como obras de arte, artesanato, obras da arquitetura, elementos da natureza, etc.*
>
> *Descritor 1 – Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.*
>
> *Com este descritor, o que se pretende avaliar?*

A habilidade de o aluno localizar-se ou movimentar-se a partir de um ponto referencial em mapas, croquis ou outras representações gráficas, utilizando um comando ou uma combinação de comandos: esquerda, direita, giro, acima, abaixo, na frente, atrás etc.

Exemplo de item:

A figura abaixo ilustra as localizações de alguns pontos no plano.

João sai do ponto X, anda 20 m para a direita, 30 m para cima, 40 m para a direita e 10 m para baixo.



Ao final do trajeto, João estará no ponto

(A) A. *(B) B.* *(C) C.* *(D) D.*

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
36%	20%	19%	23%

Observações:

1 O quadro explicativo com os percentuais de respostas refere-se ao desempenho de estudantes nos testes do SAEB e da Prova Brasil, com abrangência em todo o pais.

2. A soma dos percentuais não perfaz, necessariamente, 100, pois não estão apresentados os correspondentes às respostas em branco ou nulas. Isso vale para todos os itens comentados.

O que o resultado sugere?

Quase 2/3 dos alunos erraram o item. Observa-se que os percentuais de respostas para os distratores foram muito próximos, ou seja, nenhuma das alternativas erradas foi predominante. Isso indica que esses alunos não dominam as noções de direção (acima, abaixo, direita, esquerda) em relação a movimentação de um objeto em um gráfico (ou mapa).

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Devem ser incentivadas atividades práticas em sala de aula que permitam explorar as noções de localização e movimentação de objetos no plano. O próprio plano do piso da sala de aula pode servir como plano cartesiano em exercícios nos quais os alunos se movimentam de um ponto a outro. Pode-se também expor mapas e croquis na parede para que os alunos experimentem a localização de pontos e movimentação de objetos. O professor deve também estimular os alunos a construírem mapas e outras representações gráficas, localizando pontos e traçando rotas a partir de comandos de posicionamento.

Estamos atuando no campo da geometria euclidiana bidimensional, localização de pontos no plano. As expressões “deslocamento para direita”, “deslocamento para cima” são expressões que dependem de um referencial para que estejam bem definidas. Entretanto, é bastante comum considerar-se para direita o deslocamento no sentido crescente do eixo das abscissas representado na figura, e para cima, o deslocamento no sentido positivo do eixo das ordenadas da figura. Portanto, podemos considerar que os termos estão todos bem definidos e o problema está bem formulado.

Apenas 36% de acerto, pouco acima da margem de acerto ao acaso, realmente revela que os alunos não conseguem identificar deslocamentos num gráfico. Isso não significa que os alunos não consigam identificar deslocamentos num espaço físico. A questão não propõe um deslocamento num espaço físico e a respectiva representação deste deslocamento. O deslocamento é proposto sobre a representação de um espaço abstrato. A figura não representa uma sala de aula, uma quadra de basquete ou uma cidade. São pontos de um plano. A dificuldade está em identificar deslocamentos sobre a representação, sobre pontos de um plano identificados através de um sistema cartesiano. A questão não está contextualizada.

Não é possível identificar quais as estratégias usadas na solução do problema, nem a metacognição, nem as crenças envolvidas. A distribuição de escolha das opções está muito próxima da escolha ao acaso.

Cabe destacar as observações que aparecem logo após a tabela de distribuição de frequência das respostas. Essas observações referem-se a todas as questões que analisaremos e nos deixam cientes de que estamos trabalhando com uma distribuição de abrangência nacional.

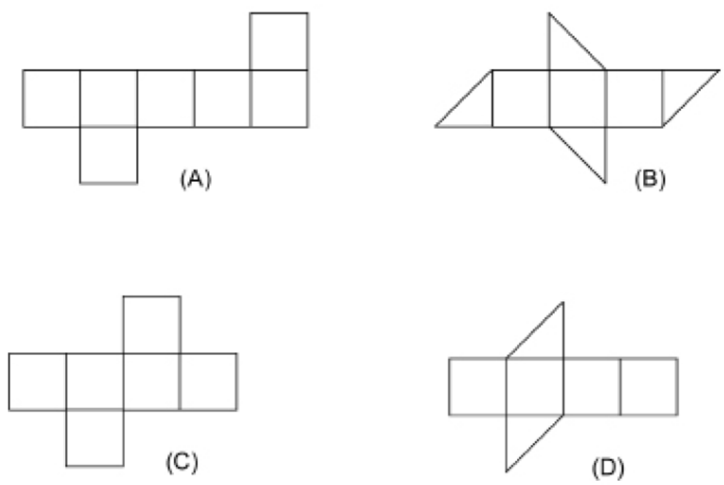
Descritor 2 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

O reconhecimento das propriedades comuns e as diferenças nas planificações de sólidos geométricos quanto a arestas, faces e vértices. O aluno deve ser capaz de planificar um sólido dado e de reconhecer qual é o sólido que pode ser construído a partir de uma planificação dada.

Exemplo de item:

Observe as figuras abaixo



Entre elas, a planificação de uma caixa em forma de cubo é a figura

(A) A. *(B) B.* *(C) C.* *(D) D.*

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
12%	24%	45%	16%

O que o resultado sugere?

Para identificar qual das planificações corresponde ao cubo, o aluno deve saber que este sólido possui 6 faces quadradas e congruentes. Além disso, o aluno deve ser capaz de visualizar os encaixes nas planificações apresentadas.

Apesar da forma do cubo ser bem familiar, observa-se que os alunos que assinalaram as alternativas erradas desconhecem as propriedades básicas do sólido.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Trabalhar em sala com objetos tridimensionais construindo as planificações, comparando diferentes sólidos e observando suas propriedades. A utilização de material concreto é fundamental para a compreensão das propriedades relativas às arestas, faces e vértices. É importante propor aos alunos a tentativa de planificação de uma esfera, para que eles constatem sua impossibilidade.

No comentário feito sobre a questão, são apresentados os três pontos necessários para identificar a planificação de um cubo: seis faces; todas as faces são quadrados congruentes e a disposição dos quadrados permite reconstituir o cubo (encaixe). Entretanto, não há duas opções com seis quadrados. Aqueles que acertaram só precisaram contar se a opção apresentava seis faces e se todas eram quadrados congruentes. A identificação da disposição dos quadrados não foi necessária. O conhecimento de que um dado tem seis faces e a identificação do cubo com um dado deve ter levado muitos a preocuparem-se apenas com o número de faces e não com a forma.

A questão está bem formulada e não há preocupação com a contextualização.

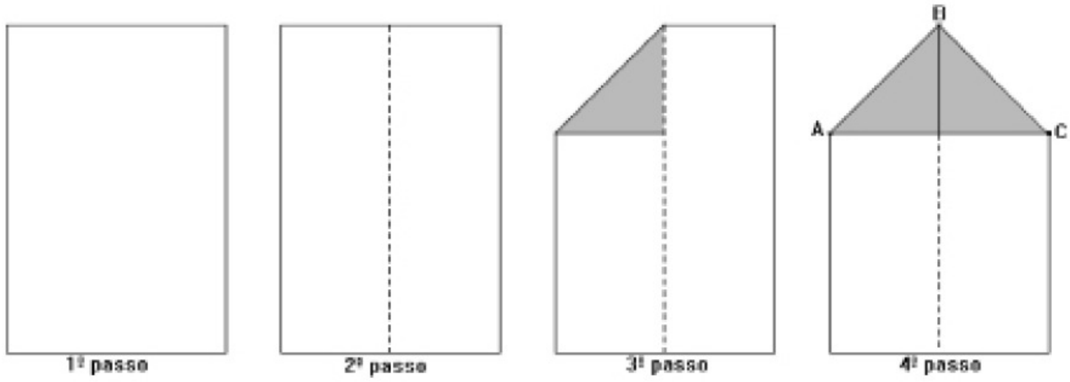
Descritor 3 – Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno reconhecer as propriedades de triângulos e aplicá-las utilizando-se da comparação. Pode-se, por exemplo, propor problemas contextualizados nos quais são conhecidos dois ângulos de um triângulo e é solicitada a medida do terceiro, ou problemas cuja resolução requeira o conhecimento das propriedades dos triângulos eqüiláteros, isósceles ou retângulos.

Exemplo de item:

Para fazer um aviãozinho, Felipe tomou uma folha retangular de papel e observou os passos indicados nas figuras a seguir.



O triângulo ABC é

(A) retângulo e escaleno.
(B) retângulo e isósceles.
(C) acutângulo e escaleno.
(D) acutângulo e isósceles.

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
27%	**40%**	**17%**	**14%**

O que o resultado sugere?

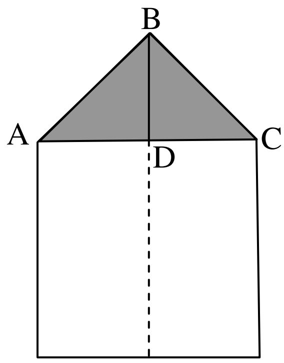
A grande incidência de respostas com a alternativa "A" indica que boa parte dos alunos identifica a formação de um ângulo reto na construção proposta, mas não reconhece um triângulo escaleno. Talvez o desconhecimento seja da terminologia. Os 31% que optaram pelas duas últimas alternativas não identificaram o ângulo reto no triângulo formado.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

São importantes atividades dirigidas para serem executadas em grupo nas quais os alunos construam vários tipos de triângulos, façam medidas e discutam suas propriedades. As conclusões devem ser discutidas com todos e as propriedades constatadas devem ser sistematizadas e enfatizadas pelo professor.

A questão não é contextualizada. De fato, ela é pretextualizada. A identificação do triângulo retângulo isósceles não tem qualquer relevância na confecção de um aviãozinho de papel.

Admitindo que linha pontilhada seja conhecida como uma convenção de dobra na folha de papel, é possível identificar que o pontilhado é paralelo às bordas do papel e equidistantes a elas no 4º passo. Podemos considerar a questão bem formulada no sentido de que todos os seus termos são conhecidos. Mas, pensemos nas estratégias de solução da questão. Primeiro, os triângulos ADB e CDB são retângulos em D, pois este vértice era vértice de um retângulo. O segmento AC é perpendicular aos lados do retângulo original (folha de papel) e, como consequência, os segmentos AD, CD e BD são congruentes e os triângulos ADB e CDB são isósceles. O ângulo $A\hat{B}C$ é a soma de $A\hat{B}D$ com $C\hat{B}D$. Logo, $A\hat{B}C$ é um ângulo reto e, pela congruência dos triângulo ADB e CDB, ΔABC é retângulo e isósceles.



Dificilmente algum aluno que tenha respondido corretamente esta questão usou este raciocínio ou outro equivalente. O mais provável é que tenha escolhido a resposta olhando para o triângulo ABC e “vendo” o ângulo reto em B. Esta questão presta um desserviço ao ensino de Matemática. Ela fomenta a crença de que é possível resolver questões de Geometria só observando as aparências das figuras, sem elaborar um argumento. Encaminha o aluno para estratégias equivocadas que, levando à resposta correta neste caso particular, reforça comportamentos e crenças que se opõem à proficiência matemática, além de gerar a ilusão de competência.

Descritor 4 – Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades

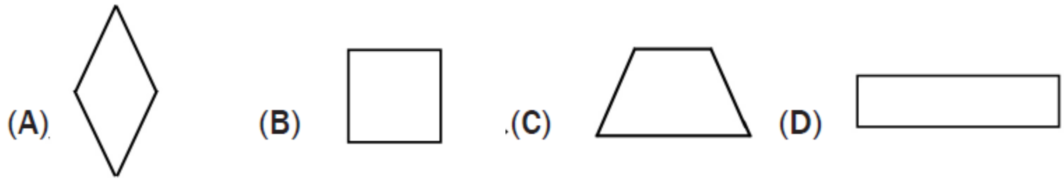
Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno reconhecer, pelas propriedades comuns ou específicas, os quadriláteros: trapézio, paralelogramo, retângulo, losango e quadrado.

Exemplo de item:

Alguns quadriláteros estão representados nas figuras abaixo.

Qual dos quadriláteros possui apenas um par de lados paralelos?



Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
12%	**18%**	**36%**	**31%**

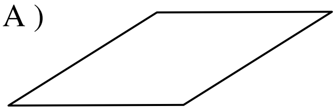
O que o resultado sugere?

O alto percentual de alunos que assinalaram a alternativa "D" sugere o desconhecimento do conceito de paralelismo dos lados de paralelogramos. A escolha do retângulo deve ter sido por este ser a figura mais usual no cotidiano do aluno.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

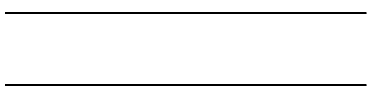
Devem ser enfatizados o conceito de paralelismo e a definição de paralelogramo como quadrilátero convexo cujos lados opostos são paralelos. Assim, retângulos, quadrados e losangos são paralelogramos. São importantes atividades de construção dos quadriláteros a partir de suas propriedades e manipulação de peças (jogos, quebra-cabeças) com as formas dos quadriláteros.

(A)



Esta questão não é contextualizada e, assim como na questão anterior, a crença no "dá para ver", a crença que uma figura se basta em geometria aparece nesta questão. Como é possível ter certeza que o figura da opção (B) é um quadrado e não um trapézio com ângulos bem próximos de um ângulo reto? Além disso, os alunos que identificaram a opção (A) como losango também o fariam se a figura aparecesse na posição da figura ao lado? Para evitar estas dúvidas, cada figura deveria ter sido acompanhada por seu nome. A questão não está bem formulada.

No comentário feito sobre a questão, reputa-se ao fato do retângulo ser a figura mais usual no cotidiano do aluno (?) o alto percentual de escolha da opção (D), o retângulo. O mais provável é que alto percentual de escolha seja uma consequência



dessa crença no “dá para ver”. Retas paralelas, com frequência são postas como paralelas às margens inferior e superior da folha de papel. Veja as retas paralelas desenhadas na figura ao lado. Com qual das opções elas se assemelham? Se a Geometria for acreditada como um jogo de parecença, pouca coisa impede a identificação do retângulo com um par de retas paralelas.

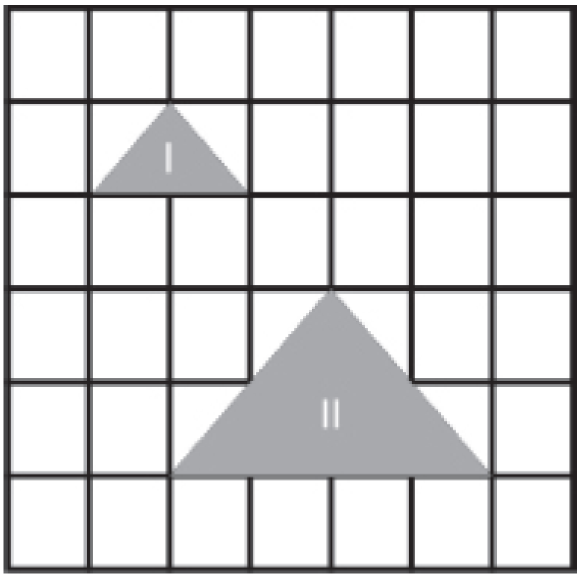
Descritor 5 – Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno reconhecer, a partir da ampliação ou redução de uma figura, quais foram as alterações em seus lados, seu perímetro e sua área. Os itens elaborados para este descritor devem utilizar malhas quadriculadas.

Exemplo de item:

Na ilustração abaixo, a figura II foi obtida a partir da figura I.



O perímetro da figura II, em relação ao da figura I, ficou

(A) reduzido à metade.
(B) inalterado.
(C) duplicado.
(D) quadruplicado.

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
22%	11%	48%	17%

O que o resultado sugere?

Metade dos alunos errou o item, indicando que essa habilidade não foi dominada por esses estudantes. É provável que os 22% que assinalaram a alternativa "A" tenham considerado a relação entre o perímetro da figura I e o da figura II. Aqueles que optaram pelas respostas "B" e "D" desconhecem a alteração no perímetro da figura.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Várias atividades em sala de aula com ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas. Em seguida, os lados devem ser medidos e feitos os cálculos de perímetro e área e estabelecidas as relações entre eles.

Essa questão não está contextualizada.

A informação de que a figura II foi obtida a partir da figura I não tem qualquer significado matemático. Considerando os triângulos dispostos sobre uma malha quadriculada, com todos os quadrados congruentes, é possível identificar que estamos tratando de semelhança de triângulos. Portanto, consideraremos a questão bem formulada.

Como um dos lados do triângulo da figura I ocupa dois quadradinhos da malha e o seu correspondente na figura dois ocupa quatro quadradinhos, a relação entre os perímetros é do dobro. Como foi bem observado nos comentários, a opção (A) atraiu alunos que considerou a razão entre o perímetro da figura I e o perímetro da figura II, permutando o antecedente com o consequente. A opção (D), possivelmente, atraiu alunos que compararam as área das figuras.

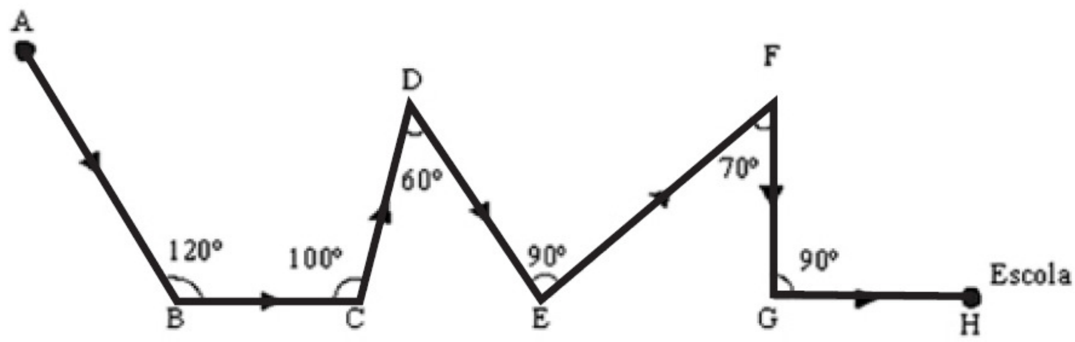
Descritor 6– Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno reconhecer ângulos obtidos pela mudança de direção em uma trajetória retilínea ou giro de um segmento. O aluno deve também distinguir ângulos retos de ângulos não retos.

Exemplo de item:

Para chegar à escola, Carlos realiza algumas mudanças de direção como mostra a figura a seguir.



As mudanças de direção que formam ângulos retos estão representadas nos vértices

(A) B e G. *(B) D e F.* *(C) B e E.* *(D) E e G.*

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
29%	**20%**	**11%**	**38%**

O que o resultado sugere?

Os 40% dos alunos que assinalaram as alternativas "A" ou "C" mostram diferenciar ângulos agudos dos demais. Esses alunos consideram ângulos rasos como retos; 20% dos alunos julgam que ângulos retos são agudos.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver esta habilidade?

Atividades em que o ângulo de 360º é dividido em dois (rasos), e estes em dois, novamente divididos em dois. Os ângulos obtidos, que medem 90º, são chamados de retos. Deve-se também solicitar aos alunos, além da identificação, a construção de ângulos retos, rasos, agudos e obtusos.

A questão não é contextualizada. Ela é pretextualizada. A informação de que este é o caminho seguido por Carlos para chegar à escola não acrescenta nada à questão e a identificação das mudanças de direção correspondentes a um ângulo reto não resolve qualquer problema.

A questão está bem formulada.

A opção (A) apresenta os vértices B e C como vértices de ângulos retos. Notemos que B é o início do segmento orientado BC e que G é o início do segmento orientado GH. Repare que os segmentos BC e GH estão, aparentemente, sobre uma mesma reta. Esta opção atraiu alunos que identificaram as expressões “direção” e “ângulo reto” com “deslocamento sobre uma mesma reta”.

Na opção (B), os vértices identificados como de ângulos de retos são os D e F. Notemos que o ângulo $D\hat{E}F$ é um ângulo reto. Alunos que identificaram “D e F” com $D\hat{E}F$ e consideraram mudança de direção sair do ponto D para o ponto F foram atraídos por esta opção.

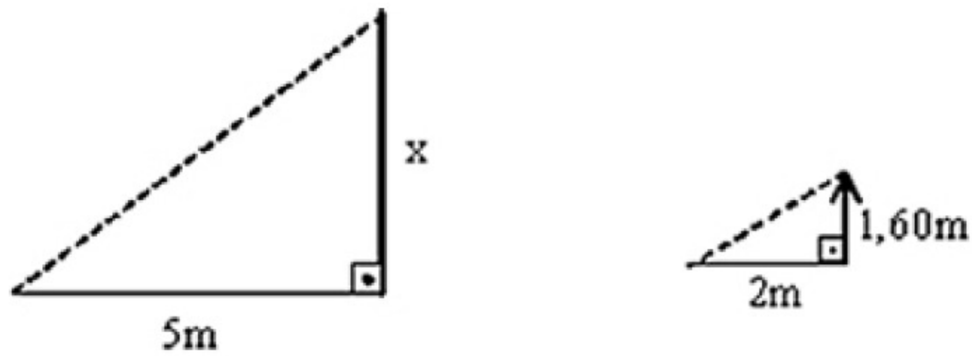
Descritor 7 – Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno verificar a semelhança de figuras planas, reconhecendo a manutenção ou a alteração nas medidas dos elementos das figuras (lados, ângulos, alturas, etc).

Exemplo de item:

No pátio de uma escola, a professora de matemática pediu que Júlio, que mede 1,60m de altura, se colocasse em pé, próximo de uma estaca vertical. Em seguida, a professora pediu a seus alunos que medissem a sombra de Júlio e a da estaca. Os alunos encontraram as medidas de 2m e 5m, respectivamente, conforme ilustram as figuras abaixo.



A altura da estaca media

(A) 3,6m. *(B) 4m.* *(C) 5m.* *(D) 8,6m.*

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
43%	30%	11%	15%

O que o resultado sugere?

Apenas 30% dos alunos mostraram dominar esta habilidade. Os demais provavelmente repetiram a medida da primeira figura ou somaram números apresentados nas figuras.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Devem ser claramente diferenciados os conceitos entre semelhança e congruência de polígonos, especialmente de triângulos. Diversas atividades devem ser propostas, com ampliações ou reduções de figuras. Os alunos devem medir os elementos das figuras obtidas (lados, ângulos, alturas) e compará-los com os correspondentes da figura de origem. Essa prática norteará as conclusões sobre a manutenção das medidas dos ângulos e as razões de semelhança entre as figuras.

A informação de que se trata da medida das sombras de uma pessoa em pé e de uma estaca na vertical é relevante, visto que os raios de sol que provocam as sombras são paralelos e isso estabelece a semelhança dos triângulos. Além disso, é mais fácil medir a altura de uma pessoa do que medir uma estaca de quatro metros perpendicular ao solo. A questão é contextualizada.

Apesar do uso do termo *vertical* com o sentido de perpendicular ao plano do solo, podemos considerar a questão bem formulada.

A única justificativa que encontramos para que a opção (A) apareça como a mais escolhida é que, não sabendo como resolver a questão, o aluno procura estabelecer alguma relação entre os dados presentes no enunciado. No caso, 3,6m, valor presente na opção (A) , é a soma da altura de Júlio com o comprimento de sua sombra, 2m + 1,6m = 3,6m.

Descritor 8 – Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares)

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno aplicar as diversas propriedades dos polígonos convexos na resolução de problemas.

Exemplo de item:

Um polígono regular possui a medida do ângulo central igual a 40°.

Esse polígono é formado por

(A) 5 lados. (B) 9 lados. (C) 10 lados. (D) 20 lados.

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
26%	**43%**	**17%**	**12%**

O que o resultado sugere?

Menos da metade dos alunos domina essa habilidade. O percentual alto de respostas para a alternativa "A" sugere que os alunos que assinalaram esta, o fizeram por estarem mais familiarizados com o pentágono do que com polígonos de 10 ou 20 lados.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Atividades, principalmente estudos dirigidos, nas quais os alunos devem medir e somar os ângulos internos, externos e centrais de polígonos, contar o número de diagonais e outras propriedades relevantes nos polígonos convexos.

A questão não é contextualizada e está bem formulada. Só conseguimos identificar a atração pela opção (A) pelo motivo apresentado no comentário: o pentágono é mais comum do que o decágono e o icoságono.

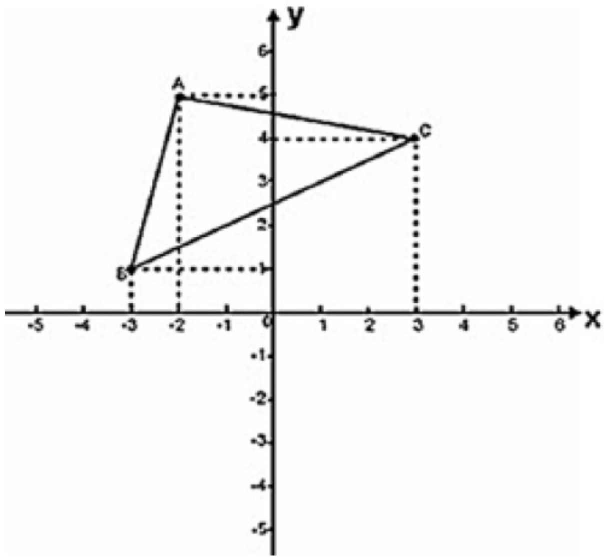
Descritor 9 – Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno localizar pontos em sistema cartesiano ou, a partir de pontos no sistema, identificar suas coordenadas.

Exemplo de item:

Os vértices do triângulo representado no plano cartesiano ao lado são



(A) A (5,-2); B (1,-3) e C (4,3).

(B) A (2,-5); B (-3,-1) e C (3,-4).

(C) A (-2,5); B (-3,1) e C (3,4).

(D) A (-3,0); B (-2,0) e C (3,0).

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
41%	**15%**	**37%**	**3%**

O que o resultado sugere?

Apenas 37% acertaram o item. Observa-se que a maior incidência de respostas ocorreu para a alternativa “A”, mostrando que esses alunos confundem a ordem das coordenadas dos pontos cartesianos. Há, também, um percentual considerável de alunos que não discriminam coordenadas negativas das positivas.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Enfatizar a ordem e o significado dos valores negativos e positivos das co-ordenadas cartesianas de um ponto. Sugere-se a montagem de um grande plano cartesiano no quadro ou na parede, no qual os alunos localizariam ou marcariam pontos.

Esta questão não é contextualizada e está bem formulada. O que parece ter ocorrido é que boa parte dos alunos buscou relacionar os dois números associados a cada vértice do triângulo através das linhas pontilhadas. Como a leitura de um texto é feita de cima para baixo na folha de papel, no ponto A a ordenada 5 foi lida antes da abscissa -2. Desta forma, o par $(5, -2)$ foi associado ao ponto A quando, de fato, as coordenadas do ponto A são $(-2, 5)$. Talvez tenha sido esta a estratégia usada por muitos daqueles que marcaram a opção (A). Notemos que para estes alunos não há importância na ordem dos termos de um par ordenado Em outros termos, os registros (x, y) e $\{x, y\}$ se confundem. Sem dúvida, o conceito de par ordenado e de coordenadas de um ponto no sistema cartesiano não está construído pela maioria dos alunos.

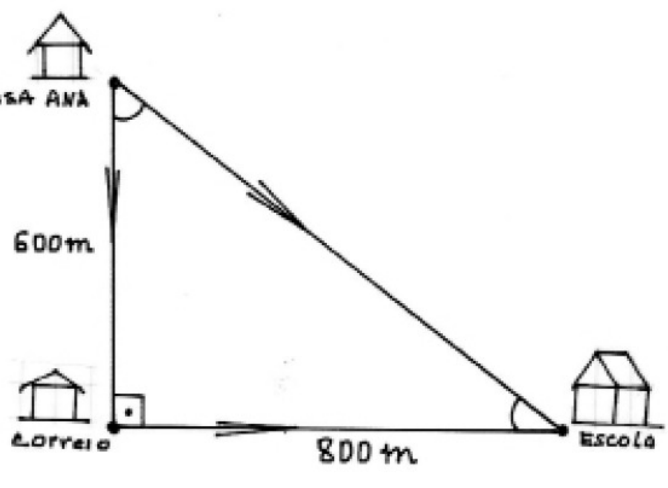
Descritor 10 – Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno resolver problemas utilizando as relações métricas nos triângulos retângulos, em especial, o Teorema de Pitágoras.

Exemplo de item:

Hélio e Ana partiram da casa dela com destino à escola. Ele foi direto de casa para a escola e ela passou pelo correio e depois seguiu para a escola, como mostra a figura ao lado.



De acordo com os dados apresentados, a distância percorrida por Ana foi maior que a percorrida por Hélio em

(A) 200 m. (B) 400 m. (C) 800 m. (D) 1 400 m.

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
20%	18%	11%	49%

O que o resultado sugere?

O resultado é muito preocupante. Menos de 1/5 da população avaliada mostra domínio da habilidade. A grande proporção de alunos que marcaram as alternativas incorretas indica que estes entendem que a medida da hipotenusa corresponde à soma das medidas dos catetos. Os 31% que assinalaram "A" ou "C" simplesmente repetiram uma das medidas ou subtraíram os valores dados.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Esse descritor aborda um dos assuntos de maior aplicação no cotidiano dos alunos. Existe uma infinidade de problemas que devem ser trazidos para resolução em sala de aula. O professor pode estimular seus alunos a resolver questões bem práticas como: calcular a distância de um ponto no solo até o topo de um poste de iluminação; calcular a medida da diagonal do piso da sala de aula; calcular o tamanho mínimo de uma escada usada para atingir o telhado de um prédio.

O fato de Ana caminhar sobre os catetos de um triângulo e Hélio sobre a hipotenusa está descrito na figura. A questão é bem formulada e está contextualizada. A estratégia esperada era o uso do Teorema de Pitágoras. Entretanto, a opção (D), que apresenta a soma das medidas dos catetos, tem uma incidência de escolha de 49%. A opção (A), com 20% de incidência, foi a segunda mais escolhida. O raciocínio de muitos dos que a escolheram foi, possivelmente: tenho que saber quanto Ana percorreu a mais do que Hélio, portanto, a operação é de subtração. Os dados numéricos da figura são 800m e 600m. Assim, 800m – 600m = 200m.

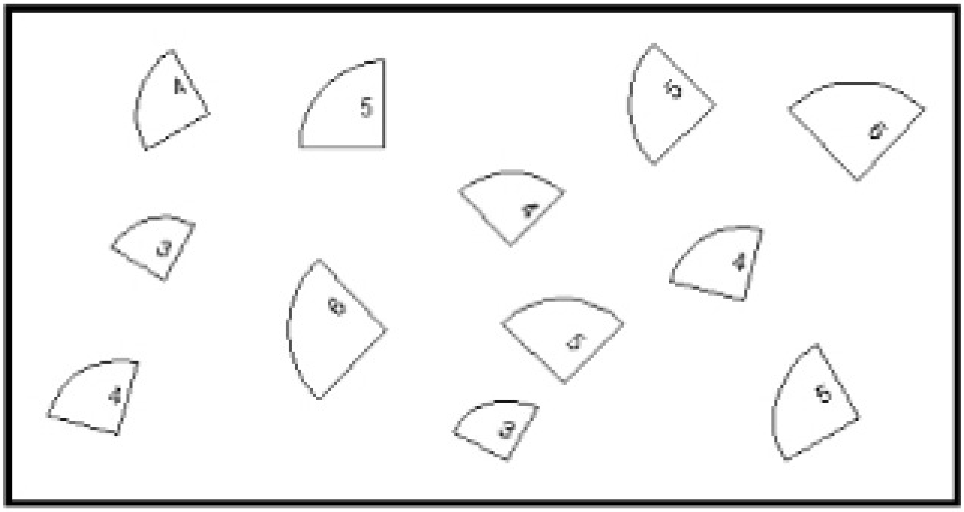
Descritor 11 – Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno identificar os elementos principais do círculo e da circunferência e aplicar suas propriedades.

Exemplo de item:

Na figura abaixo, há um conjunto de setores circulares, cujos ângulos centrais são de 90º. Cada setor está com a medida do seu raio indicada.



Agrupando-se, convenientemente, esses setores, são obtidos

(A) 3 círculos.
(B) no máximo um círculo.
(C) 2 círculos e 2 semicírculos.
(D) 4 círculos.

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
17%	10%	62%	8%

O que o resultado sugere?

O item é simples e sugere que os 35% dos alunos que erraram marcaram aleatoriamente qualquer alternativa.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Atividades nas quais os alunos trabalhem com os conceitos de raio, diâmetro, corda, setor circular, ângulo central e ângulo inscrito e suas relações. O professor deve incentivar seus alunos a fazerem medições para chegar a algumas propriedades da circunferência.

A questão não está contextualizada e a expressão “agrupar convenientemente” não tem significado preciso. Podemos entender o que o avaliador quer dizer com esta expressão somente após observar as opções. Notemos que, se nas opções constasse 6 semicírculos, esta também seria uma resposta válida. Podemos entender a expressão “agrupamento conveniente” de diversas maneiras e obter resultados diferentes. A questão não está bem formulada.

Os alunos que contaram os setores circulares, identificando 12 setores, e consideraram que quatro deles (quatro ângulos retos) formam a circunferência foram atraídos pela opção (A).

Tema II – Grandezas e Medidas

Neste tema, são avaliadas habilidades relacionadas à resolução de problemas envolvendo cálculo de perímetro e de área de figuras planas, noções de volume e o uso de relações entre diferentes unidades de medida. São assuntos vividos no cotidiano dos alunos em suas diferentes aplicações.

Descritor 12 – Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno calcular o perímetro de uma figura plana cujo contorno é uma única linha poligonal fechada.

Exemplo de item:

A quadra de futebol de salão de uma escola possui 22 m de largura e 42 m de comprimento. Um aluno que dá uma volta completa nessa quadra percorre

(A) 64 m. (B) 84 m. (C) 106 m. (D) 128 m.

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
47%	**9%**	**4%**	**38%**

O que o resultado sugere?

Um conceito tão básico como perímetro de um retângulo teve apenas 38% de acerto. O resultado mostra claramente que praticamente metade dos alunos entende perímetro de um retângulo como a soma de suas duas medidas. Os 13% que apontaram as alternativas "B" e "C" simplesmente manipularam os valores dados.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

O desenvolvimento dessa habilidade é fundamental na construção da competência de medir. O professor deve utilizar vivências do cotidiano do aluno para desenvolvê-la. Atividades práticas, como calcular o perímetro da sala de aula, da quadra de esportes ou de polígonos com outras formas, devem ser executadas.

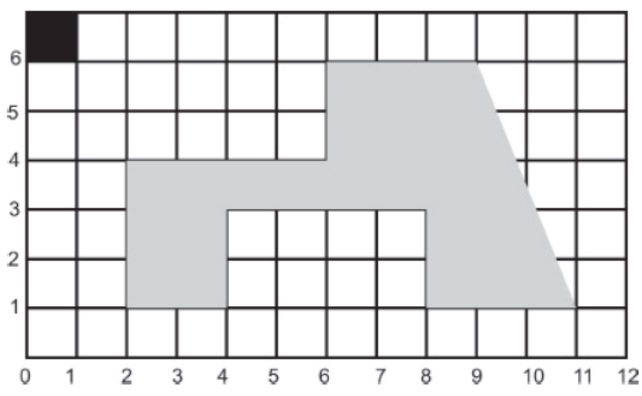
A informação de que se trata de uma quadra de futebol de salão é relevante para reconhecer que se deve determinar o perímetro de um retângulo. O problema está contextualizado e bem formulado.

Mais uma vez a incidência maior numa opção incorreta, a opção (A), deve-se a crença de que resolver um problema de Matemática consiste em identificar uma operação, identificar dados numéricos no enunciado e operá-los. No caso desta questão, a operação é a adição, os dados numéricos são 22 e 42. Somando esses valores, temos 22 + 42 = 64, que é o valor numérico presente na opção (A).

Descritor 13 – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno resolver problemas envolvendo o cálculo da área de figuras planas. Trata-se de uma habilidade muito solicitada no dia-a-dia: cálculo da área de um terreno, do piso de uma casa, da parede de um cômodo etc.



Exemplo de item:

Na ilustração ao lado, o quadrado sombreado representa uma unidade de área.

A área da figura desenhada mede

(A) 23 unidades. (B) 24 unidades. (C) 25 unidades. (D) 29 unidades.

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
23%	39%	27%	6%

O que o resultado sugere?

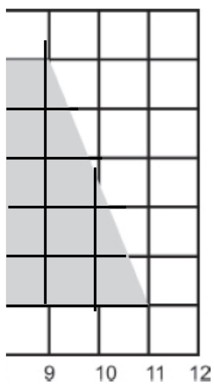
Mais da metade dos alunos errou o item. Embora a figura deva ser decomposta para o cálculo, os polígonos que a compõem são figuras elementares e o cálculo de suas áreas deve ser familiar para alunos de 8ª série/9º ano.

Os alunos que assinalaram "A" ou "C" provavelmente contaram os quadradinhos inteiros e estimaram o restante.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Valer-se de exemplos concretos como o piso e as paredes da sala de aula para fixar o cálculo de área de retângulos e mostrar que a área de um triângulo é obtida como metade da área de um retângulo (dividindo este por uma de suas diagonais). Outros polígonos podem ser desmembrados em retângulos e triângulos para o cálculo de sua área. Para o cálculo de áreas de setores circulares, esses devem ser apresentados como frações do círculo.

A questão apresenta uma malha quadriculada cujo quadradinho tem área unitária. O problema está bem formulado e não está contextualizado.



Dizer que cada quadradinho tem área unitária induz que se contem os quadradinhos para determinar a área da figura sombreada, em vez de dividi-la em polígonos conhecidos e calcular a área de cada um dos polígonos. Provavelmente as opções (A) e (C) atraíram alunos que estimaram, incorretamente, o número de quadradinhos correspondentes a parte da figura que aparece a direita.

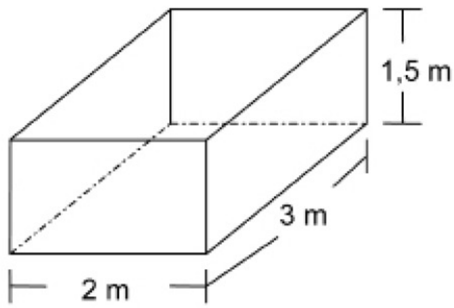
Descritor 14 – Resolver problema envolvendo noções de volume

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno calcular o volume ou a capacidade de sólidos geométricos simples (paralelogramos e cilindros, principalmente).

Exemplo de item:

Uma caixa d'água, com a forma de um paralelepípedo, mede 2m de comprimento por 3 m de largura e 1,5 m de altura. A figura abaixo ilustra essa caixa.



O volume da caixa d'água, em m^3, é

(A) 6,5. (B) 6,0. (C) 9,0. (D) 7,5.

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
33%	**22%**	**26%**	**16%**

O que o resultado sugere?

Mais de 70% dos alunos erraram o item, indicando o completo desconhecimento da noção de volume de um paralelepípedo. Observa-se que a terça parte dos alunos assinalou "A", somando as medidas dadas. Os 22% que optaram por "B", calcularam a área da base do sólido.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Mostrar que para sólidos, tais como paralelepípedos reto-retângulos e cilindros, o cálculo do volume sempre é obtido pelo produto da área da base pela altura. A partir daí, deduzir as fórmulas das áreas. Como aprofundamento, fazer o mesmo com prismas de bases triangulares ou hexagonais.

A informação de que se trata de uma caixa d'água é irrelevante. O que importa é saber que o sólido é um paralelepípedo. A questão não está contextualizada. É comum usar-se somente o termo paralelepípedo quando se trata, de fato, de um paralelepípedo reto-retângulo. Portanto, podemos considerá-la bem formulada.

Mais uma vez a estratégia mais usada foi a soma de dados numéricos presentes no enunciado. A opção mais escolhida foi a (A), que corresponde a soma das medidas das três arestas do paralelepípedo, 2 + 3 + 1,5 = 6,5.

Descritor 15 – Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno resolver problemas com transformações de unidades de comprimento (m, cm, mm e km), área (m^2, km^2 e ha), volume e capacidade (m^3, cm^3, mm^3, l e ml).

Exemplo de item:

Diana mediu com uma régua o comprimento de um lápis e encontrou 17,5 cm.

Essa medida equivale, em mm, a

(A) 0,175. (B) 1,75. (C) 175. (D) 1750.

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
33%	**22%**	**26%**	**16%**

O que o resultado sugere?

Cerca de três quartos dos alunos não dominam essa habilidade. A alternativa que teve o maior índice de respostas foi a "A", o que sugere que a maior parte dos alunos não diferencia mudanças para múltiplos ou para submúltiplos.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Inicialmente, é importante que os alunos entendam por que nas transformações para múltiplos, há uma multiplicação e, para submúltiplos, há divisão. Isso pode ser feito com a manipulação de fichas, representando as unidades básicas de medidas (quantas fichas de 1cm cabem em uma de 1m?). Posteriormente, é interessante que o aluno use as "escadinhas" com as unidades para facilitar a *contagem de quantos "degraus" serão galgados para cima (múltiplos) ou para baixo (submúltiplos) e efetuar com segurança as operações de multiplicação ou divisão por 10 (ou suas potências).*

A questão é pretextualizada. Não há qualquer relevância a informação de que Diana mediu o comprimento de um lápis. O enunciado poderia ser: qual é a medida, em milímetros, equivalente a 1,75cm?

A questão é bem formulada.

Aqueles que escolheram a opção (A) o fizeram ao converter 17,5 cm para metros.

Tema III – Números e Operações / Álgebra e Funções

O tratamento com números e suas operações é indispensável no dia-a-dia dos alunos. Os números, presentes em diversos campos da sociedade, além de utilizados em cálculos e na representação de medidas, também se prestam para a localização, ordenação e identificação de objetos, pessoas e eventos. Os descritores deste tema enfocam os números com suas operações, noções de álgebra e funções.

Descritor 16 – Identificar a localização de números inteiros na reta numérica

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

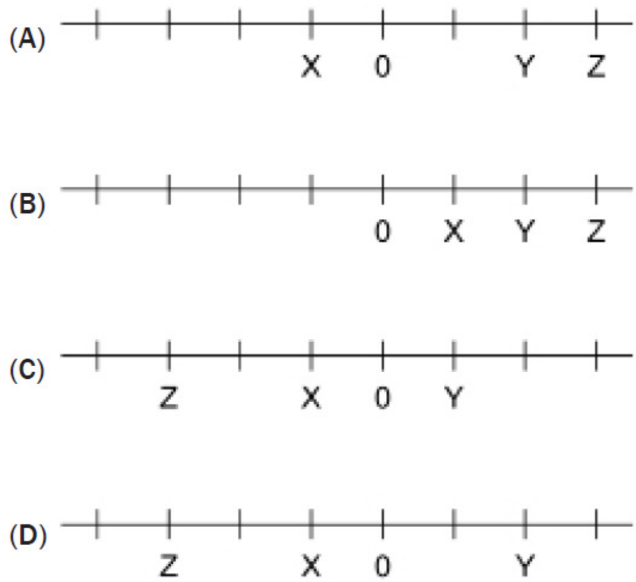
A habilidade de o aluno localizar números positivos, negativos e o zero na reta representativa dos números inteiros. Para isso, o aluno deve dominar a comparação entre inteiros, ou seja, colocá-los em ordem crescente ou decrescente.

Exemplo de item:

No mês de julho, foram registradas as temperaturas mais baixas do ano nas seguintes cidades:

Cidades	Temperaturas(°C)
X	-1
Y	+2
Z	-3

A representação correta das temperaturas registradas nas cidades X, Y e Z, na reta numerada, é



Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
9%	**16%**	**16%**	**54%**

O que o resultado sugere?

Quarenta e um por cento da população de alunos mostraram não dominar a habilidade. É significativo o percentual daqueles que não reconhecem um número negativo (16% com a alternativa "B"), posicionando números negativos na parte positiva da reta numérica. Os alunos que escolheram "A" ou "C" devem ter posicionado aleatoriamente os pontos sobre a reta.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Após o entendimento por parte dos alunos do significado de número negativo, recorrendo-se a situações práticas (estar devendo figurinhas, temperaturas abaixo de zero, subsolos em edifícios etc.), é importante a construção física de retas numéricas em tiras de papel. As atividades práticas de localização de pontos nas retas construídas ajudarão muito no desenvolvimento da habilidade.

A questão não é contextualizada. A informação de que os números são registros de temperatura na escala Celsius não tem a menor relevância. O enunciado poderia ser: marque os números X = −1, Y = +2 e Z = −3 na reta numérica.

Apesar de ser muito comum o lado direito da reta numérica ser destinado aos números positivos, isso não é obrigatório. A reta numérica é um eixo orientado e a orientação determina o sentido de crescimento dos números. Observando as opções, vemos que a orientação foi feita da esquerda para direita, não havendo opção correta se for tomada outra orientação. Além disso, essa orientação é a mais comum. Podemos considerar a questão bem formulada.

As alunos que desconsideraram os sinais e colocaram em ordem crescente os módulos de X, Y e Z foram atraídos pela opção (B).

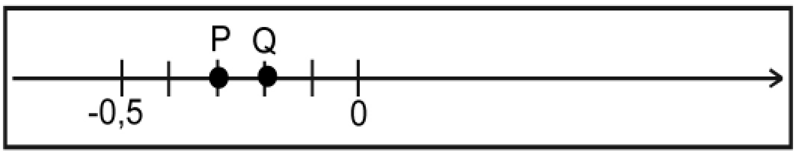
Descritor 17 – Identificar a localização de números racionais na reta numérica

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno localizar números racionais na reta representativa do conjunto Q, reconhecendo que entre dois números racionais existem infinitos outros racionais.

Exemplo de item:

A figura abaixo mostra os pontos P e Q que correspondem a números racionais e foram posicionados na reta numerada do conjunto dos racionais.



Os valores atribuídos a P e Q, conforme suas posições na reta numérica abaixo são:

(A) P = -0,2 e Q = -0,3.
(B) P = -0,3 e Q = -0,2.
(C) P = -0,6 e Q = -0,7.
(D) P = -0,7 e Q = -0,6.

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
14%	61%	14%	7%

O que o resultado sugere?

O grande percentual dos alunos que mostraram não dominar a habilidade, assinalando as alternativas erradas, evidenciaram não conhecer a ordem de crescimento dos números racionais ou a divisão adequada entre dois racionais na reta numerada.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Com a construção da reta numerada e a solicitação, por parte do professor, para que os alunos localizem, sucessivamente, números racionais entre dois racionais dados, estes alunos devem concluir que, entre dois racionais, há infinitos outros números racionais. As atividades práticas de localização de pontos nas retas construídas ajudarão muito no desenvolvimento da habilidade.

A questão não está contextualizada.

Estamos diante de uma reta na qual estão sendo representados números racionais. Os números representados pelas letras P e Q são racionais. De início, nada nos permite dizer que os traços que dividem o segmento com extremidades em –0,5 e 0 estão igualmente espaçados. O que nos leva a defender que os traços estão igualmente espaçados são as opções. Mais uma vez a questão fomenta o "dá para ver", a crença que se pode encontrar a solução de questões que envolvem figuras através da aparência da figura.

A questão não está bem formulada.

Descritor 18 – Efetuar cálculos com números inteiros, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação)

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno efetuar as cinco operações com números inteiros.

Exemplo de item:

A professora solicitou a um aluno que resolvesse a seguinte expressão:

$N = (-3)^2 - 3^2$.

O valor de N é

(A) 18. (B) 0. (C) –18. (D) 12.

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
23%	43%	21%	9%

O que o resultado sugere?

Uma grande parcela da população de alunos não domina a habilidade, errando na potenciação de números negativos ou na subtração.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Muitas atividades com números inteiros, inicialmente apenas com uma operação e posteriormente mesclando as cinco operações básicas.

A questão não está contextualizada e é bem formulada.

Os alunos que não distinguem $(-3)^2$ e -3^2 foram atraídos pelas opções (A) e (C). Aqueles que consideram $(-3)^2$ igual a -9 optaram por (A) e aqueles que consideram -3^2 igual a 9, marcaram a opção (C).

Descritor 19 – Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação)

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno resolver problemas utilizando-se das cinco operações com números naturais.

Exemplo de item:

Num cinema, há 12 fileiras com 16 poltronas e 15 fileiras com 18 poltronas.

O número total de poltronas é

(A) 192. (B) 270. (C) 462. (D) 480.

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
14%	**16%**	**57%**	**9%**

O que o resultado sugere?

O problema exige a soma de dois produtos e os alunos que assinalaram "A" ou "B" resolveram apenas um dos produtos. Os alunos que optaram pela alternativa "D" devem tê-la escolhido ao acaso.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

O professor deve trazer para a sala de aula diversas situações-problema em que possam ser explorados os diferentes significados das operações. É interessante incentivar os alunos a buscarem problemas práticos para a resolução em sala de aula.

Sem a informação do número de poltronas em cada fileira do cinema, não é possível calcular o total de poltronas no cinema. O problema está contextualizado e bem formulado. A observação de que as opções (A) e (B) atraíram aqueles que consideraram apenas um dos produtos, $12 \times 16 = 192$ ou $15 \times 18 = 270$, é bem pertinente.

Descritor 20 – Resolver problema com números inteiros, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação)

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno resolver problemas utilizando-se das cinco operações com números inteiros.

Exemplo de item:

Numa cidade da Argentina, a temperatura era de 12°C. Cinco horas depois, o termômetro registrou -7°C.

A variação da temperatura nessa cidade foi de

(A) 5°C. (B) 7°C. (C) 12°C. (D) 19°C.

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
45%	9%	8%	37%

O que o resultado sugere?

Apenas 37% dos alunos mostraram dominar a habilidade. É preocupante observar-se que 45% dos alunos apontaram para a alternativa "A". Isso sugere que esse percentual de alunos opera apenas com números naturais. Os demais 17%, que responderam com as alternativas "B" e "C", repetiram dados do enunciado.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Trazer para a sala de aula atividades lúdicas com números inteiros. Explorar com jogos a idéia da reta numerada do conjunto Z, com a contagem de casas entre dois inteiros. Os jogos nos quais os participantes "ficam devendo" também ajudam na compreensão do conceito de número negativo.

A questão trata da variação da temperatura numa cidade em um período de cinco horas. É uma questão contextualizada. Entretanto, a opção oferecida como resposta é questionável. A variação de temperatura, ΔT, é igual a diferença entre a temperatura final e a temperatura inicial: $\Delta T = T_{final} - T_{inicial}$. A variação de temperatura da cidade nestas cinco horas foi de $\Delta T = (-7°C) - (12°C) = -19°C$. A opção (D), considerada a opção correta, apresenta uma variação de 19°C. O que o avaliador desejava era o módulo da variação de temperatura e não a variação de temperatura. Não há precisão no uso dos termos do enunciado. A questão não está bem formulada.

Aqueles que escolheram a opção (A) consideraram a diferença dos módulos das temperaturas.

Descritor 21 – Reconhecer diferentes representações de um número racional.

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno identificar números racionais nas suas diversas representações: fracionária, decimal ou percentual.

Exemplo de item:

No Brasil, $\frac{3}{4}$ *da população vive na zona urbana.*

De que outra forma podemos representar esta fração?

(A) 15%. (B) 25%. (C) 34%. (D) 75%.

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
16%	**17%**	**32%**	**32%**

O que o resultado sugere?

Apenas a terça parte dos alunos domina a habilidade. O mesmo percentual dos alunos que acertaram o item corresponde àqueles que optaram pela alternativa "C", mostrando o completo desconhecimento de equivalência de números racionais. Os alunos que escolheram as alternativas "A" ou "B" devem ter escolhido ao acaso.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Atividades nas quais, a partir de números racionais na forma fracionária, efetua-se a divisão do numerador pelo denominador, obtendo-se o correspondente decimal. Este decimal, por sua vez, quando multiplicado por 100, representa a forma percentual do número racional.

"Escreva $\frac{3}{4}$ na forma de taxa de porcentagem", este é o enunciado da questão. A informação de que esta é a fração da população vive em zona urbana não tem qualquer importância para a solução da questão. A questão não é contextualizada e está bem formulada. A opção (C), com percentual de escolha igual ao da opção correta, apresenta a taxa 34%. Esta taxa é escrita com os mesmos algarismos usados para registrar a fração $\frac{3}{4}$.

Descritor 22 – Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno reconhecer frações em diversas representações como, por exemplo, partes de um inteiro, relação entre conjuntos, razão entre medidas etc.

Exemplo de item:

Dos 11 jogadores de um time de futebol, apenas 5 têm menos de 25 anos de idade.

A fração de jogadores desse time, com menos de 25 anos de idade, é

(A) $\frac{5}{6}$. (B) $\frac{6}{5}$. (C) $\frac{5}{11}$. (D) $\frac{6}{11}$.

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
19%	14%	58%	8%

O que o resultado sugere?

Um terço dos alunos assinalou "A" ou "B", mostrando não compreender a correspondência entre a situação relatada e a fração (subtraíram 5 de 11 e escreveram a fração, alternando numerador com denominador). Os 8% que assinalaram "D" devem ter escolhido esta opção aleatoriamente. Cinqüenta e oito por cento dos alunos dominam a habilidade.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Diversas atividades nas quais, inicialmente, os alunos devem representar frações utilizando materiais concretos (recortando em cartolina, isopor etc.) e, posteriormente, escrever as frações correspondentes às situações-problema propostas.

"A fração de jogadores desse time" identifica quem está sendo considerado como todo, que valor constituirá o denominador da fração. Podemos considerar o problema contextualizado e bem formulado.

Aqueles que escolheram a opção (A), como está declarado na observação, consideraram a razão entre aqueles que têm menos de 25 anos e aqueles que tem 25 anos ou mais. Os que escolheram a opção (B), consideraram a razão inversa.

Descritor 23 – Identificar frações equivalentes

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno reconhecer que uma fração pode também ser representada por um conjunto infinito de outras frações equivalentes a ela.

Exemplo de item:

Quatro amigos, João, Pedro, Ana e Maria saíram juntos para fazer um passeio por um mesmo caminho. Até agora, João andou $\frac{6}{8}$ *do caminho; Pedro,* $\frac{9}{12}$*; Ana,* $\frac{3}{8}$ *e Maria,* $\frac{4}{6}$*.*

Os amigos que se encontram no mesmo ponto do caminho são

(A) João e Pedro.
(B) João e Ana.
(C) Ana e Maria.
(D) Pedro e Ana.

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
26%	41%	19%	9%

O que o resultado sugere?

É sintomático que 41% dos alunos tenham escolhido a alternativa "B", possivelmente devido à igualdade entre os denominadores das frações. Apenas cerca de um quarto do universo avaliado mostrou dominar a habilidade.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Inúmeras atividades podem ser realizadas em sala de aula para bem desenvolver a habilidade. Novamente, é importante partir de materiais concretos verificando-se as equivalências entre fichas, peças de cartolina etc. Em seguida, deve ser exercitada a representação de frações equivalentes, por meio da simplificação de numeradores e denominadores.

A questão propõe que se identifiquem frações que representam a mesma parte de um todo; a mesma parte de um caminho percorrido por amigos que partiram juntos. Aqueles que tiverem percorrido a mesma porção do caminho estarão na mesma posição. A questão está contextualizada e bem formulada.

A expressão "encontram-se no mesmo ponto" traz a idéia de igualdade. As frações que apresentam termos, "algarismos" iguais (numerador ou denominador) são $\frac{6}{8}$ (João) e $\frac{4}{6}$ (Maria), mas não existe o par João e Maria entre as opções, e $\frac{6}{8}$ (João) e $\frac{3}{8}$ (Ana), o que corresponde a opção (B). Esta foi a opção (errada) escolhida por 41% dos estudantes.

Descritor 24 – Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de "ordens" como décimos, centésimos e milésimos

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno decompor um número decimal reconhecendo suas ordens pelo princípio do sistema de numeração decimal.

Exemplo de item:

O número decimal 2,401 pode ser decomposto em

(A) 2 + 0,4 + 0,001
(B) 2 + 0,4 + 0,01
(C) 2 + 0,4 + 0,1
(D) 2 + 4 + 0,1

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
26%	41%	19%	9%

O que o resultado sugere?

Apenas pouco mais de ¼ dos alunos acertou o item. É eloqüente o alto percentual de alunos que assinalaram a última alternativa simplesmente "juntando" os números apresentados, acreditando chegar ao resultado correto.

Não faremos qualquer tentativa de inferir as estratégias usadas pelos alunos na busca de soluções para a questão. Esta é a tabela de distribuição de frequência que consta na publicação do MEC/INEP. Acreditamos que tenha ocorrido um erro na publicação e que esta não seja a tabela correspondente a distribuição de frequência desta questão. Duas evidências nos levam a isso: esta tabela é idêntica a tabela da questão anterior e o comentário "*É eloqüente o alto percentual de alunos que assinalaram a última alternativa*" não corresponde ao observado na tabela. Assim sendo, limitaremo-nos a identificar a questão como não contextualizada e bem formulada.

Descritor 25 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação)

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno efetuar cálculos de expressões com diferentes representações dos números racionais e envolvendo as operações básicas do conjunto Q.

Exemplo de item:

A professora de matemática propôs como exercício a expressão

$$\left(1+\frac{1}{3}\right).\left(1-\frac{1}{3}\right)$$

Os alunos que resolveram corretamente a expressão encontraram como resultado,

(A) $-\frac{8}{9}$. *(B) 0.* *(C)* $\frac{8}{9}$. *(D) 2.*

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
14%	**31%**	**26%**	**26%**

O que o resultado sugere?

Mais de 70% dos alunos não dominam a habilidade. Os 26% que assinalaram a alternativa "D" somaram os fatores, e os 31% que optaram por "B" devem ter somado 1/3 e -1/3 e subtraído 1 de 1.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Este é um dos assuntos de maior dificuldade de assimilação pelos alunos. Para que os alunos operem adequadamente com frações e com números decimais, é fundamental que tenham compreendido bem o significado dos números racionais. Deve-se dedicar muito tempo para as atividades com operações entre racionais, na forma de frações, decimais ou mesclando-se as duas formas.

A questão não é contextualizada. Não há qualquer importância na informação de que se trata de um exercício proposto pela professora.

Uma expressão não é um exercício. Não há um resultado para uma expressão. Há um resultado para as operações presentes numa expressão. Entretanto, é muito comum aparecer enunciados na forma: resolva a expressão. Portanto, podemos considerar a questão bem elaborada.

Aqueles que escolheram a opção (D), como indicado na observação, devem ter "cancelado" $\frac{1}{3}$ com $-\frac{1}{3}$ e somado 1 com 1, ou seja, somaram os fatores em vez de multiplicá-los. Os que escolheram a opção (B), devem ter identificados $\left(1+\frac{1}{3}\right)$ e $\left(1-\frac{1}{3}\right)$ como números simétricos e "cancelado" as duas parcelas, ou seja, no lugar de multiplicar, somaram números supostamente simétricos.

Descritor 26 – Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação)

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno resolver problemas utilizando-se das cinco operações com números racionais.

Exemplo de item:
Uma horta comunitária será criada em uma área de 5100m^2*. Para o cultivo de hortaliças, serão destinados* $\frac{2}{3}$ *desta área.*
Quantos metros quadrados serão utilizados neste cultivo?

(A) 340 (B) 1700 (C) 2550 (D) 3400

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
11%	**29%**	**34%**	**24%**

O que o resultado sugere?

Menos de 1/4 do total de alunos domina a habilidade. A grande maioria da população avaliada foi simplista nas operações: 34% dos alunos calcularam a metade de 5100 e 29% calcularam a terça parte.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Muitas atividades com o exercício simples de cálculo de frações de um número natural e a resolução de problemas envolvendo as quatro operações básicas com racionais. As situações-problema devem ser provocadas em sala de aula abordando o contexto do aluno.

Podemos considerar a questão contextualizada e é numa questão bem formulada. Encontrar $\frac{2}{3}$ de 5100 é multiplicar 5100 pela fração $\frac{2}{3}$, uma operação com números racionais. Para encontrar $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{2}$ de 5100, podemos dividir 5100 por 3 ou por 2, uma operação com números naturais. Isso ajuda a entender o porquê dos alunos escolherem as opções (B) e (C).

Descritor 27 – Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno resolver expressões com números irracionais, resolvendo os radicais com aproximações.

Exemplo de item:

Foi proposta para um aluno a seguinte expressão: $\sqrt{2}+\sqrt{3}$
Um resultado aproximado da expressão é

(A) 5,0. (B) 2,5. (C) 3,1. (D) 2,2.

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
49%	**26%**	**15%**	**9%**

O que o resultado sugere?

Mais de 80% dos alunos não possuem a habilidade avaliada. Quase a metade do total simplesmente somou os valores apresentados nos radicandos, ignorando os radicais. Uma parcela muito pequena (15%) do universo dos alunos sabe estimar valores de radicais simples.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Após o domínio pelos alunos da extração de raízes quadradas de quadrados perfeitos, o professor deve incentivar os alunos a estimar os valores de radicais simples como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ *e* $\sqrt{7}$. *Uma grande quantidade de exercícios com expressões envolvendo esses radicais deve ser proposta e comentada.*

A questão não é contextualizada e está bem formulada.

No enunciado o sinal “+” indica que o problema envolve uma operação de adição. Os números (naturais) presentes no enunciado são 2 e 3. Somando os dois obtemos 5. Portanto, a resposta é a opção (A). Esta deve ter sido a estratégia usada por aqueles que marcaram a opção (A).

Descritor 28 – Resolver problema que envolva porcentagem

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno resolver problemas contextualizados (descontos ou reajustes em compras, taxas, porcentagem de uma amostra em uma população etc.) que envolvam porcentagens.

Exemplo de item:

Em uma cidade em que as passagens de ônibus custam R$ 1,20, saiu em um jornal a seguinte manchete:

"NOVO PREFEITO REAJUSTA O PREÇO DAS PASSAGENS DE ÔNIBUS EM 25% NO PRÓXIMO MÊS"

Qual será o novo valor das passagens?

(A) R$ 1,23 (B) R$ 1,25 (C) R$ 1,45 (D) R$ 1,50

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
5%	16%	50%	26%

O que o resultado sugere?

Para um descritor de grande importância na vida prática dos alunos é extremamente preocupante que apenas cerca de 1/4 desse universo domina tal habilidade. Observa-se que metade dos alunos simplesmente somou os valores mencionados no enunciado e 16% substituiu a parte decimal do valor das passagens pelo percentual de aumento.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Este assunto deve ser exaustivamente trabalhado em sala de aula. São inúmeros os problemas oriundos do contexto do aluno que podem ser explorados em sala de aula: porcentagem de alunos, porcentagem de questões de prova, porcentagem de reajuste salarial, porcentagem de aprovação de determinado candidato etc.

A questão está contextualizada e bem formulada.

Reajustar preço significa aumentar o preço, somar (reajustar preço reduzindo o valor do produto é uma experiência rara para o aluno). A operação é de adição e os números presentes no enunciado são 1,20 e 25. Portanto, 1,20 + 0,25 = 1,45, o que corresponde a opção (C). Este deve ter sido o raciocínio usado por aqueles que escolheram a opção (C).

Descritor 29 – Resolver problema que envolva variações proporcionais diretas ou inversas entre grandezas

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno resolver problemas com grandezas direta ou inversamente proporcionais. Em geral, são usadas regras de três simples na resolução dos problemas.

Exemplo de item:

Trabalhando 10 horas por dia, um pedreiro constrói uma casa em 120 dias.

Em quantos dias ele construirá a mesma casa, se trabalhar 8 horas por dia?

(A) 96 (B) 138 (C) 150 (D) 240

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
26%	29%	29%	12%

O que o resultado sugere?

A alternativa "B" teve o mesmo percentual que o gabarito. Os alunos que optaram por essa alternativa não dominam a habilidade e devem ter combinado os números do enunciado. Aqueles que escolheram "D" simplesmente dobraram o número de dias do enunciado. A alternativa "A", com 26% de respostas, foi assinalada pelos alunos que resolveram o problema considerando as grandezas diretamente proporcionais, e não inversamente. Provavelmente esses alunos sabem montar uma regra de três, mas não sabem reconhecer se a proporcionalidade é direta ou inversa.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

A montagem da regra de três simples é rapidamente assimilada pelos alunos. A ênfase deve ser dada no reconhecimento de grandezas diretamente ou inversamente proporcionais. Diversos exemplos do cotidiano dos alunos devem ser explorados para verificar se as duas grandezas são direta ou inversamente proporcionais.

A questão tem um enunciado clássico, está contextualizado e bem formulado.

Os alunos que escolheram a opção (B) simplesmente, mais uma vez, somaram os números presentes no enunciado, 10 + 120 + 8 = 128. E, como foi apresentado no comentário, a opção (A) corresponde ao uso de uma regra de três direta.

Descritor 30 – Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

Dada uma expressão algébrica, envolvendo as várias operações, avalia-se a habilidade de o aluno substituir as variáveis da expressão por números inteiros e calcular seu valor numérico.

Exemplo de item:

O resultado da expressão $2x^2 - 3x + 10$*, para* $x = -2$*, é*

(A) -4. (B) 0. (C) 12. (D) 24.

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
5%	**16%**	**50%**	**26%**

O que o resultado sugere?

Apenas 24% dos alunos mostraram dominar a habilidade. Os 73% que optaram pelas alternativas “A”, “B” e “C” provavelmente erraram no cálculo da potência e na multiplicação entre números negativos.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Atividades freqüentes com números inteiros, explorando as cinco operações. O aluno deve ser instigado a compreender os significados das operações em vez de memorizar regras. Deve ser também enfatizado o cuidado na substituição das variáveis por números inteiros, principalmente negativos.

A questão não está contextualizada. Uma expressão algébrica não tem um resultado, tem um valor numérico. Mas podemos considerar a questão bem formulada.

Há uma ligeira discrepância entre o comentário e os valores presentes na tabela de freqüência. Não foram 24% dos alunos que escolheram a opção correta e sim 26%. E 71% optaram pelas alternativas “A”, “B” ou “C”.

Aqueles que optaram pela alternativa (C), 50% dos alunos, desconsideraram o sinal de -2 e fizeram $3 \,.\, (-2)$ igual a 6 obtendo para valor numérico da expressão $8 - 6 + 10 = 12$.

Descritor 31 – Resolver problema que envolva equação do 2.º grau

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno equacionar os dados de um problema, resolver a equação do 2º grau obtida e, quando for o caso, criticar as raízes obtidas, chegando ao resultado do problema.

Exemplo de item:

Uma galeria vai organizar um concurso de pintura e faz as seguintes exigências:

1º) A área de cada quadro deve ser 600 cm²;
2º) Os quadros precisam ser retangulares e a largura de cada um deve ter 10 cm a mais que a altura.

Qual deve ser a altura dos quadros?

(A) 10 cm
(B) 15 cm
(C) 20 cm
(D) 25 cm

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
11%	**20%**	**45%**	**19%**

O que o resultado sugere?

Quase a metade dos alunos mostrou dominar a habilidade. Os demais ou repetiram um dos valores apresentados no enunciado ou escolheram a resposta ao acaso.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

As atividades em sala de aula para facilitar essa habilidade devem iniciar-se com representações simples de sentenças matemáticas que expressam uma situação do contexto e, gradativamente, evoluir para a construção de equações do 2º grau.

Existem diversas possibilidades de construir um quadro retangular com área de 600 cm^2. Mas com 600cm^2 de área e com largura tendo 10cm a mais do que a altura, esse quadro é único: é o quadro com largura 30cm e altura 20cm. Qual seria o motivo que levaria a galeria a estabelecer as exigências como feita no enunciado da questão em vez de determinar que os quadros tenham medidas 30cm por 20cm? Esse tipo de enunciado não corresponde ao que ocorre na prática e presta um desserviço ao ensino da Matemática. Ele fomenta a crença de que a Matemática não tem vinculação com a "realidade"; de que as questões matemáticas não têm vinculação com situações práticas. Existe a resposta matemática e existe a resposta do "mundo real". Esse problema não está contextualizado. Utiliza o concurso da galeria de arte com um pretexto. Entretanto, todos os seus termos estão bem definidos. É uma questão bem formulada.

Descritor 32 – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em seqüências de números ou figuras (padrões)

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno reconhecer a regularidade ocorrida em uma seqüência e representá-la por meio de uma expressão algébrica.

Exemplo de item:

As variáveis n e P assumem valores conforme mostra a figura abaixo.

n	5	6	7	8	9	10
p	8	10	12	14	16	18

A relação entre P e n é dada pela expressão

(A) $P = n + 1$.
(B) $P = n + 2$.
(C) $P = 2n - 2$.
(D) $P = n - 2$.

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
19%	32%	33%	9%

O que o resultado sugere?

Apenas a terça parte dos alunos domina a habilidade. Os alunos que assinalaram "A" ou "B", apenas perceberam que os valores de P são sempre maiores que os de n. Aqueles que optaram por "D" parecem ter feito escolhas ao acaso.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Essa habilidade, que requer essencialmente raciocínio, pode ser desenvolvida com atividades, inicialmente simples, nas quais trabalha-se com o dobro de um número, o triplo, o consecutivo, até chegar a relações mais complexas. O desenvolvimento do raciocínio para itens desse tipo requer a resolução de um grande número de exemplos.

O enunciado pede a relação entre *P* (maiúsculo) e *n*. Na tabela não existe *P* e sim *p* (minúsculo). Isso é uma primeira imprecisão no enunciado. Além disso, não se pode pedir "a" (artigo definido) relação entre *p* e *n*, mas "uma" relação entre *p* e *n*. A relação $p = 2n - 2$ é válida (exclusivamente para os valores constantes na tabela, não é possível inferir que essa relação permaneça válida para $n = 12$ ou para outro valor qualquer que não esteja presente na tabela). Mas também são válidas $p \neq n$, $p > n$, $p.n > 0$ e outras tantas que podemos constatar. O problema não está bem formulado, seus termos não estão bem definidos e, também, não é uma questão contextualizada.

Notemos que *n* cresce de 1 em 1 e que *p* cresce de 2 em 2. Este é o motivo de muitos alunos terem marcado as opções (A) e (B). Aqueles que escolheram a opção (B), por exemplo, entendem $P = n + 2$ como $P_{n+1} = P_n + 2$.

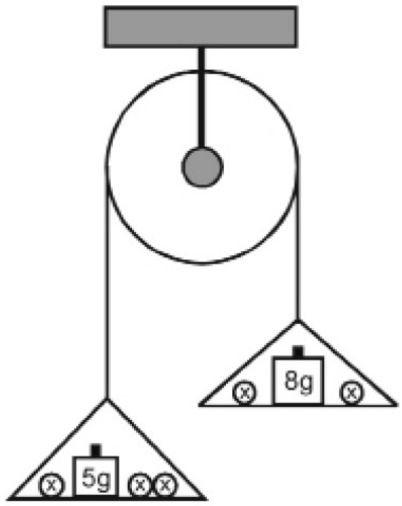
Descritor 33 – Identificar uma equação ou inequação do 1.º grau que expressa um problema

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno exprimir, com uma equação ou inequação do 1º grau, situações apresentadas em problemas contextualizados.

Exemplo de item:

A figura abaixo mostra uma roldana, na qual em cada um dos pratos há um peso de valor conhecido e esferas de peso x.



Uma expressão matemática que relaciona os pesos nos pratos da roldana é

(A) $3x – 5 < 8 – 2x$.
(B) $3x – 5 > 8 – 2x$.
(C) $2x + 8 < 5 + 3x$.
(D) $2x + 8 > 5 + 3x$.

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
21%	**24%**	**34%**	**19%**

O que o resultado sugere?

O item foi acertado por cerca de 1/3 dos alunos. Os 21% que assinalaram “A”, não perceberam a relação de ordem (qual é o maior) e nem que os pesos fixos (5kg e 8kg) são somados aos pesos “x”. Aqueles que optaram pela alternativa “D” não entenderam a relação de ordem.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

As atividades propostas devem se pautar por situações semelhantes à proposta neste item, mostrando-se dois pratos de uma balança e sua relação como sentença matemática de igualdade (pratos em equilíbrio) ou desigualdade (um prato mais pesado que outro). Inicia-se com expressões simples (x, x+1, 2x), aumentando-se, gradativamente, a complexidade.

Uma roldana não é uma balança. Não existe uma relação entre as alturas dos pratos na ilustração da figura e o peso dos corpos postos em cada um deles. Se os dois pratos tiverem o mesmo peso, a roldana estará em repouso, independentemente das alturas em que se encontram os pratos. Pratos com pesos diferentes movimentam a roldana e, durante o movimento, o prato mais pesado pode estar acima, ao lado, ou abaixo do mais leve, dependendo do momento da observação. Não há qualquer referência de movimento da roldana. Esta questão não apresenta solução. A questão não está contextualizada, porque não tem significado, e não está bem elaborada. Além disso, manter uma questão como esta numa avaliação de larga escala fomenta, mais uma vez, a crença de desvinculação da matemática com a "realidade".

Não buscaremos as estratégias usadas pelos alunos na escolha das opções. Nenhuma das opções serve como resposta e não vemos sentido em buscar a estratégia usada pelos alunos se tais estratégias devem supor que uma roldana é uma balança.

Descritor 34 – Identificar um sistema de equações do 1.º grau que expressa um problema

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno, dado um problema, identificar e expressar equações do 1º grau, construindo um sistema de equações.

Exemplo de item:

Na 7ª série, há 44 alunos entre meninos e meninas. A diferença entre o número de meninos e o de meninas é 10.

Qual é o sistema de equações do 1º grau que melhor representa essa situação?

(A) $\begin{cases} x - y = 10 \\ x \cdot y = 44 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x - y = 10 \\ x = 44 + y \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x - y = 10 \\ x + y = 44 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 10 - y \\ x + y = 44 \end{cases}$

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
22%	14%	43%	16%

O que o resultado sugere?

Este item, bastante simples, foi acertado por apenas 43% dos alunos. Observa-se que os alunos que assinalaram "A" ou "B" equacionaram corretamente a informação sobre a diferença entre as quantidades de meninos e de meninas, mas não souberam expressar o total como a soma entre elas. Os 16% que assinalaram "D" conseguiram expressar adequadamente a primeira informação (soma), mas não a segunda (subtração).

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

O que ocorre mais usualmente em sala de aula é o incentivo na resolução de sistemas do 1º grau, ou seja, sua operacionalização. O professor deve encorajar seus alunos a construir as equações a partir de problemas propostos. Sugerimos a realização de atividades em grupo nas quais um aluno propõe uma situação-problema e outro responde com o respectivo sistema de equações.

A questão está contextualizada, mas não está bem formulada. Notemos que não há a informação do que o *x* e o *y* estão representando. Se chamarmos de *x* o número de meninos na turma e de $-\ y$ o número de meninas, o sistema seria $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 44 \end{cases}$. Se 2x for o número de meninos e 3y o número de meninas, teremos outro sistema. Sem especificar o que está representando o número de meninos e o que está representando o número de meninas, não é possível estabelecer qual é o sistema que representa a situação descrita. Os termos na questão não estão definidos com precisão.

O problema está contextualizado.

Descritor 35 – Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1.º grau

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

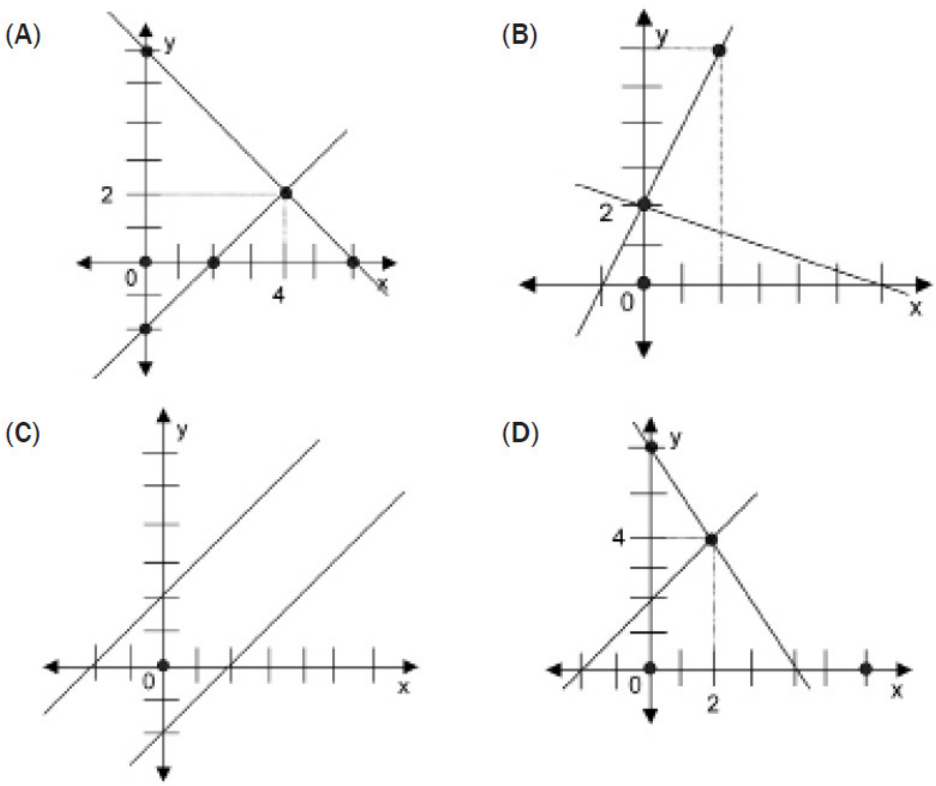
A habilidade de o aluno reconhecer um gráfico cartesiano que representa um sistema do primeiro grau ou o sistema que corresponde ao gráfico dado.

Exemplo de item:

Um sistema de equações do 1º grau foi dado por

$$\begin{cases} y = -x + 6 \\ y = x - 2 \end{cases}$$

Qual é o gráfico que representa o sistema?



Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
33%	**27%**	**11%**	**24%**

O que o resultado sugere?

Um terço dos alunos mostrou dominar a habilidade. Os 27% dos alunos que apontaram para as alternativas "B" e os 24% que escolheram "D", provavelmente, foram atraídos pelos números apresentados nos gráficos.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

O professor deve mostrar que a solução de um sistema do primeiro grau pode ser expressa por um par ordenado e esse par representa um ponto no sistema cartesiano. O ponto corresponde à interseção de duas retas que são as representações gráficas das equações do sistema proposto.

A questão não é contextualizada e está bem formulada. Possivelmente os alunos resolveram o sistema e encontraram x = 4 e y = 2. A única opção na qual o ponto (4, 2) pertence às duas retas é a (A), escolhida por 33% dos alunos. Quem escolheu a opção (D) identificou o ponto (2, 4) no lugar de (4, 2). No gráfico da opção (B), um dos pontos tem ordenada 2 e outro tem ordenada 6. Esses números aparecem nas equações do sistema.

Tema IV– Tratamento da Informação

O tratamento da informação é introduzido por meio de atividades ligadas diretamente à vida do aluno. A organização de uma lista ou tabela e a construção de gráficos, com informações sobre um assunto, estimulam os alunos a observar e estabelecer comparações sobre o assunto tratado. Favorecem, também, a articulação entre conceitos e fatos e ajudam no desenvolvimento de sua capacidade de estimatimar, formular opiniões e tomar decisão.

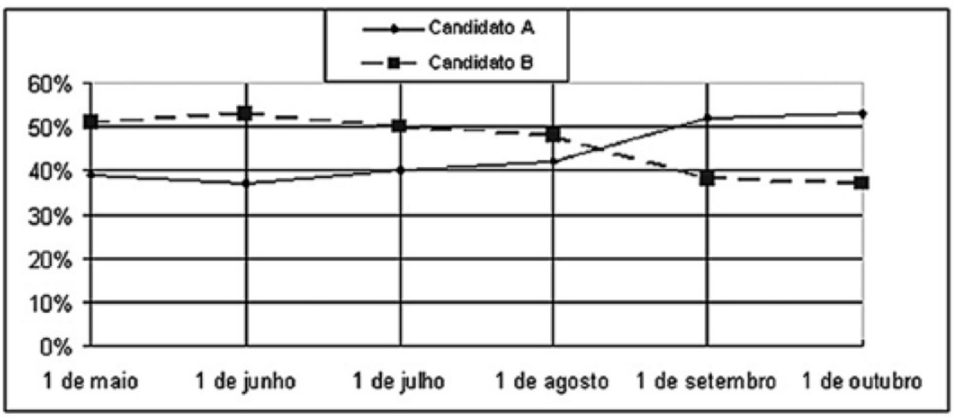
Descritor 36 – Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas ou em gráficos

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno analisar tabelas ou gráficos, extrair informações neles contidas e, a partir destas, resolver problemas.

Exemplo de item:

O gráfico abaixo mostra a evolução da preferência dos eleitores pelos candidatos A e B.



Em que mês o candidato A alcançou, na preferência dos eleitores, o candidato B?

(A) Julho (B) Agosto (C) Setembro. (D) Outubro.

Percentual de respostas às alternativas			
A	**B**	**C**	**D**
10%	**28%**	**31%**	**28%**

O que o resultado sugere?

Dois terços dos alunos avaliados não possuem a habilidade. Os 31% que assinalaram a alternativa "C" perceberam que a resposta está no quarto intervalo, mas não souberam precisar. Os 25% que escolheram "D" devem ter suposto que, ao fim do período, os percentuais dos candidatos se igualaram.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Esse é um assunto de grande relevância para o entendimento dos fatos nos dias de hoje. É fundamental que o professor trabalhe com gráficos e tabelas em sala de aula. Há exemplos em profusão na mídia e os alunos devem ser fortemente motivados a pesquisar e discutir em sala de aula gráficos e tabelas obtidos em jornais, revistas, televisão e Internet. Esse tipo de atividade é riquíssimo para desenvolver a habilidade pretendida e para bem situar o aluno nos acontecimentos e problemas da atualidade.

A questão está contextualizada. Este tipo de gráfico é algo que pode ser encontrado nos jornais e revistas cotidianamente. A questão também está bem formulada.

Possivelmente, muitos alunos não reconhecem que as linhas do gráfico relacionadas com os candidatos A e B estabelecem uma continuidade no tempo. Nos segmentos verticais correspondentes aos primeiros dias de cada mês existem marcas nas linhas dos candidatos, quadrados os círculos. Considerando somente estas linhas verticais, a primeira vez na qual o candidato A aparece acima do candidato B é em 1 de setembro. Isso explica a escolha da opção (C). Outra possível explicação para a escolha tanto da opção (C) quanto da opção (D) é notar que no dia 1 de maio, início do gráfico, o candidato B possui pouco mais do que 50% da preferência dos eleitores e o candidato A, pouco menos do que 40%. Em 1 de setembro e em 1 de outubro (ou durante o mês de setembro, se o aluno considerar não um momento específico mas num intervalo de tempo), o candidato A alcança pouco mais do que 50%; o candidato A alcança a preferência que o candidato B possuía no início do gráfico.

Descritor 37 – Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa

Com este descritor, o que se pretende avaliar?

A habilidade de o aluno relacionar informações contidas em gráficos a uma tabela ou, dado um gráfico, reconhecer a tabela de dados que corresponde a ele.

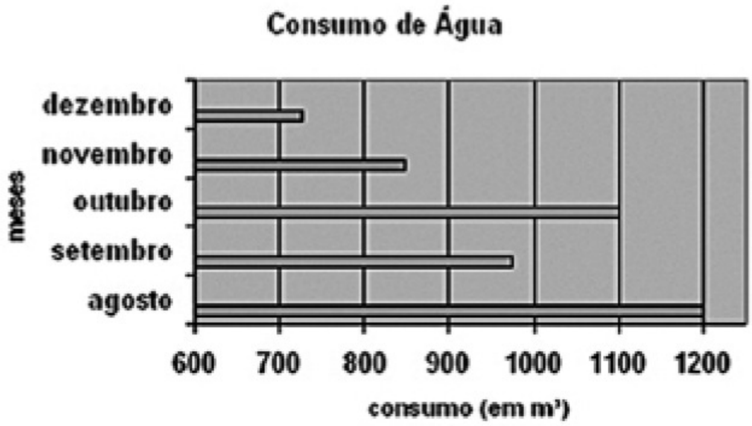
Exemplo de item:

A tabela a seguir apresenta o consumo de água, em m³, em uma escola durante cinco meses.

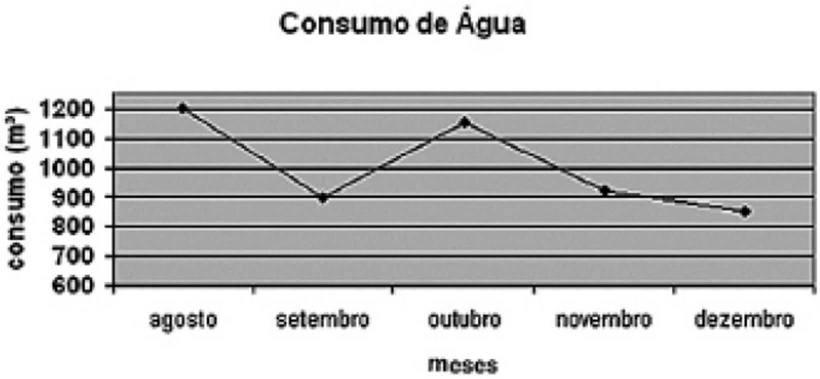
Período (2006)	Consumo (m^3)
agosto	1200
setembro	975
outubro	1100
novembro	850
dezembro	725

Esses dados podem ser representados pelo gráfico

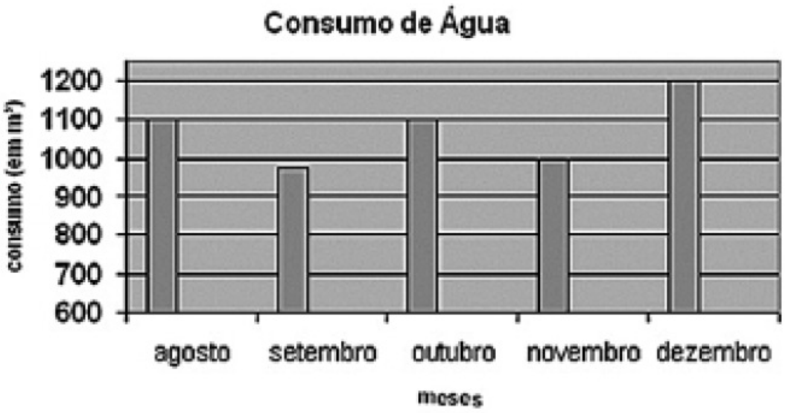
(A)


Consumo de Água
dezembro
novembro
outubro
setembro
agosto
meses
600 700 800 900 1000 1100 1200
consumo (em m³)

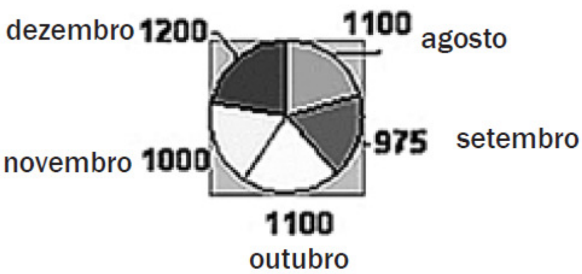
(B)


Consumo de Água
1200 1100 1000 900 800 700 600
consumo (m³)
agosto setembro outubro novembro dezembro
meses

(C)


Consumo de Água
1200 1100 1000 900 800 700 600
consumo (em m³)
agosto setembro outubro novembro dezembro
meses

(D)


dezembro 1200
1100 agosto
975 setembro
novembro 1000
1100
outubro

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
64%	12%	14%	10%

O que o resultado sugere?

Quase dois terços dos alunos mostraram dominar a habilidade, identificando adequadamente o gráfico relacionado à tabela dada. As alternativas erradas apresentam uma distribuição de percentuais de respostas semelhantes.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Como sugerido para o descritor anterior, uma enorme gama de exemplos pode ser trabalhada em sala de aula. Após a interpretação das informações apresentadas em tabelas ou gráficos, propõe-se a representação dessas informações em outra forma de visualização: de tabela para gráfico ou vice-versa.

Podemos considerar a questão contextualizada e bem formulada.

A escolha das opções incorretas, (B), (C) e (D), tem percentual muito próximos, como observado no comentário, e relativamente baixos. Cremos que a maior parte das escolhas dessas alternativas tenha ocorrido de forma aleatória.

11 – À GUISA DE CONCLUSÃO

Como já dissemos anteriormente, a proficiência matemática não se vincula exclusivamente ao que se sabe de Matemática, mas, também, com o que se é capaz de fazer com ela. Uma forma de verificar, em uma avaliação, o que se é capaz de fazer com a Matemática é contextualizar as questões. A contextualização é uma opção que enfoca este aspecto da proficiência matemática. No documento A Matriz de Referência de Matemática (INEP, 2010e), problemas contextualizados aparecem como uma base na elaboração das avaliações de Saeb e da Prova Brasil. Entretanto, dentre as 37 questões analisadas, apenas 13 foram consideradas contextualizadas (ANEXO VIII), o que corresponde a cerca de 35% da avaliação. A maioria das questões acaba medindo o conhecimento do conteúdo matemático e não o que o aluno é capaz de fazer com este conteúdo.

A contextualização, aquilo que se é capaz de fazer com o conhecimento matemático, não é uma constante nas questões analisadas.

Consideramos a Matemática como uma prática social e, junto com James Milgram, estabelecemos características desta prática. Precisão, precisa definição de todos os seus termos, operações e propriedades dessas operações, e estabelecimento de problemas bem formulados, problemas nos quais todos os termos estão precisamente definidos, são características da matemática. Uma avaliação como o Saeb e a Prova Brasil que interfere, e se propõe a interferir, visto que seus resultados entram no cálculo do IDEB, no desenrolar das ações nas salas de aula de Matemática de todo o país, acaba por determinar o que será chamado de Matemática. O cuidado com a precisão na elaboração das questões ultrapassa a busca de uma avaliação acadêmica e juridicamente defensável. Pelo princípio WYTIWYG, as questões presentes em avaliações desta envergadura acabam por definir as práticas sociais que caracterizam a Matemática. Das 37 questões analisadas, 7 foram consideradas mal formuladas, cerca de 19%. Agrava-se este fato com a manutenção da questão 33 na qual uma roldana é tratada como uma balança. A questão não apresenta solução, é mantida na avaliação, é impressa como exemplo, distribuída e disposta no sítio do INEP.

Um aspecto que tomamos, junto com Schoenfeld, na caracterização da proficiência matemática foi a estratégia usada na resolução de problemas. Não é fácil identificar a estratégia usada por aqueles que acertaram a questão. De fato, há uma estratégia esperada e que consideramos ter sido a escolhida pela maioria daqueles que acertaram a questão. De qualquer forma, quem acertou, acredita-se, escolheu uma estratégia correta. O que se pode procurar com maior segurança são os distratores que atraíram os alunos para respostas erradas, as estratégias equivocadas seguida por aqueles que escolheram uma opção incorreta.

A estratégia mais usada por aqueles que erraram as questões assemelha-se à descrita por Schoenfeld quando da apresentação do problema de distribuir 1128 soldados em ônibus com 36 lugares cada um. Os alunos tomam os valores numéricos presentes no enunciado, tentam identificar um termo qualquer no enunciado que faça referência a alguma operação aritmética e operam os valores pinçados. Quando nada no enunciado lembra uma operação aritmética, a operação escolhida é a soma. Esta estratégia pode ser observada nas questões 7, 10, 12, 14, 20, 25, 26, 27, 28, 29 e 32.

Uma estratégia que aparece na resolução de questões de geometria quando não estão presentes dados numéricos é usar a aparência da figura para justificar a resposta. Parece ter sido esta a estratégia usada por aqueles que acertaram a questão 3, por aqueles que marcaram (D) na questão 4 e por aqueles que marcara (A) ou (D) na questão 13.

Outro erro observado é o erro de notação. O registro incorreto do resultado encontrado. Parece ser isso que ocorre com aqueles que escolhem a opção (B) na questão 6, confundindo ângulo $D\hat{E}F$ com vértices D e F. Para aqueles que marcaram a opção (A) na questão 9 não há distinção entre (x, y) e (y, x), a notação de par ordenado confunde-se com a notação de conjunto. A mesma confusão pode ser observada na questão 35. Na questão 21, a notação de fração $\frac{3}{4}$ é identificada com a notação de taxa de porcentagem 34%. Na questão 32, a opção (B) apresenta $P = n + 2$. Para aqueles que escolheram esta opção, $P = n + 2$ não estabelece uma relação entre P e n, mas indica que o P cresce de 2 em 2.

Cada uma das estratégias descritas nos parágrafos precedentes está vinculada a uma crença sobre a natureza da Matemática. Pinçar valores numéricos no enunciado do problema e buscar uma operação para conectá-los vincula-se a crença de que a Matemática não está relacionada com a “realidade”, de que a Matemática é uma manipulação de números numa estrutura sintática sem semântica, numa estrutura desvinculada de significado fora dela mesma. Se a Matemática é só um jogo de manipulação de números, é cabível buscar a solução de uma questão operando os números presentes no enunciado, sem buscar o sentido do que se está fazendo.

A segunda crença refere-se à natureza da geometria. Crer que conclusões geométricas podem ser respaldadas pelas aparências das figuras, crer que se um ângulo parece reto então ele pode ser considerado reto, leva à estratégia equivocada descrita acima.

O terceiro tipo de erro cometido, erro de notação, está vinculado à imprecisão. Cada uma das notações (2, 4) e {2, 4} tem um significado preciso de tal modo que $(2, 4) \neq (4, 2)$ e $\{2, 4\} = \{4, 2\}$. Da mesma forma, $P = n + 2$ não é a mesma coisa que $P_{n+1} = P_n + 2$. A precisão e a escolha da notação estão de tal forma vinculadas que um mestre me disse certa feita que preparar uma aula é escolher adequadamente as notações que serão usadas.

Das 37 questões analisadas, 7 foram consideradas mal formuladas; em 7 questões os termos usados foram considerados sem definição precisa. A própria prova possui imprecisões e devolve ao sistema a imprecisão que será elemento de erro nas provas subsequentes.

Apenas 13 das 37 questões analisadas são contextualizadas, são ligadas a questões práticas, a situações cotidianas. Além disso, algumas questões pretextualizadas apresentam situações absurdas, como a questão 6 que apresenta uma figura que, por certo, não é o caminho que qualquer Carlos percorre para chegar à escola. Ou a questão 31, com um regulamento que nunca apareceria em um concurso de pintura. Sem falar na questão 33, que confunde uma roldana com uma balança. A prova fomenta a crença na não vinculação da Matemática com a “realidade”. A prova devolve ao sistema uma crença que tem sua participação na produção da principal estratégia equivocada que será responsável por erros nas edições subsequentes.

As questões 3 e 4 encaminham a solução fundamentada na aparência da figura. Na questão 17, deve-se considerar, pela aparência, que os segmentos têm o mesmo tamanho. A prova fomenta a crença de que os resultados de geometria podem estar fundamentados apenas nas aparências das figuras. A prova, devolve ao sistema uma crença que vai gerar estratégias equivocadas em provas futuras.

Retomemos a questão que serviu de norte ao nosso trabalho.

Um bom desempenho no SAEB e na Prova Brasil corresponde a uma boa proficiência matemática?

Por princípio, consideraremos que se o SAEB e a Prova Brasil forem capazes de avaliar a proficiência matemática dos participantes, então um bom desempenho nestas avaliações corresponde a uma boa proficiência matemática. A capacidade de avaliar a proficiência matemática envolve:

1) Identificar o que os alunos são capazes de fazer com o conhecimento matemático que possuem.
2) Identificar o conteúdo matemático dominado pelos alunos.
3) Identificar as estratégias usadas na resolução dos problemas.
4) Identificar a metacognição desenvolvida pelos avaliados.
5) Identificar as crenças e disposições referentes à Matemática.

De tudo o que foi exposto nesta busca de conclusão, e considerando que as questões analisadas sejam uma amostra representativa da avaliação do SAEB e Prova Brasil, temos:

1) O SAEB e a Prova Brasil se propõem a avaliar o que os alunos podem fazer com o conhecimento matemático que possuem. Entretanto, essa avaliação fica prejudicada pela reduzida quantidade de questões contextualizadas. Problemas contextualizados, criados sobre situações que tenham significado para o aluno, poderiam ajudar a identificar o que o aluno é capaz de fazer com a Matemática.

2) O SAEB e a Prova Brasil se propõem a avaliar o conteúdo matemático dos alunos. Entretanto, essa avaliação fica prejudicada pelo descuido com a precisão dos termos usados na elaboração das questões.

3) De posse da tabela de distribuição de frequência das respostas do SAEB e da Prova Brasil é possível perscrutar as estratégias usadas pelos alunos, sobretudo com referência aos erros cometidos.

4) Não é possível investigar a metacognição. A bem da verdade, não vemos como factível a formatação de uma avaliação de larga escala que vise evidenciar a metacognição dos alunos.

5) Observando os padrões de respostas e estratégias seguidas pelos alunos, é possível identificar crenças e disposições referentes à natureza da Matemática.

Dos cinco itens que destacamos como identificadores da proficiência matemática, consideramos que um deles (a metacognição) não se encontra presente no SAEB e na Prova Brasil e dois deles, o que se é capaz de fazer com o conhecimento matemático e o domínio do conteúdo por parte dos alunos, ficam prejudicados, respectivamente, por um número baixo de questões contextualizadas e por descuidos na precisão do uso dos termos. Deste modo, fica prejudicada, também, a relação entre o bom desempenho na SAEB e na Prova Brasil e a boa proficiência matemática.

De forma alguma estamos desmerecendo as avaliações que focamos. Estamos identificando limitações presentes nestas avaliações. Recordamos, também, que fizemos escolhas ao caracterizar proficiência matemática. Mas, aceitas as escolhas feitas e considerando representativas as questões analisadas, as limitações apresentadas existem. Cabe, também, ressaltar que os resultados do SAEB e da Prova Brasil não permitem identificar a proficiência matemática de um aluno especificamente, não é esta a proposta de tais avaliações. O SAEB, por ser amostral, não nos permite sequer olhar o desempenho de uma unidade escolar.

Outra observação importante é que a avaliação retroalimenta o sistema educacional com padrões e crenças que são fatores responsáveis pelos erros cometidos na própria avaliação.

É meta do PDE atingir a marca 6,0 no IDEB em 2022. Corroborada a última conclusão, faz-se mister que se olhe com cuidado a avaliação do Saeb e da Prova Brasil, para que tal avaliação não apresente fatores que inibam a consecução do objetivo proclamado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALTMANN, H., Influência do Banco Mundial no projeto educacional brasileiro. In *Educação e Pesquisa:* revista da faculdade de educação da USP. São Paulo: v. 28, n. 1, p. 77-89, jan./jun., 2002

AMAURY, Patryck Grenaud et al., Avaliação continuada: apropriação e utilização dos resultados. Juiz de Fora, FADEPE, 2009

ANDRADE D. F , TAVARES H. R., VALLE R. C.. Teoria de Resposta ao Item: conceitos e aplicações. São Paulo: Associação Brasileira de Estatística; 2000.

AZEVEDO, Caio L. N. e GAMERMAN, Dani, Introdução à teoria de resposta ao item, 1º Congresso Brasileiro de Teoria de Resposta ao Item, Florianópolis, 2009.

BRASIL, Constituição (1988). Constituição da República Federativa do Brasil. Brasília, DF: Senado, 1996. Disponível em www.senado.gov.br/sf/legislacao/const/

BRASIL, Lei nº. 9,394.de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial [da República Federativa do Brasil], Brasília, DF, 23 dez. 1996. Disponível em http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf

BRASIL, Lei n. 10.172, de 9 de janeiro de 2001. Aprova o Plano Nacional de Educação e dá outras providências. In: BRASIL. Congresso. Senado. 500 anos de legislação brasileira. 2. ed. Brasília, 2001. CD3: Brasil República. Disponível em http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/pne.pdf

BRASIL, Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento, 2010. Disponível em http://www.pnud.org.br/idh/ (19/02/2010)

BRASIL, Ministério da Educação. PDE : Plano de Desenvolvimento da Educação : SAEB : ensino médio : matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília : MEC, SEB; Inep, 2008a.

BRASIL, Ministério da Educação. PDE : Plano de Desenvolvimento da Educação : SAEB : ensino fundamental : matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília : MEC, SEB; Inep, 2008b.

BRASIL, Decreto nº 6094, de 24 de abril de 2007: Plano de Metas Compromisso Todos Pela Educação. Disponível em http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2007/Decreto/D6094.htm (16/02/2010)

BURKHARD, Hugh. Mathematical proficiency: what is importante? How can it be measured. In: Assessing Mathemathical Proficiency, cap. 1. MSRI Publications, volume 53, 2007. Disponível em http://www.msri.org/communications/books/Book53/contents.html

CASTRO, M. H. G. Palestra inaugural. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE AVALIAÇÃO EDUCACIONAL, 1997, Rio de Janeiro. *Anais...* Brasília, DF: MEC, 1998.

CHEVALLARD, Yves, BOSCH, Mariana, GASCÓN, Josep. Estudar Matemática: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.

COELHO, M. I. M. Vinte anos de avaliação da educação básica no Brasil: aprendizagens e desafios. Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação. Rio de Janeiro, V. 16, n. 59, p. 229-258, abr./jun.2008.

DAVIS, Philip J.;HERSH,Reuben. A Experiência Matemática. Rio de Janeiro, RJ. Ed Francisco Alves, 1985.

FONTANIVE, N. S.;KLEIN, R. Avaliação em larga escala. Em aberto, Brasília, DF, v,15, n.66, p. 29-34, 1995. Disponível em http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me000710.pdf

FONTANIVE, N. S.;KLEIN, R. Aperfeiçoamento em Avaliação Escolar: fundamentos da Avaliação Escolar, Análise técnico-pedagógica dos itens de teste. Rio de Janeiro, RJ, FUNDAÇÃO CESGRANRIO, 2008.

FREIRE, Paulo. Pedagogia do oprimido. 10 ed. Rio de Janeiro. Paz e Terra, 1981.

INEP, Censo da Educação Básica 1998. Disponível em www.inep.gov.br/imprensa/noticias/censo/escolar/arquivo98.htm (12/03/2010)

INEP, Programa Internacional de Avaliação de Alunos – PISA, 2010a. Disponível em http://www.inep.gov.br/internacional/pisa/default.htm (12/02/2010)

INEP, Programa Internacional de Avaliação de Alunos – PISA, O PISA no Brasil, 2010b. Disponível em: http://www.inep.gov.br/download/internacional/pisa/result_pisa2003_resum_tec.pdf (12/02/2010)

INEP, Informativo PISA 2003, 2010c. Disponível em http://www.inep.gov.br/download/internacional/pisa/result_pisa2003_resum_tec.pdf (12/01/2010)

INEP, SAEB, 2010d. Disponível em http://www.inep.gov.br/basica/saeb/default.asp (14?02/2010)

INEP, Prova Brasil, 2010e. Disponível em http://provabrasil.inep.gov.br/index.php?option=com_frontpage&Itemid=1 (14?02/2010)

INEP, Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (nota técnica), 2010f. Disponível em http://portalideb.inep.gov.br/index.php?option=com_content&task=view&id=4&Itemid=5 (16/02/2010)

INEP, Resultados nacionais – Pisa 2006: Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa) / Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. – Brasília: O Instituto, 2008.

MACHADO, Nilson José, Matemática e Realidade. São Paulo, Cortez, 1987.

MACHADO, Nilson José, Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua. 5. ed. São Paulo, Cortez, 2001.

MELLO, G. N. Escola eficaz: um tema revisitado. Série Atualidades Pedagógicas: 6. Brasília: MEC/SEF, 1994

MILGRAM, R. James, What is Mathematical Proficiency? In: Assessing Mathemathical Proficiency, cap. 5. MSRI Publications, volume 53, 2007. Disponível em http://www.msri.org/communications/books/Book53/contents.html

MUKHERJEE, A., "Greenspan worries about math gap, not wage gap", Bloomburg.com (February 17, 2004). Disponível em http://www.bloomberg.com/apps/news?pid=newsarchive&sid=angrr7YVphls&refer=columnist_mukherjee-redirectoldpage (15/02/2010)

PASQUALI, Luiz. Psicometria: teoria dos testes na psicologia e na educação. 3. Ed. – Petrópolis, RJ, Vozes, 2009.

PASTORE, José & SILVA, Nelson do Valle. *Mobilidade social no Brasil.* São Paulo, Makron Books, 2000.

PISA, The OECD Programe for International Student Assessment, 2010. Disponível em www.pisa.oecd.org (12/02/2010)

PORTUGAL, PISA 2003 - Conceitos Fundamentais em jogo na Avaliação da Literacia Matemática. Gabinete de Avaliação do Ministério da Educação, Lisboa, 2004. Disponível em www.gave.min-edu.pt/np3/33.html

SAMMONS, P. School effectiveness and equity: making connections. In: International Congress for School Effectiveness and Improvement, 2006, Florida. *Embracy diversity*: new challenges for school improvement in a global learning society. Fort Lauderdale, Florida, 2006.

SAVIANI, Demerval, PDE — Plano de Desenvolvimento da Educação: análise crítica da política do MEC. Campinas, SP. Autores Associados, 2009.

SCHOENFELD, Alan H. Assessing Mathemathical Proficiency. MSRI Publications, volume 53, 2007 [1]. Disponível em http://www.msri.org/communications/books/Book53/contents.html

SCHOENFELD, Alan H. Issue and Tensions in the Assessment of Mathematical Proficiency. In: Assessing Mathemathical Proficiency, cap. 1. MSRI Publications, volume 53, 2007 [2]. Disponível em http://www.msri.org/communications/books/Book53/contents.html

SILVA, M. S., Aprova Brasil: observando e ouvindo a escola, na perspectiva do direito de aprender. In: GATTI, B. (Org.), Construindo caminhos para o sucesso escolar. Brasília; UNESCO, Inep/MEC, Consed Undime, 2008. Disponível em http://unesdoc.unesco.org/images/0016/001600/160010POR.pdf

TORRES, R. M., Melhorar a qualidade da educação básica? As estratégias do Banco Mundial. In: TOMASI, L. et al. (Org.). O Banco Mundial e as política públicas educacionais. 5. ed. São Paulo: Cortez 2007.

WOLFENSOHN, James. A vez dos pobres. Entrevista a Alexandre Mansur. *Veja*, São Paulo, 01.12.1999. Disponível em http://veja.abril.com.br/011299/entrevista.html

ANEXO I

NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA DO PISA

De acordo com o relatório do PISA 2003 (INEP, 2010b), ano em que a Matemática foi priorizada, o conteúdo Matemática do PISA é dividida em quatro áreas de abordagens:

Espaço e Forma — está relacionada com fenômenos e relações espaciais e geométricas, geralmente baseadas na disciplina curricular de geometria.
Mudança e relação — envolve manifestações matemáticas de mudança, assim como relações funcionais e de dependência entre variáveis. Esta área de conteúdo está mais aproximada da álgebra.
Quantidade — envolve fenômeno numérico, assim como relações de quantidade e padrão. Relacionada à compreensão do tamanho relativo, reconhecimento de padrões numéricos e o uso de números que representem quantidades e atributos quantificáveis de objetos do mundo real.
Incerteza — envolve fenômenos probabilísticos e estatísticos e suas relações.

Em cada uma dessas áreas os avaliados foram classificados em seis níveis de proficiência definidos a partir da posição numa tabela de proficiência.

Nível	Limite inferior	O que o estudante em geral devem saber em cada nível.
1	358	Conseguem responder questões envolvendo contextos familiares, onde toda a informação está presente e as questões estão claramente definidas. Esses alunos são capazes de identificar informações e realizar procedimentos rotineiros, de acordo com instruções diretas em situações explícitas. Podem desempenhar ações óbvias e seguir as informações presentes nos estímulos dos itens.
2	421	Conseguem interpretar e reconhecer situações em contextos que requerem nada além do que uma inferência direta. Eles podem extrair informações relevantes de uma única fonte de informação e utilizar um método de representação. Alunos neste nível podem empregar algoritmos, fórmulas e procedimentos básicos e são capazes de raciocinar de forma direta e realizar interpretações literais de resultados.

3	483	Conseguem executar procedimentos claramente descritos, selecionar e pôr em prática estratégias de resolução de problemas simples. Conseguem interpretar e utilizar representações baseadas em diferentes fontes de informação, além de refletir diretamente sobre elas. Podem desenvolver comunicações curtas para relatar suas interpretações, resultados e raciocínios.
4	545	Conseguem trabalhar efetivamente com modelos explícitos sobre situações complexas concretas, que podem envolver situações difíceis ou necessitar tomada de decisões. Podem selecionar e integrar diferentes representações, incluindo simbólicas, ligando-as diretamente a aspectos da vida real. Utilizam habilidades bem desenvolvidas e conseguem refletir de forma flexível.
5	607	Conseguem desenvolver trabalhos com modelos sobre situações complexas, identificando constrangimentos e especificando suposições. Podem selecionar, comparar e avaliar estratégias apropriadas de resolução de problemas para lidar com problemas complexos relativos a esses modelos. Alunos nesse nível podem trabalhar estrategicamente utilizando habilidades de raciocínio desenvolvidas e abrangentes, representantes apropriadas, caracterizações simbólicas e formais. Eles podem refletir sobre suas ações formulando e comunicando suas interpretações e raciocínios.
6	669	Conseguem conceituar, generalizar e utilizar informações baseadas em suas próprias investigações e modelagem de situações-problema complexas. Eles podem concatenar diferentes fontes e representações de informação e traduzi-las flexivelmente. Estudantes neste nível são capazes de pensar e raciocinar matematicamente de forma avançada. Esses alunos podem aplicar seus conhecimentos para desenvolver abordagens e estratégias para lidar com novas situações através do domínio de operações matemáticas simbólicas e formais. Estudantes neste nível conseguem formular e comunicar precisamente suas ações e reflexões sobre achados, interpretações, argumentos e suas pertinências.

ANEXO II

QUADRO DE DESCRITORES USADOS NO SAEB E NA PROVA BRASIL

Baseado nos quadros encontrados no sítio do INEP (INEP, 2010e)

A tabela foi construída pondo os descritores de cada série envolvida em colunas disposta uma ao lado da outro. O objetivo é facilitar a comparação dos descritores usados em cada série.

Tema 1 : espaço e forma

4ª série do fundamental	8ª série do fundamental	3ª série do ensino médio
D1 – Identificar a localização /movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas. D2 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações. D3 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados, pelos tipos de ângulos. D4 – Identificar quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares). D5 – Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e /ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	D1 – Identificar a localização/movimentação de objeto, em mapas, croquis e outras representações gráficas. D2 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com suas planificações. D3 – Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos. D4 – Identificar relação entre quadriláteros, por meio de suas propriedades. D5 – Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	D1 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade. D2 – Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais. D3 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas. D4 – Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema. D5 – Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, co-seno, tangente).

	D6 – Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos. D7 – Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram. D8 – Resolver problema utilizando a propriedade dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares). D9 – Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas. D10 – Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos. D11 – Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.	D6 – Identificar a localização de pontos no plano cartesiano. D7 – Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta. D8 – Identificar a equação de uma reta apresentada a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação. D9 – Relacionar a determinação do ponto de interseção de duas ou mais retas com a resolução de um sistema de equações com duas incógnitas. D10 – Reconhecer entre as equações de 2º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.

Tema 2 : grandezas de medidas

4ª série do fundamental	8ª série do fundamental	3ª série do ensino médio
D6 – Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não. D7 – Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml. D8 – Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo. D9 – Estabelecer relações entre o horário de início e término e /ou o intervalo da duração de um evento ou acontecimento. D10 – Num problema, estabelecer trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores. D11 – Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas. D12 – Resolver problema envolvendo o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.	D12 – Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas. D13 – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas. D14 – Resolver problema envolvendo noções de volume. D15 – Resolver problema envolvendo relações entre diferentes unidades de medida.	D11 – Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas. D12 – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas. D13 – Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

Tema 3 : Números e Operações /Álgebra e Funções

4ª série do fundamental	8ª série do fundamental	3ª série do ensino médio
D13 – Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional. D14 – Identificar a localização de números naturais na reta numérica. D15 – Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens. D16 – Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial. D17 – Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais. D18 – Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais. D19 –Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa). D20 – Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, idéia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória. D21 – Identificar diferentes representações de um mesmo número racional. D22 – Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica. D23 – Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro. D24 – Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.	D16 – Identificar a localização de números inteiros na reta numérica. D17 – Identificar a localização de números racionais na reta numérica. D18 – Efetuar cálculos com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação). D19 – Resolver problema com números naturais envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação). D20 – Resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação). D21 – Reconhecer as diferentes representações de um número racional. D22 – Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados. D23 – Identificar frações equivalentes. D24 – Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal identificando a existência de “ordens” como décimos, centésimos e milésimos. D25 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação). D26 – Resolver problema com números racionais que envolvam as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação). D27 – Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais. D28 – Resolver problema que envolva porcentagem.	D14 – Identificar a localização de números reais na reta numérica. D15 – Resolver problema que envolva variações proporcionais, diretas ou inversas entre grandezas. D16 – Resolver problema que envolva porcentagem. D17 – Resolver problema que envolva equação de segundo grau. D18 – Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela. D19 – Resolver problema envolvendo uma função de primeiro grau. D20 – Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos. D21 – Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto. D22 – Resolver problema envolvendo PA/PG dada a fórmula do termo geral. D23 – Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de primeiro grau por meio de seus coeficientes. D24 – Reconhecer a representação algébrica de uma função do primeiro grau, dado o seu gráfico. D25 – Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do segundo grau. D26 – Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do primeiro grau. D27 – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.

D25 – Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição ou subtração. D26 – Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).	D29 – Resolver problema que envolva variações proporcionais, diretas ou inversas entre grandezas. D30 – Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica. D31 – Resolver problema que envolva equação de segundo grau. D32 – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em seqüências de números ou figuras (padrões). D33 – Identificar uma equação ou uma inequação de primeiro grau que expressa um problema. D34 – Identificar um sistema de equações do primeiro grau que expressa um problema. D35 – Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações de primeiro grau.	D28 – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica reconhecendo-a como inversa da função exponencial. D29 – Resolver problema que envolva função exponencial. D30 – Identificar gráficos de funções trigonométricas (seno, co-seno, tangente) reconhecendo suas propriedades. D31 – Determinar a solução de um sistema linear associando-o a uma matriz. D32 – Resolver o problema de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples. D33 – Calcular a probabilidade de um evento.

Tema 4 : tratamento de informações

4ª série do fundamental	8ª série do fundamental	3ª série do ensino médio
D27 – Ler informações e dados apresentados em tabelas. D28 – Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas).	D36 – Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos. D37 – Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.	D34 – Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos. D35 – Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.

ANEXO III

ESCALA DE PROFICIÊNCIA DA PROVA BRASIL

Nível	Descrição dos Níveis da Escala
125	• Neste nível, os alunos da 4ª e da 8ª séries resolvem problemas de cálculo de área com base na contagem das unidades de uma malha quadriculada e, apoiados em representações gráficas, reconhecem a quarta parte de um todo.
150	Os alunos da 4ª e da 8ª séries são capazes de: • resolver problemas envolvendo adição ou subtração, estabelecendo relação entre diferentes unidades monetárias (representando um mesmo valor ou numa situação de troca, incluindo a representação dos valores por numerais decimais); • calcular adição com números naturais de três algarismos, com reserva; • reconhecer o valor posicional dos algarismos em números naturais; • localizar números naturais (informados) na reta numérica; • ler informações em tabela de coluna única; e • identificar quadriláteros.
175	Os alunos das duas séries, neste nível: • identificam a localização (lateralidade) ou a movimentação de objeto, tomando como referência a própria posição; • identificam figuras planas pelos lados e pelo ângulo reto; • lêem horas e minutos em relógio digital e calculam operações envolvendo intervalos de tempo; • calculam o resultado de uma subtração com números de até três algarismos, com reserva; • reconhecem a representação decimal de medida de comprimento (cm) e identificam sua localização na reta numérica; • reconhecem a escrita por extenso de números naturais e a sua composição e decomposição em dezenas e unidades, considerando o seu valor posicional na base decimal; • efetuam multiplicação com reserva, tendo por multiplicador um número com um algarismo; • lêem informações em tabelas de dupla entrada; • resolvem problemas: o relacionando diferentes unidades de uma mesma medida para cálculo deintervalos (dias e semanas, horas e minutos) e de comprimento (m e cm);e o envolvendo soma de números naturais ou racionais na forma decimal, constituídos pelo mesmo número de casas decimais e por até três algarismos.
200	Além das habilidades descritas anteriormente, os alunos das duas séries: • identificam localização ou movimentação de objetos em representações gráficas, com base em referencial diferente da própria posição; • estimam medida de comprimento usando unidades convencionais e não convencionais; • interpretam dados num gráfico de colunas por meio da leitura de valores no eixo vertical; • estabelecem relações entre medidas de tempo (horas, dias, semanas), e, efetuam cálculos utilizando as operações a partir delas;

	• lêem horas em relógios de ponteiros, em situação simples; • calculam resultado de subtrações mais complexas com números naturais de quatro algarismos e com reserva; e • efetuam multiplicações com números de dois algarismos e divisões exatas por números de um algarismo. Os alunos da 8ª série ainda são capazes de: • localizar pontos usando coordenadas em um referencial quadriculado; • identificar dados em uma lista de alternativas, utilizando-os na resolução de problemas, relacionando informações apresentadas em gráfico e tabela; e • resolvem problemas simples envolvendo as operações, usando dados apresentados em gráficos ou tabelas, inclusive com duas entradas.
225	Os alunos da 4ª e da 8ª séries: • calculam divisão com divisor de duas ordens; • identificam os lados e, conhecendo suas medidas, calculam a extensão do contorno de uma figura poligonal dada em uma malha quadriculada; • identificam propriedades comuns e diferenças entre sólidos geométricos (número de faces); • comparam e calculam áreas de figuras poligonais em malhas quadriculadas; • resolvem uma divisão exata por número de dois algarismos e uma multiplicação cujos fatores são números de dois algarismos; • reconhecem a representação numérica de uma fração com o apoio de representação gráfica; • localizam informações em gráficos de colunas duplas; • conseguem ler gráficos de setores; • resolvem problemas: o envolvendo conversão de kg para g ou relacionando diferentes unidades de medida de tempo (mês/trimestre/ano); o de trocas de unidades monetárias, envolvendo número maior de cédulas e em situações menos familiares; o utilizando a multiplicação e reconhecendo que um número não se altera ao multiplicá-lo por um; e o envolvendo mais de uma operação. Os alunos da 8ª série, ainda: • identificam quadriláteros pelas características de seus lados e ângulos; • calculam o perímetro de figuras sem o apoio de malhas quadriculadas; • identificam gráfico de colunas que corresponde a uma tabela com números positivos e negativos; e • conseguem localizar dados em tabelas de múltiplas entradas.
250	Os alunos das duas séries: • calculam expressão numérica (soma e subtração), envolvendo o uso de parênteses e colchetes; • identificam algumas características de quadriláteros relativas aos lados e ângulos; • reconhecem a modificação sofrida no valor de um número quando um algarismo é alterado e resolvem problemas de composição ou decomposição mais complexos do que nos níveis anteriores;

	• reconhecem a invariância da diferença em situação-problema;
	• comparam números racionais na forma decimal, no caso de terem diferentes partes inteiras, e calculam porcentagens simples;
	• localizam números racionais na forma decimal na reta numérica;
	• reconhecem o gráfico de colunas correspondente a dados apresentados de forma textual;
	• identificam o gráfico de colunas correspondente a um gráfico de setores; e
	• resolvem problemas:
	    o realizando cálculo de conversão de medidas: de tempo (dias/anos), detemperatura (identificando sua representação numérica na formadecimal); comprimento (m/km) e de capacidade (ml/L); e
	    o de soma, envolvendo combinações, e de multiplicação, envolvendo configuração retangular em situações contextualizadas.
	
	Os alunos da 8ª série ainda:
	
	• associam uma trajetória representada em um mapa à sua descrição textual;
	• localizam números inteiros e números racionais, positivos e negativos, na forma decimal, na reta numérica;
	• resolvem problemas de contagem em uma disposição retangular envolvendo mais de uma operação;
	• identificam a planificação de um cubo em situação contextualizada;
	• reconhecem e aplicam em situações simples o conceito de porcentagem; e
	• reconhecem e efetuam cálculos com ângulos retos e não-retos.

275	Os alunos das duas séries:
	
	• identificam as posições dos lados de quadriláteros (paralelismo);
	• estabelecem relação entre frações próprias e impróprias e as suas representações na forma decimal, assim como localizam-nas na reta numérica;
	• identificam poliedros e corpos redondos, relacionando-os às suas planificações;
	• resolvem problemas:
	    o utilizando multiplicação e divisão, em situação combinatória;
	    o de soma e subtração de números racionais (decimais) na forma do sistema monetário brasileiro, em situações complexas;
	    o estimando medidas de grandezas, utilizando unidades convencionais (L).
	
	Na 8ª série:
	
	• efetuam cálculos de números inteiros positivos que requerem o reconhecimento do algoritmo da divisão inexata;
	• identificam fração como parte de um todo, sem apoio da figura;
	• calculam o valor numérico de uma expressão algébrica, incluindo potenciação;
	• identificam a localização aproximada de números inteiros não ordenados, em uma reta onde a escala não é unitária; e
	• solucionam problemas de cálculo de área com base em informações sobre os ângulos de uma figura.

300	Os alunos da 4ª e da 8ª séries resolvem problemas: • identificando a localização (requerendo o uso das definições relacionadas ao conceito de lateralidade) de um objeto, tendo por referência pontos com posição oposta à sua e envolvendo combinações;

	• realizando conversão e soma de medidas de comprimento e massa (m/km e g/kg); • identificando mais de uma forma de representar numericamente uma mesma fração e reconhecem frações equivalentes; • identificando um número natural (não informado), relacionando-o a uma demarcação na reta numérica; • reconhecendo um quadrado fora da posição usual; e • identificando elementos de figuras tridimensionais. Na 8ª série, os alunos ainda: • avaliam distâncias horizontais e verticais em um croqui, usando uma escala gráfica dada por uma malha quadriculada, reconhecendo o paralelismo entre retas; • são capazes de contar blocos em um empilhamento representado graficamente e sabem que, em figuras obtidas por ampliação ou redução, os ângulos não se alteram. • calculam o volume de sólidos a partir da medida de suas arestas; • ordenam e comparam números inteiros negativos e localizam números decimais negativos com o apoio da reta numérica; • conseguem transformar fração em porcentagem e vice-versa; • identificam a equação do primeiro grau adequada para a solução de um problema; • solucionam problemas: o envolvendo propriedades dos polígonos regulares inscritos (hexágono), para calcular o seu perímetro; o envolvendo porcentagens diversas e suas representações na forma decimal; e o envolvendo o cálculo de grandezas diretamente proporcionais e a soma de números inteiros.
325	Neste nível, os alunos da 8ª série resolvem problemas: • calculando ampliação, redução ou conservação da medida (informada inicialmente) de ângulos, lados e área de figuras planas; • localizando pontos em um referencial cartesiano; • de cálculo numérico de uma expressão algébrica em sua forma fracionária; • envolvendo variação proporcional entre mais de duas grandezas; • envolvendo porcentagens diversas e suas representações na forma fracionária (incluindo noção de juros simples e lucro); e • de adição e multiplicação, envolvendo a identificação de um sistema de equações do primeiro grau com duas variáveis. Além disso: • classificam ângulos em agudos, retos ou obtusos de acordo com suas medidas em graus; • realizam operações, estabelecendo relações e utilizando os elementos de um círculo ou circunferência (raio, diâmetro, corda); • reconhecem as diferentes representações decimais de um número fracionário, identificando suas ordens (décimos, centésimos, milésimos); • identificam a inequação do primeiro grau adequada para a solução de um problema; • calculam expressões numéricas com números inteiros e decimais positivos e negativos; • solucionam problemas em que a razão de semelhança entre polígonos é dada, por exemplo, em representações gráficas envolvendo o uso de escalas;

	• efetuam cálculos de raízes quadradas e identificam o intervalo numérico em que se encontra uma raiz quadrada não-exata; • efetuam arredondamento de decimais; • lêem informações fornecidas em gráficos envolvendo regiões do plano cartesiano; e • analisam gráficos de colunas representando diversas variáveis, comparando seu crescimento.
350	Além das habilidades demonstradas nos níveis anteriores, neste nível, os alunos da 8ª série: • resolvem problemas envolvendo ângulos, inclusive utilizando a Lei Angular de Tales e aplicando o Teorema de Pitágoras; • identificam propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando as últimas às suas planificações; • calculam volume de paralelepípedo; • calculam o perímetro de polígonos sem o apoio de malhas quadriculadas; • calculam ângulos centrais em uma circunferência dividida em partes iguais; • calculam o resultado de expressões envolvendo, além das quatro operações, números decimais (positivos e negativos, potências e raízes exatas); • efetuam cálculos de divisão com números racionais (forma fracionária e decimal simultaneamente); • calculam expressões com numerais na forma decimal com quantidades de casas diferentes; • conseguem obter a média aritmética de um conjunto de valores; • analisam um gráfico de linhas com seqüência de valores; • estimam quantidades baseadas em gráficos de diversas formas; • resolvem problemas: o utilizando propriedades dos polígonos (número de diagonais, soma de ângulos internos, valor de cada ângulo interno ou externo), inclusive por meio de equação do 1º grau; o envolvendo a conversão de m 3 em litro; o que recaem em equação do 2º grau; o de juros simples; e o usando sistema de equações do primeiro grau.
375	

Fonte INEP (INEP,2010e)

ANEXO IV

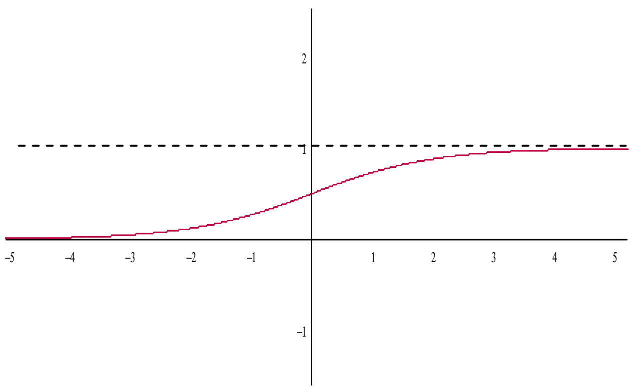
DESCRIÇÃO DO MODELO LOGÍSTICO DE TRÊS PARÂMETROS

Vamos tentar entender um pouco mais a TRI e, em especial, o modelo logístico de três parâmetros, que é o usado no Saeb e na Prova Brasil. As próximas páginas estão fundamentadas em duas referências: o curso de introdução a TRI, ministrado no I CONBRATRI (AZEVEDO, 2009) e o livro Teoria de Resposta ao Item: conceitos e aplicações (ANDRADE, 2000).

A título de início de conversa, neste parágrafo, faremos algumas suposições “exageradas”. A partir do próximo parágrafo, reconsideraremos com suposições mais plausíveis. Suponhamos que um grupo de alunos se submeta a uma prova de múltipla escolha na qual não é permitido responder aleatoriamente (vamos eliminar, inicialmente, a possibilidade do “chute” para facilitar a discussão). Suponhamos que a prova conste de 50 questões distribuídas em nível crescente de dificuldades. Vamos considerar uma escala de dificuldade para as questões: a questão 1 tem dificuldade 1; a questão 2 tem dificuldade 2; a questão 3 tem dificuldade 3 e assim por diante, até a questão 50 que terá dificuldade 50. Consideremos que um aluno que acertar a questão 20, por exemplo, também terá acertado todas as questões anteriores a 20, visto que estas têm nível de dificuldade inferior ao da questão 20. O aluno que errar a questão 21 errará todas as questões posteriores a 21, visto que estas têm nível de dificuldade superior ao da questão 21. Vamos estabelecer que o nível de proficiência de um aluno é igual ao nível de dificuldade da questão de nível mais alto que o aluno consegue acertar. Ou seja, se João acerta todas as questões até a de número 20 e erra todas as demais, João tem nível de proficiência igual a 20. Repare que estamos colocando tanto os níveis de dificuldade das questões quando o nível de proficiência dos alunos na mesma escala. Estamos usando uma escala de proficiência que vai de 0 (zero) a 50, mas a escolha da escala é arbitrária. Poderíamos ter escolhido uma escala de 0 a 10, como estamos acostumados a fazer nas escolas, ou uma escala de 0 a 500, que é a escala do Saeb.

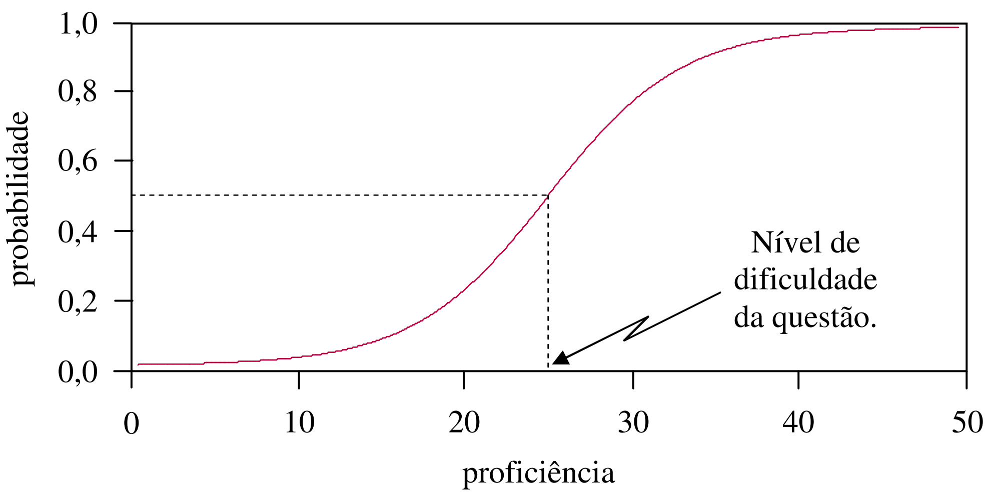
Proficiência em Matemática ou em qualquer outra área do conhecimento é um traço latente que não se permite medir com tamanha precisão quanto à exposta no parágrafo anterior. Ou seja, alguém que acerte a questão 20 não significa que acertou todas as anteriores e que vai errar todas as posteriores. A proficiência deve ser definida com uma margem de erro e de tal modo que, quanto maior a proficiência de um aluno, tanto maior a probabilidade de acertar uma determinada questão. Vamos nos fixar no item e não no aluno. Consideremos um item Y com nível de dificuldade "b" e procuremos uma função que estabeleça a probabilidade de acerto desta questão por um aluno que esteja num nível de proficiência θ. Em vez de definir o nível de dificuldade de uma questão como feito no parágrafo anterior, definamos "b" como sendo a proficiência para a qual a probabilidade de acerto da questão Y é de 50%. Considerando questões de múltipla escolha na qual uma única alternativa é correta e as demais constituem respostas erradas, ou seja, não há escala de parcialmente certa nas opções, podemos indicar por Y = 1 a questão Y respondida corretamente, e Y = 0 a resposta incorreta para a questão Y. A função que estabelece a probabilidade de acerto da questão Y por um aluno com nível de proficiência θ será notada por $P(Y = 1 | \theta)$. Essa função é uma função probabilidade, portanto, deve assumir valores no intervalo [0, 1]. Uma das funções usadas para este fim, e que será o foco de nossa atenção, é a função logística.

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$



Observe o comportamento assintótico desta função nas retas y = 0 e y = 1. Qualquer que seja o valor de *x*, a função assume valores que estão no intervalo (0, 1).

Vamos colocar esse gráfico na nossa escala de proficiência que vai de 0 a 50.



Espera-se que quanto maior for a dificuldade da questão tanto maior deve ser a proficiência do aluno para acertá-la. Isto pode ser observado no gráfico deslocando-o para direita tanto mais quanto maior for o valor de “b”, o parâmetro que caracteriza o nível de dificuldade da questão. Para tanto, substituímos o incremento “x” da função logística por $\theta - b$, obtendo o Modelo Logístico de 1 Parâmetro (ML1).

$$P(Y = 1|\theta) = \frac{1}{1 + e^{-(\theta - b)}}$$

Como são avaliados diversos alunos, cada qual com seu nível de proficiência, através de diversos itens, cada um com seu parâmetro de dificuldade, a fórmula precedente aparece, com frequência, na forma:

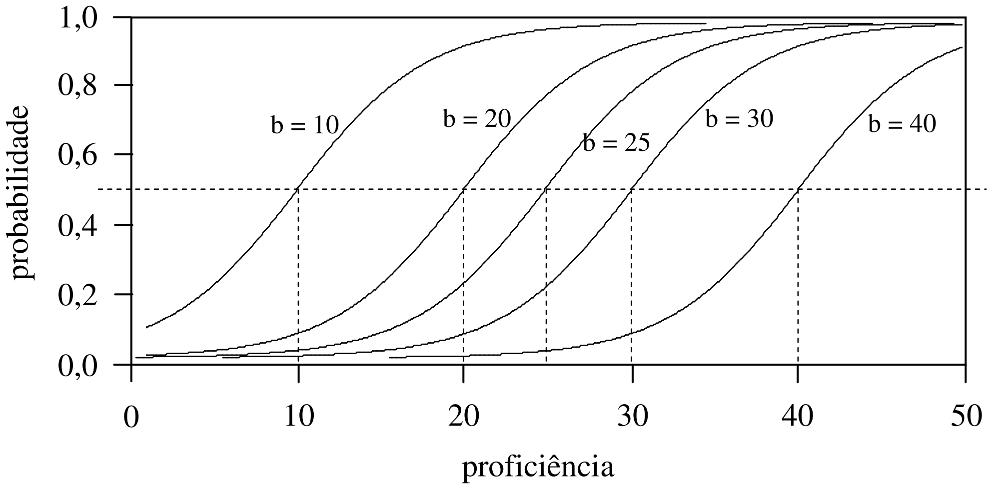
$$P(Y_{ij} = 1|\theta_j) = \frac{1}{1 + e^{-(\theta_j - b_i)}}\text{, em que:}$$

Y_{ij} é a resposta do aluno j ao item i;

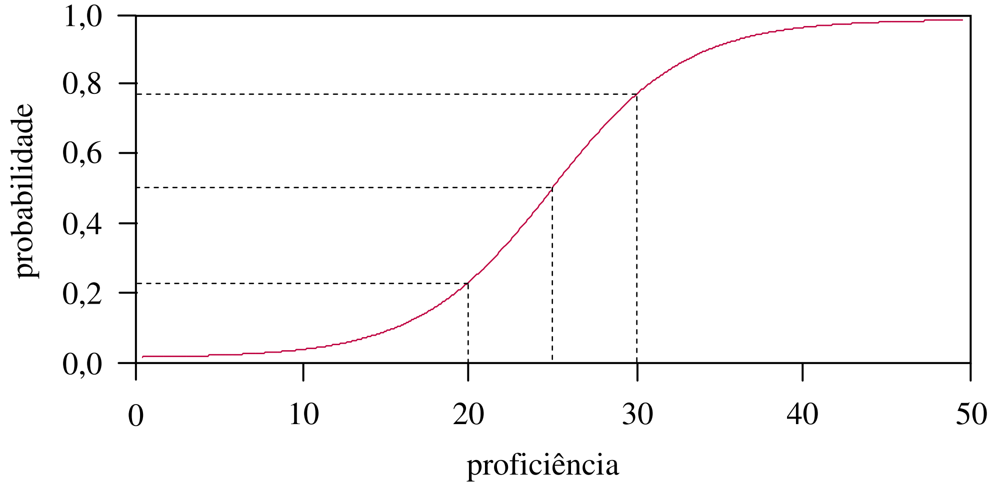
θ_j é a proficiência do aluno j;

b_i é a dificuldade do item i.

Cinco questões com níveis de dificuldades diferentes.



No modelo de um único parâmetro duas questões com o mesmo nível de dificuldade teriam a mesma capacidade de diferenciar os alunos. Ou seja, suponhamos uma questão com nível de dificuldade 25 no nosso exemplo (veja a figura abaixo). Alguém que tenha nível de proficiência 20 teria probabilidade pouco superior a 0,2 de acertar a questão e alguém que tenha proficiência 30, teria probabilidade pouco inferior a 0,8 de acertar a questão. Isso seria válido e invariante para todas as questões com nível de dificuldade 25. É razoável supor, e a prática confirma a suposição, que nem todas as questões com o mesmo nível de dificuldade discriminem da mesma forma os alunos.

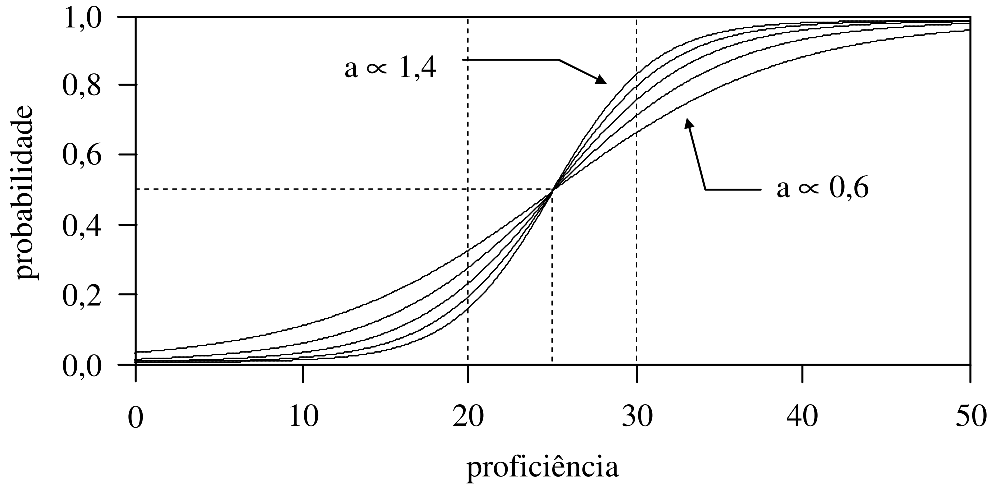


Podemos descrever a discriminação introduzindo um segundo parâmetro que é chamado de *parâmetro de discriminação do item* e é proporcional à inclinação da curva.

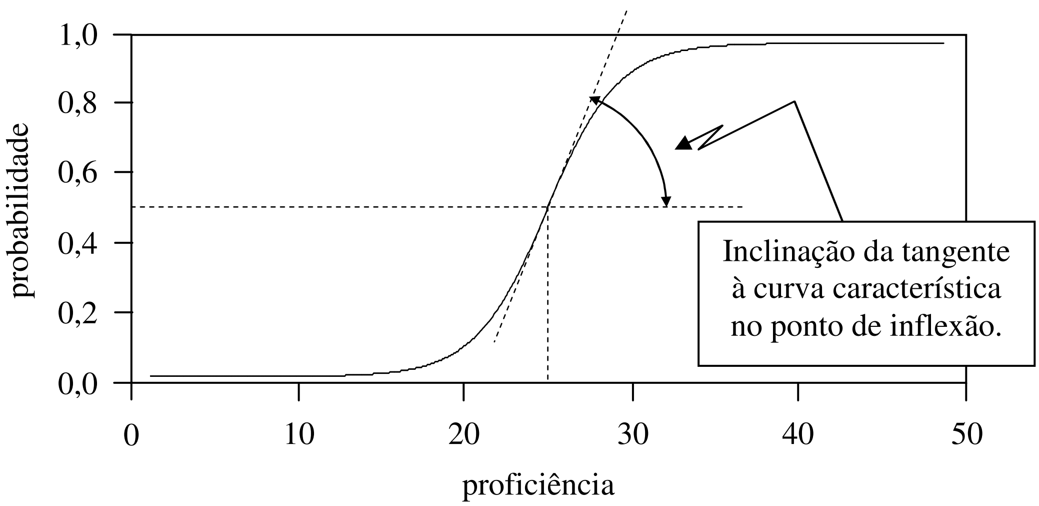
$$P(Y = 1|\theta) = \frac{1}{1 + e^{-a(\theta - b)}}$$

Parâmetro de
discriminação
do item.

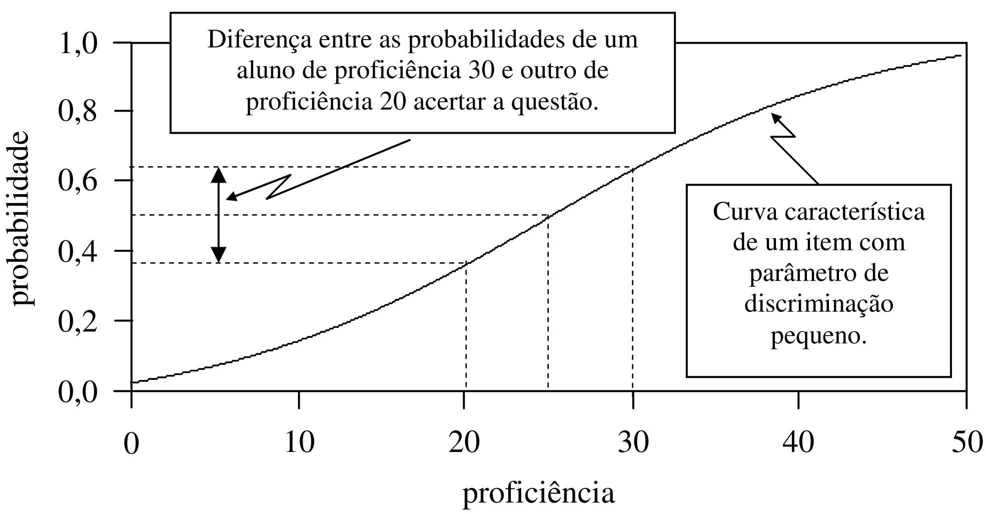
Mantendo o mesmo nível de dificuldade, vejamos qual o efeito do parâmetro de discriminação sobre a curva logística.



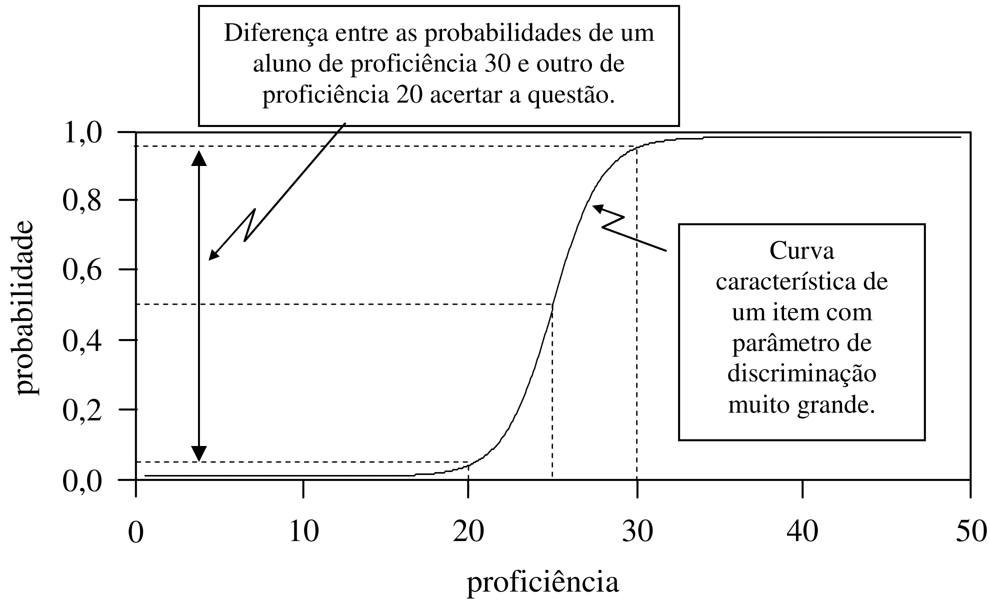
Quanto maior for o parâmetro de discriminação do item, mais inclinada será sua curva característica. O que queremos dizer com inclinação da curva? O ponto da curva com probabilidade 0,5 é um ponto de inflexão, ponto no qual a curva muda sua concavidade. O coeficiente de discriminação é proporcional á inclinação da tangente à curva neste ponto. Quanto maior for a inclinação da tangente, tanto maior será o parâmetro de discriminação da questão.



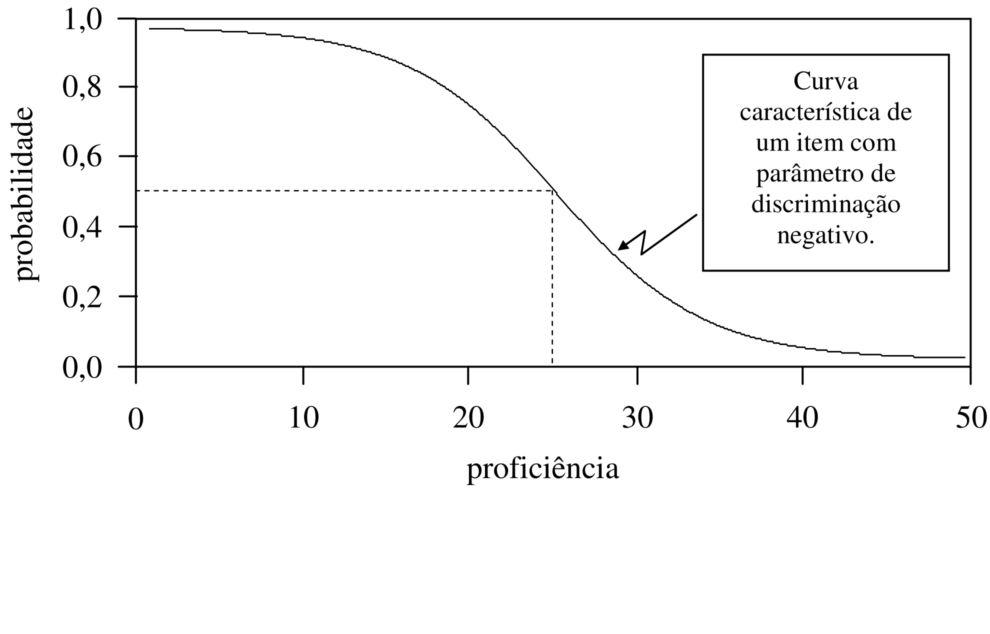
Um item com parâmetro de discriminação muito baixo, diferencia pouco o aluno com proficiência abaixo do nível de dificuldade do item daqueles que estão acima deste nível.



Um item com parâmetro de discriminação muito alto faz com que os alunos abaixo do nível de dificuldade da questão tenham probabilidade quase zero de acertá-la e aqueles acima tenham probabilidade quase igual a um de acerto.



Espera-se que o parâmetro de discriminação não seja negativo. Se o parâmetro for negativo há algum problema com o item, pois, neste caso, quanto maior a proficiência do aluno, menor a probabilidade de acerto!



Temos, agora, o Modelo Logístico de 2 Parâmetros (ML2).

$$P(Y_{ij} = 1|\theta_j) = \frac{1}{1 + e^{-a_i(\theta_j - b_i)}} \text{ , em que:}$$

Y_{ij} é a resposta do aluno j ao item i;

θ_j é a proficiência do aluno j;

b_i é a dificuldade do item i.

a_i é o parâmetro de discriminação do item i

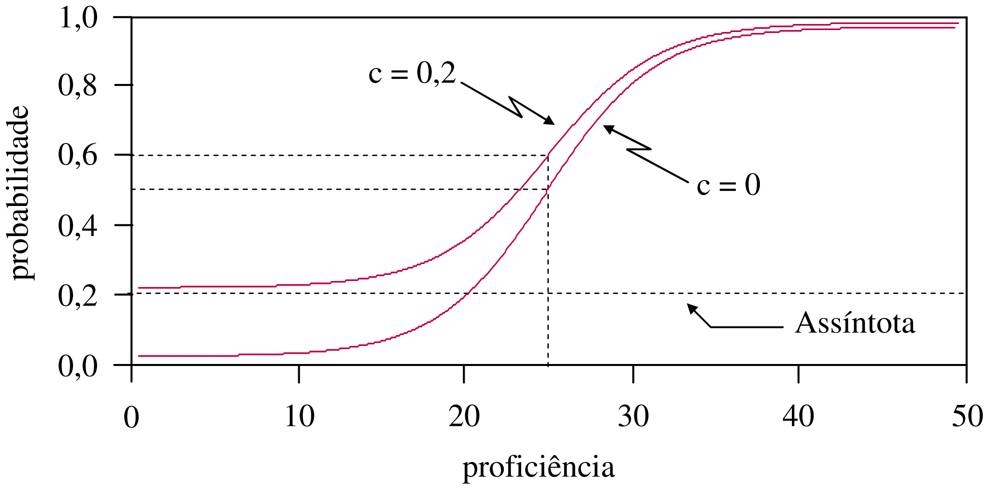
Inicialmente consideramos que não era permitido responder aleatoriamente, "chutar" a resposta. Sabemos que não é isso que acontece. O comum é que o aluno marque qualquer uma das opções de um item de múltipla escolhe quando não sabe qual é a resposta correta. O terceiro parâmetro é conhecido como parâmetro de acerto ao acaso e reflete a probabilidade de um aluno de baixa proficiência responder corretamente ao item.

$$P(Y = 1|\theta) = c + (1 - c)\frac{1}{1 + e^{-a(\theta - b)}}$$

Parâmetro de acerto ao acaso

Esse parâmetro é uma probabilidade. Portanto, assume valores no intervalo [0, 1]. Se c = 0, a probabilidade de acertar uma questão ao acaso é zero, o que é o mesmo que não poder responder aleatoriamente. Recaímos no Modelo Logístico de 2 parâmetros.

O efeito deste parâmetro sobre a curva logística é substituir a assíntota y = 0 por y = c. A probabilidade passa a assumir valores no intervalo (c, 1).



A dificuldade de um item é uma característica do item. Desta forma, deseja-se que a probabilidade de acerto ao acaso, o parâmetro “c”, não afete o nível de dificuldade da questão. Quando c = 0 (ML2), o nível de dificuldade da questão é o valor da escala de proficiência relacionado com a probabilidade 0,5 de acertar a questão ou, o que vem a ser a mesma coisa, a proficiência do ponto de inflexão da curva. Quando c ≠ 0, o ponto de inflexão da curva sobe. Observe a figura anterior. O item tem nível de dificuldade 25, ou seja, b = 25. Quando c = 0, a probabilidade relacionada com a proficiência 25 é 0,5. Quando c = 0,2, a probabilidade relacionada com a proficiência 25 é 0,6. No Modelo Logístico de 3 Parâmetros, o parâmetro de dificuldade de um item passa a ser definido como a proficiência relacionada com a probabilidade de acerto do item igual a (1 + c)/2. (Veja o apêndice I)

Modelo Logístico de 3 Parâmetros (ML3)

$$P(Y_{ij} = 1|\theta_j) = c_i + (1 - c_i)\frac{1}{1 + e^{-a_i(\theta_j - b_i)}}\text{, em que:}$$

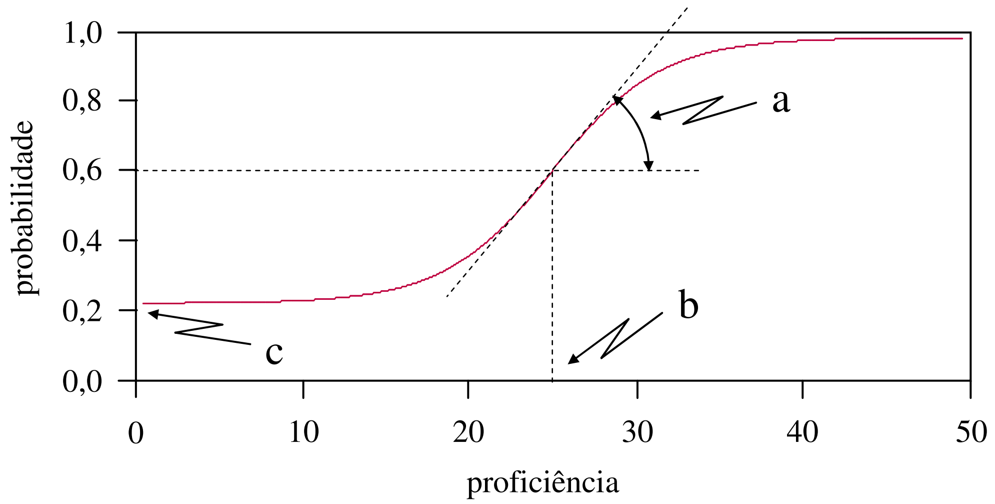
Y_{ij} é a resposta do aluno j ao item i;

θ_j é a proficiência do aluno j;

b_i é a dificuldade do item i.

a_i é o parâmetro de discriminação do item i.

c_i é o parâmetro de acerto ao acaso do item i.



Numa avaliação, devem ser estimados três parâmetros para cada item, *a*, *b* e *c*, e um parâmetro para cada aluno, θ. Se uma avaliação possui um banco de L itens e foi aplicada a N alunos, deverão ser estimados 3L + N parâmetros. Quando se fala numa avaliação em escala nacional, esse número é grande o suficiente para gastar muitas horas de operação de computadores.

Uma outra medida que, com frequência, acompanha a curva característica é a *função de informação do item*. Esta função é dada por:

$$I_i(\theta) = \frac{[P_i'(\theta)]^2}{P_i(\theta)Q_i(\theta)}, \quad \text{em que}$$

$I_i(\theta)$ é a informação fornecida pelo item i no nível de habilidade θ

$P_i(\theta) = P(X_{ij} = 1|\theta)$

$Q_i(\theta) = 1 - P_i(\theta)$

A função de informação no modelo logístico de 3 parâmetros também pode ser escrita através da expressão seguinte (veja o apêndice II):

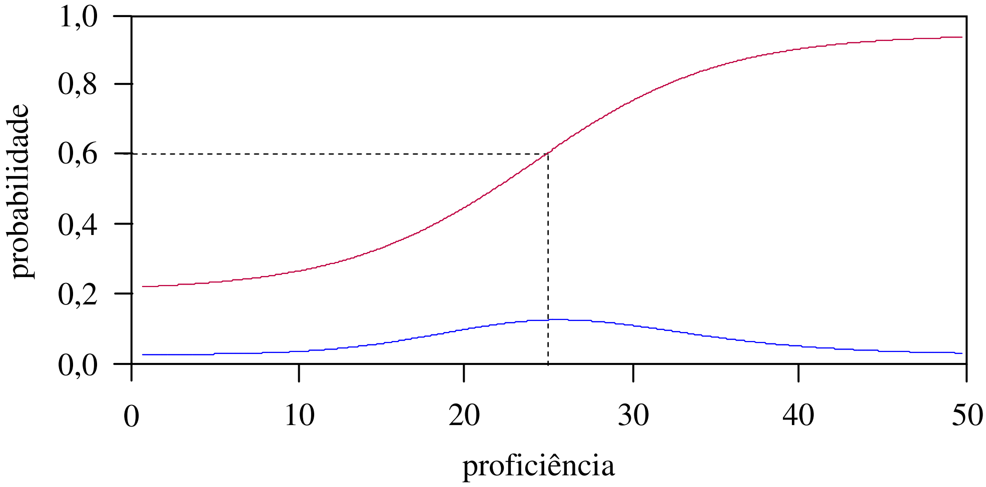
$$\frac{[P'(\theta)]^2}{P(\theta)\cdot Q(\theta)}\cdot = a^2(1-c)^2\,\frac{Q(\theta)}{p(\theta)}\left[\frac{P(\theta)-c}{1-c}\right]^2$$

O valor da função informação é tanto maior quanto:

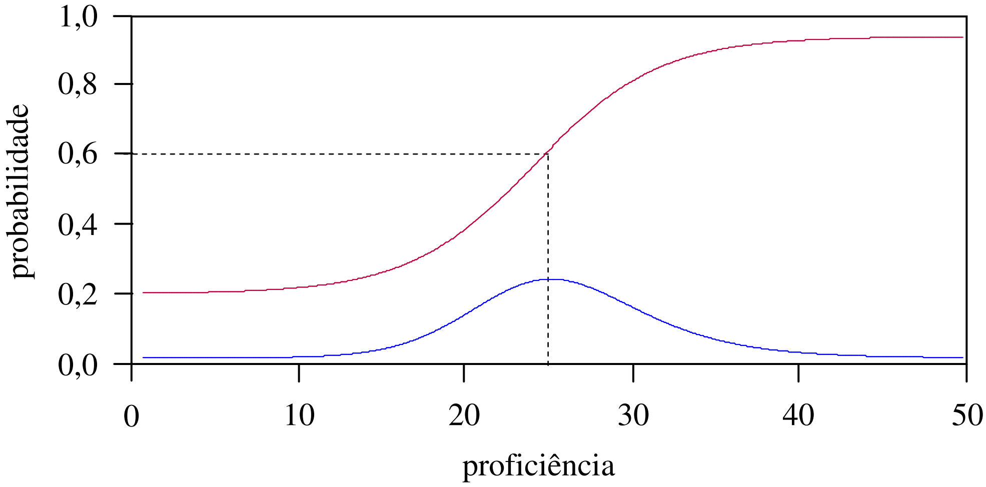
a) mais θ se aproxima de b_i;
b) maior for o a_i;
c) mais c_i se aproxima de zero.

Identifiquemos estes fatos em gráficos que apresentam a curva característica e a função de informação.

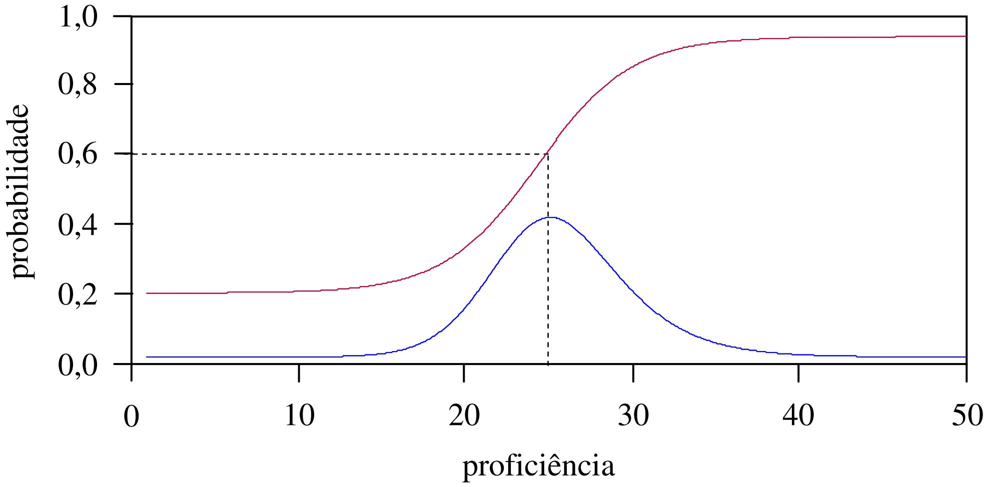
a_i = **0,8** $b_i = 25$ $c_i = 0,2$



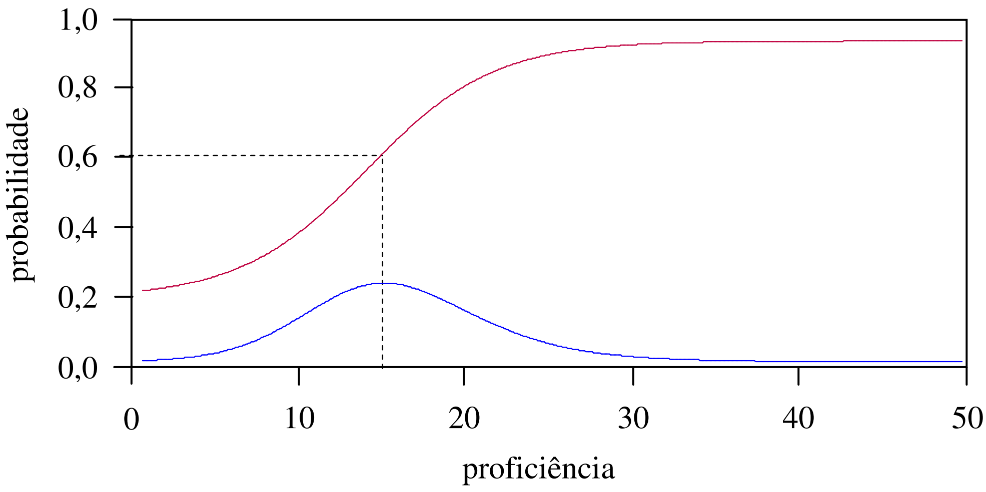
a_i = **1,2** $b_i = 25$ $c_i = 0,2$



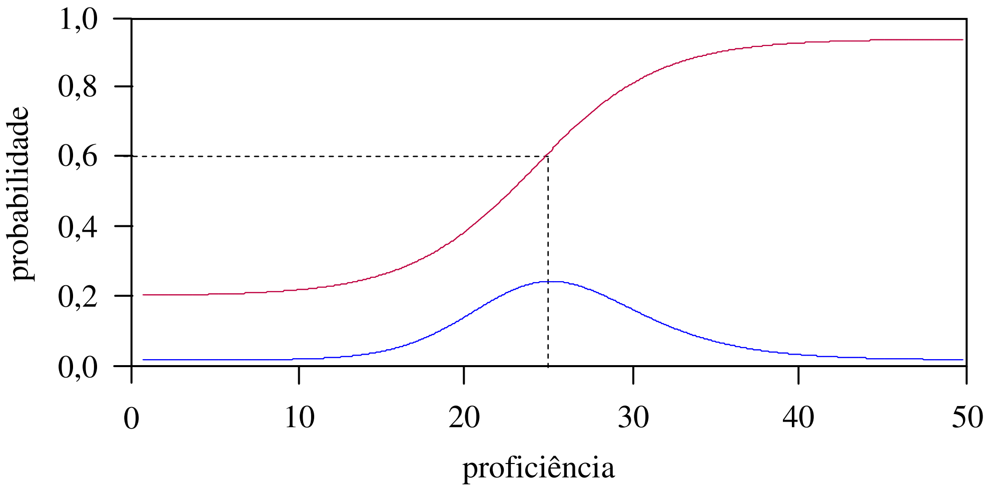
a_i = **1,6** $b_i = 25$ $c_i = 0,2$



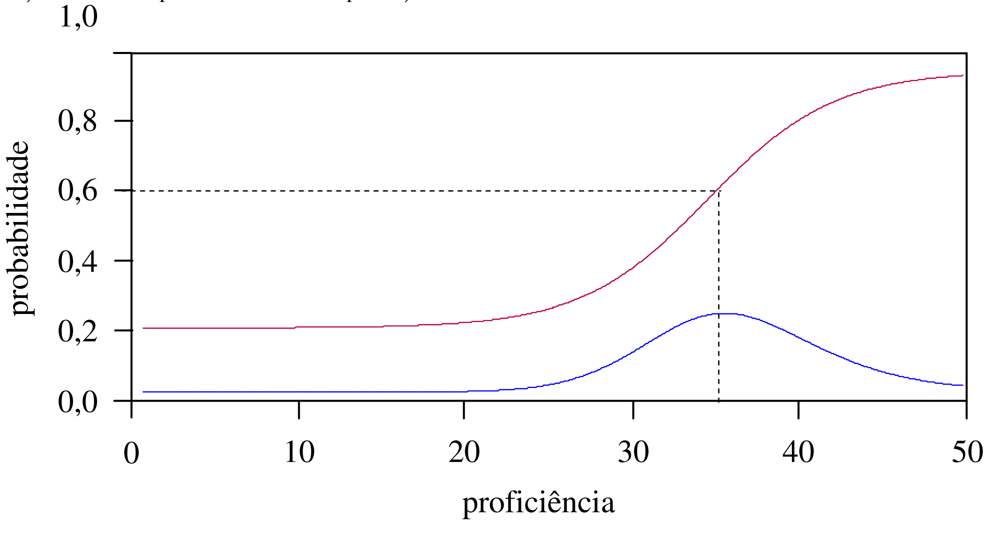
$a_i = 1{,}2$ $b_i = \mathbf{15}$ $c_i = 0{,}2$



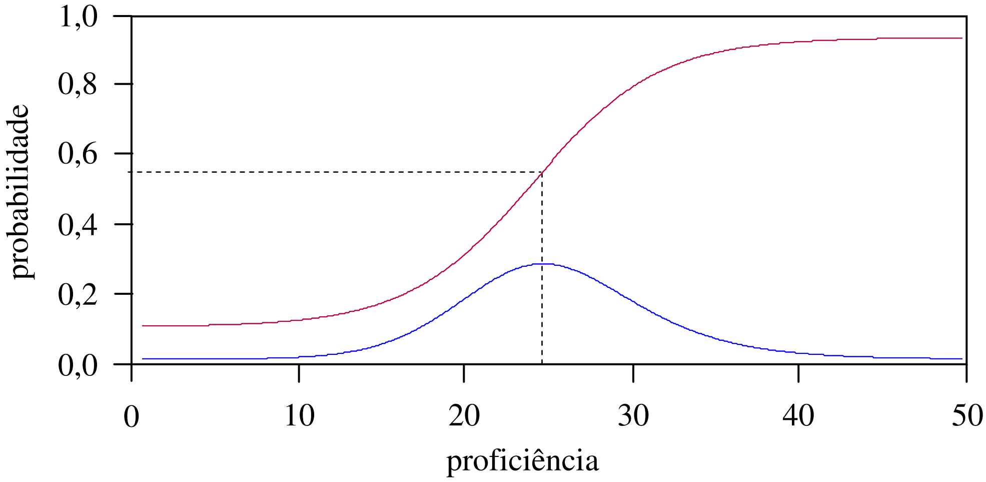
$a_i = 1{,}2$ $b_i = \mathbf{25}$ $c_i = 0{,}2$



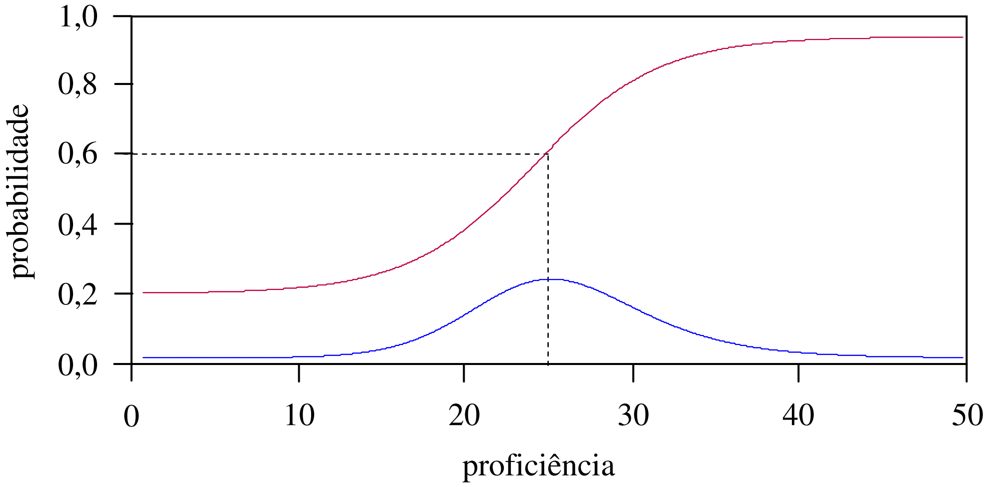
$a_i = 1{,}2$ $b_i = \mathbf{35}$ $c_i = 0{,}2$



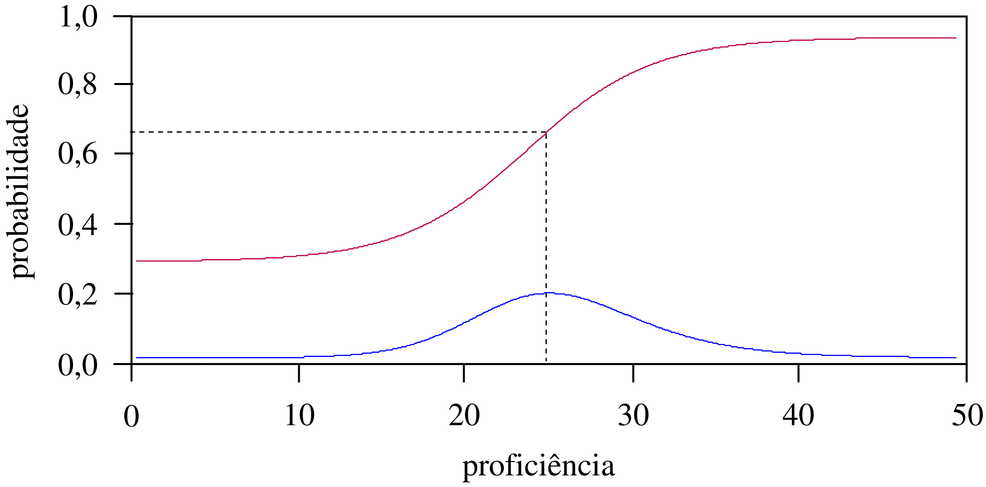
$a_i = 1,2$ $b_i = 25$ $c_i =$ **0,1**



$a_i = 1,2$ $b_i = 25$ $c_i =$ **0,2**



$a_i = 1,2$ $b_i = 25$ $c_i =$ **0,3**

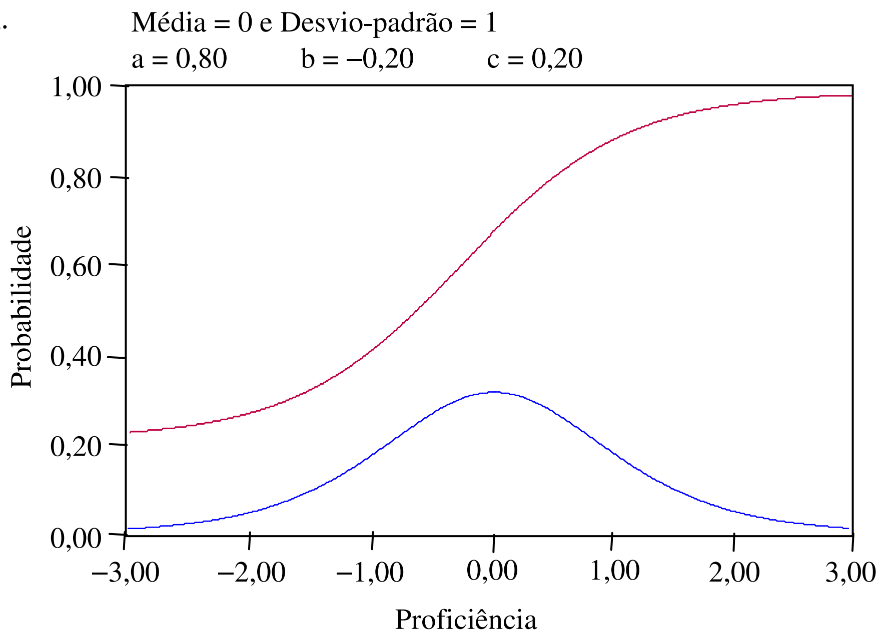


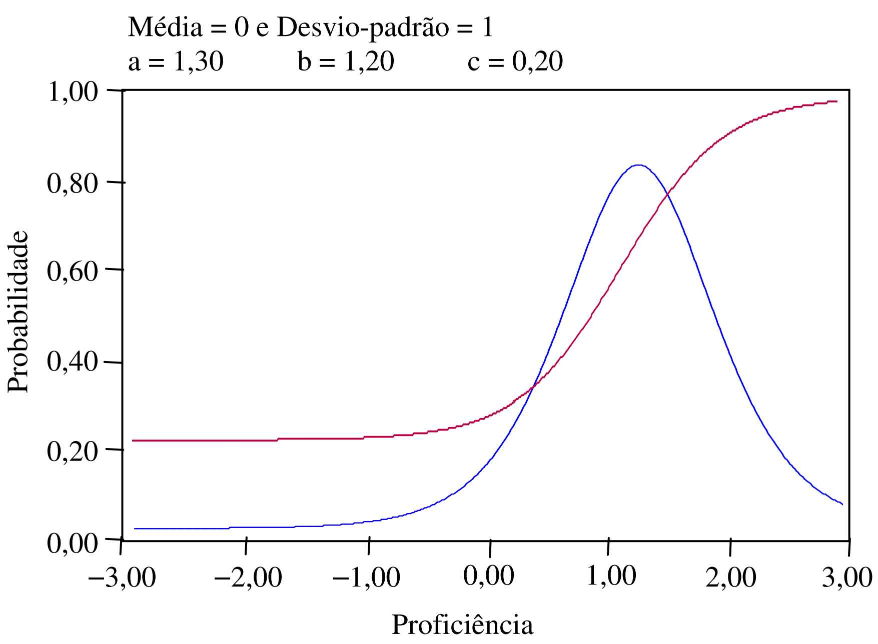
"Na prática, as habilidades e os parâmetros dos itens são estimados a partir das respostas de um grupo de indivíduos submetidos a esses itens, mas uma vez estabelecida a escala de medida da habilidade, os valores dos parâmetros dos itens não mudam, isto é, seus valores são invariantes a diferentes grupos de respondentes, desde que os indivíduos destes grupos tenham suas habilidades medidas na mesma escala."

(...)

Diferentemente da medida escore em um teste com I questões do tipo certo/errado, que assume valores inteiros entre 0 e I, na TRI a habilidade pode teoricamente assumir qualquer valor real entre −∞ e +∞. Assim, precisa-se estabelecer uma origem e uma unidade de medida para a definição da escala. Esses valores são escolhidos de modo a representar, respectivamente, o valor médio e o desvio-padrão das habilidades dos indivíduos da população em estudo." (Andrade, 2000, p. 15)

Uma escala bastante usada na TRI é a escala com média zero e desvio-padrão um.





Na escala com média zero e desvio padrão 1, um aluno com proficiência 1,20 está a 1,20 desvios-padrão da proficiência média. Suponhamos uma escala com média 25 e desvio-padrão 10. Nesta escala, 1,20 desvios-padrão é igual a $1{,}20 \times 10 = 12$. Nesta escala, nosso aluno tem proficiência $25 + 12 = 37$. Entretanto, a probabilidade deste aluno acertar uma determinada questão é a mesma em qualquer uma das escalas.

O ultimo gráfico, apresenta uma questão com a = 1,30, b = 1,20 e c = 0,20 numa escala de média zero e desvio-padrão um (chamemos esta escala de escala (0, 1)). Sua curva característica tem equação

$$P(Y = 1|\theta) = 0{,}20 + 0{,}80 \frac{1}{1 + e^{-1{,}30(\theta - 1{,}20)}}$$

Calculemos a probabilidade de alguém com proficiência 2,00 acertar este item.

$$P(Y = 1|2{,}00) = 0{,}20 + 0{,}80 \frac{1}{1 + e^{-1{,}30(2{,}00 - 1{,}20)}} = 0{,}79, \text{ aproximadamente.}$$

Olhando para a escala de média 25 e desvio-padrão 10 (chamemos esta escala de escala (25, 10)), cada aumento de um ponto na escala de proficiência (0, 1), que tem centro em zero, corresponde a um aumento de 10 pontos na escala (25, 10), que tem centro em 25. Portanto, a uma proficiência 2,00 na escala (0, 1) corresponde uma proficiência $25 + 2 \times 10 = 45$ na escala (25, 10). Chamando de a*, b* e c* os parâmetros e de θ^* a proficiência na escala (25, 10), devemos ter $P(Y = 1|\theta) = P(Y = 1|\theta^*)$. Para isso, c = c*, a probabilidade de acerto ao acaso não depende da escala, e $a(\theta - b) = a^*(\theta^* - b^*)$.

$$a(\theta - b) = \frac{a}{10}[(10 \times \theta + 25) - (10 \times b + 25)] = a^*(\theta^* - b^*)$$

$$a^* = \frac{a}{10} = \frac{1{,}30}{10} = 0{,}13$$

$\theta^* = 10 \times \theta + 25 = 10 \times 2 + 25 = 45$ (no caso em que $\theta = 2$).

$b^* = 10 \times b + 25 = 10 \times 1{,}20 + 25 = 37$

A equação da questão que estamos considerando na escala (25, 10) é:

$$P(Y = 1|\theta^*) = 0{,}20 + 0{,}80\frac{1}{1+e^{-0{,}13(\theta^*-37)}}.$$

E a probabilidade de um aluno com proficiência θ* = 45 acertar esta questão é igual a

$$P(Y = 1|45) = 0{,}20 + 0{,}80\frac{1}{1+e^{-0{,}13(45-37)}} = 0{,}79\text{, aproximadamente.}$$

Não importa a escala utilizada, a probabilidade de um determinado aluno acertar uma determinada questão é sempre a mesma. Entretanto, os valores dos parâmetros “a” e “b” dependem da escala. Portanto não faz qualquer sentido analisar uma questão a partir dos valores de seus parâmetros sem saber sobre qual escala eles foram determinados.

O Saeb e a Prova Brasil usam uma escala de proficiência com média 250 e desvio-padrão 50. Essa escala foi construída a partir do rendimento dos alunos da 8ª série no Saeb de 1977. Essa é a Escala Nacional de Proficiência.

Os resultados dos desempenhos no PISA são fornecidos em uma escala na qual a média das médias dos países da OCDE é padronizada em 500, com 100 de desvio padrão. Para calcular essa média, considerou-se como se todos os países tivessem mil alunos participantes, para evitar que a média da OCDE pendesse para os países com maior número de participantes.

ANEXO V

ALGUNS ÍNDICES USADOS NA TEORIA CLÁSSICA DOS TESTES

Fundamentaremos nossa exposição na apresentação feita por Ruben Klein no material produzido para um curso de aperfeiçoamento em avaliação escolar (FONTANIVE, 2008).

ÍNDICES							PROPORÇÕES DE RESPOSTA						COEFICIENTES BISSERIAIS					
ITEM	GAB	DIFI	DISCR	INF	SUP	BISE	A	B	C	D	E	" "	A	B	C	D	E	" "
53	C	0.35	0.35	0.21	0.55	0.41	0.07	0.13	0.35	0.28	0.17	0.00	-0.13	-0.15	0.41	-0.15	-0.19	-0.21

A figura é uma tabela que acompanha uma questão de múltipla escolha. Nela, encontramos:

ITEM → Identifica a posição da questão no caderno de provas. Esta era a questão 53.

GAB → É a resposta correta do item. No caso, a opção C.

DIFI → O Índice de Dificuldade é a proporção de acertos na questão. Itens com nível de dificuldade acima de 65% ou 70% são considerados itens fáceis. Índice de abaixo de 35% ou 30% são itens difíceis. No exemplo, 35% das pessoas que responderam acertaram a questão. É uma questão um tanto quanto difícil para o grupo de respondentes.

DISCR → O Índice de Discriminação é a diferença entre as proporções de acerto dos grupos superior (SUP) e inferior (INF). No exemplo, SUP – INF = 0.55 – 0.21 = 0.34 e DISCR = 0.35. Essa diferença é provocada pelos arredondamentos e margens de erro. È considerado um bom índice de discriminação se ele for superior a 0.25. Abaixo disso a questão discrimina pouco.

INF e **SUP** → Grupo Inferior e Grupo Superior, respectivamente, são as proporções de acertos dos nos grupos inferior (27% de pior desempenho) e superior (27% de melhor desempenho).

BISE → O Coeficiente Ponto-bisserial é o coeficiente de correlação entre o acerto no item e o número de acertos do item na prova. O coeficiente ponto-bisserial pode ser calculado pela fórmula:

$$r_{pbis} = \frac{M_p - M}{s} \times \sqrt{\frac{p}{1-p}} \qquad \text{onde}$$

M_p é a media de desempenho no teste para os alunos que acertam o item;

M é a média geral da medida de desempenho no teste para todos os alunos;

S é o desvio padrão da medida de desempenho no teste para todos os alunos.

P é a proporção de acertos no item.

PROPORÇÕES DE RESPOSTAS → Proporções de Respostas são as proporções de escolha por alternativa de resposta A, B, C, D ou E. O símbolo * *, que aparece logo após a opção E, indica questões deixadas em branco. Algumas tabelas também apresentam o símbolo *.*, indicando que todas as questões posteriores aquela que está sendo analisada foram deixadas em branco. Isso caracteriza desistência ou falta de tempo para terminar a avaliação. O símbolo *.* aparece, com maior frequência, com valores diferentes de zero nas questões finais da avaliação.

COEFICIENTES BISSERIAIS → Coeficientes Ponto-bisseriais por alternativa. Basta substituir, na fórmula, M_p pela media de desempenho no teste para os alunos que marcaram o item considerado.

Espera-se que o coeficiente ponto-bisserial com alternativa de resposta correta seja positivo. Pela fórmula, é equivalente a esperar que $M_p - M$ seja positivo, ou seja, esperar que a média dos alunos que acertaram o item seja maior que a média geral dos alunos. Os outros termos da fórmula são todos positivos.

Com argumento semelhante, espera-se que o coeficiente ponto-bisserial com uma alternativa incorreta seja negativo, ou seja, espera-se que a média dos alunos que optaram por uma alternativa incorreta (M_p) seja menor do que a média de todos os alunos (M). Um bisserial positivo numa alternativa incorreta indica que alunos com bons desempenhos foram atraídos por esta alternativa.

Questões com bisseriais ou índice de discriminação negativo ou muito pequeno precisam ser investigados. Estes itens podem estar com o gabarito errado, ter mais de uma resposta aceitável ou não ter solução.

Um dos objetivos das avaliações de larga escala como o Saeb e a Prova Brasil é a rendição de contas.

> *Os profissionais que conduzem os processos de avaliação em larga escala, externo aos sistemas escolares, devem desenvolver estratégias capazes de facilitar a compreensão e a apropriação dos resultados obtidos as diferentes equipes das secretarias de educação, gestores, professores da escola e demais membros da comunidade escolar. É importante também que os resultados possam ser acompanhados pelos pais e pala sociedade em geral.*

Nesse sentido os resultados das avaliações são apresentados por intermédio de diferentes documentos. Há relatórios técnicos especializados para os gestores públicos e seus auxiliares, como também são elaborados relatórios mais simplificados para auxiliar professores e diretores das escolas a interpretar como os resultados nacionais ou regionais se relacionam com suas situações particulares. (FONTANIVE, 2008, p.3).

A tabela que apresentamos como modelo é, para boa parte dos professores e diretores, de difícil leitura. O MEC enviou para as unidades escolares um encarte (BRASIL, 2008) com questões analisadas e com uma tabela apenas com o percentual de acertos das alternativas, como no modelo da figura seguinte,

Percentual de respostas às alternativas				
A	B	C	D	E
9%	43%	33%	5%	10%

O anexo VII apresenta um cartaz de divulgação dos resultados de uma unidade escolar, uma distribuição percentual de alunos e média posicional nas escalas.

ANEXO VI

DESCRIÇÃO DETALHADA DO CÁLCULO DO IDEB

Fundamentado na nota técnica do INEP disponível em

http://portalideb.inep.gov.br/index.php?option=com_content&task=view&id=4&Itemid=5 (12/03/2010)

O IDEB é o resultado do produto do desempenho escolar pelo rendimento escolar. O desempenho é uma média padronizada da Prova Brasil (ou Saeb) e o rendimento é o inverso do tempo médio de conclusão de uma série.

$$IDEB = N \times P$$

N → Média da proficiência em Língua Portuguesa e Matemática, padronizada para um indicador entre 0 e 10.

P → Indicador de rendimento baseado na taxa de aprovação dos alunos.

P assume valores entre 0 e 1 e N assume valores entre 0 e 10. Deste modo,

$$0 \leq IDEB \leq 10.$$

N é a semi-soma da média padronizada em Língua Portuguesa e em Matemática.

$$N = \frac{n_{port} + n_{mat}}{2},$$

onde n_α é a média padronizada na disciplina α (Português ou Matemática).

A padronização é feita através da fórmula:

$$n_\alpha = \frac{S_\alpha - S_{inf}}{S_{sup} - S_{inf}} \times 10, \text{ onde}$$

S_α → é a média não padronizada da disciplina α (Português ou Matemática);

S_{inf} → limite interior da média de proficiência (em Português ou Matemática) do Saeb em 1997;

S_{sup} → limite superior da média de proficiência (em Português ou Matemática) do Saeb em 1997.

O ano de 1997 foi escolhido por ser o ano no qual a escala do Saeb foi definida. O S_{inf} e o S_{sup} são obtidos tomando a média menos três vezes o desvio padrão e a média mais três vezes o desvio padrão, respectivamente.

Tabela 2 – Limite superior e inferior das proficiências

Série	Matemática		Língua Portuguesa	
	S_{inf}	S_{sup}	S_{inf}	S_{sup}
4ª do EF	60	322	49	324
8ª do EF	100	400	100	400
3ª do EM	111	467	117	451

Fonte: Saeb 1997 – Inep/MEC

> *Esses limites, inferiores e superiores, apresentados na Tabela 2, são usados para calcular todos os Ideb's, ou seja, desde 1997, a partir do SAEB, para o Brasil (rede privada e pública; urbanas e rurais) e para os dados agregados por unidade da federação e, a partir da Prova Brasil de 2005, para municípios (rede municipal e estadual) e para as escolas.* (INEP, 2010f)

Se $S_\alpha < S_{inf}$, usa-se $S_\alpha = S_{inf}$, Para que n_α não seja negativo. Se $S_\alpha > S_{sup}$, usa-se $S_\alpha = S_{sup}$, para que n_α não seja maior do que 10.

O segundo fator usado no cálculo do IDEB é o indicador de rendimento, P, que é calculado pela fórmula:

$$T = \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{p_r} = \frac{n}{P}, \text{ onde}$$

T → tempo médio para conclusão da etapa considerada (4ª série ou 8ª série do ensino fundamental e 3ª série do ensino médio);

p_r → proporção de aprovados em cada uma das séries da etapa considerada. Essa proporção é calculada diretamente do senso escolar;

r → índice que varia de 1 a n;

n → número de séries da etapa considerada.

Notemos que P é o inverso do tempo médio para conclusão de uma série.

Em suma, o IDEB de uma unidade escolar é o produto do desempenho médio desta unidade na Prova Brasil, ou Saeb, pelo tempo médio de conclusão de uma série nesta unidade.

ANEXO VII

Cartaz de Divulgação do Resultado da Prova Brasil de uma Unidade Escolar
Fonte: http://sistemasprovabrasil2.inep.gov.br/ProvaBrasilResultados/home.seam

ProvaBrasil
Avaliação do Rendimento Escolar

2007 Dados da sua escola

IDEB
Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

E.M. OSWALDO TEIXEIRA
RUA MILAO 95
QUINTINO BOCAIUVA
21311430 - RIO DE JANEIRO - RJ

IMPRESSO ESPECIAL
000461/2005-DR/BSB/DF
INEP
CORREIOS

Quantos participaram

	4.ª série do Ensino Fundamental – Alunos participantes	8.ª série do Ensino Fundamental – Alunos participantes
Escolas estaduais do Brasil	772.811	1.246.371
Escolas municipais do Brasil	1.535.355	548.589
Escolas estaduais de seu estado	26.711	49.080
Escolas municipais de seu estado	141.451	59.506
Escolas estaduais de seu município	866	3.174
Escolas municipais de seu município	58.049	32.237
Sua escola	123	93

Indicadores Educacionais - Rede Pública

	Anos iniciais do Ensino Fundamental – Brasil	UF	Município	Escola	Anos finais do Ensino Fundamental – Brasil	UF	Município	Escola
Aprovação	84,6	85,4	93,6	96,3	78,2	76,9	89,1	96,9
Prova Brasil* – Língua Portuguesa	171,40	176,62	178,02	163,47	228,93	230,22	236,09	239,01
Prova Brasil* – Matemática	189,14	192,79	194,10	181,45	240,56	238,14	244,09	245,21
IDEB	4,0	4,1	4,6	4,1	3,5	3,5	4,2	4,6
Média de horas-aula diária	4,4	4,6	4,8	4,5	4,5	4,6	4,6	4,5
Docentes com curso superior	61,6	49,0	62,3	55,6	83,3	94,7	99,6	100,0
Distorção idade-série	24,6	28,1	19,7	23,5	36,9	44,6	39,5	54,2

*Para Brasil e UF, os resultados referem-se ao Saeb.

E.M. OSWALDO TEIXEIRA

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP
Ministério da Educação

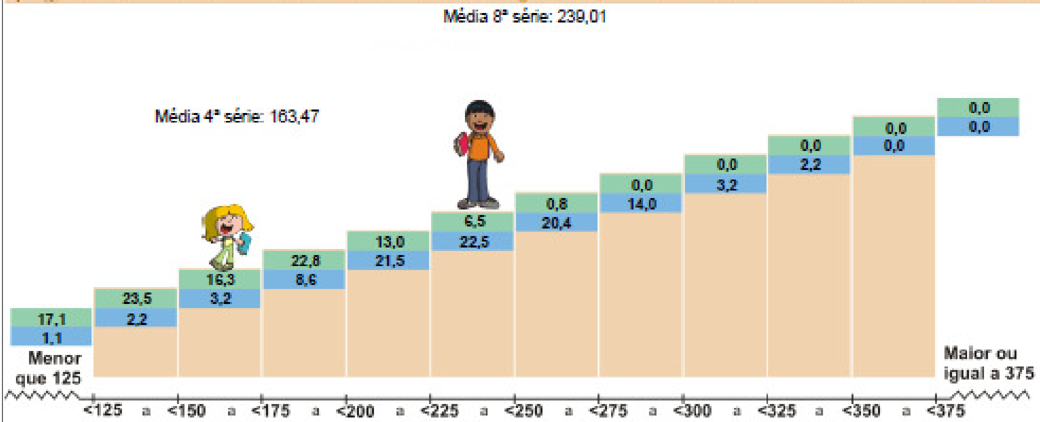
ProvaBrasil Avaliação do Rendimento Escolar

2007 Desempenho da sua escola

IDEB Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

Distribuição percentual de alunos e média posicionada nas escalas

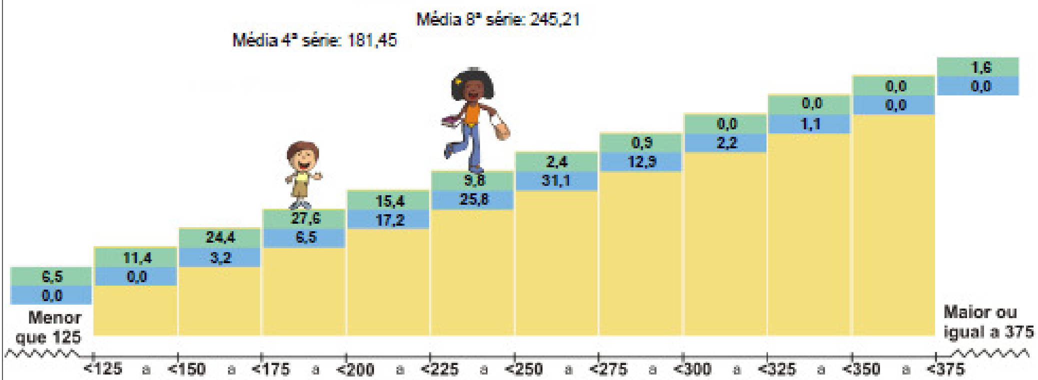
Língua Portuguesa



Médias comparadas

4ª SÉRIE		8ª SÉRIE
	Brasil	
175,96	Escolas estaduais	229,96
172,35	Escolas municipais	226,15
171,40	Total	228,93
	Seu estado	
172,44	Escolas estaduais	223,68
177,09	Escolas municipais	234,19
176,62	Total	230,22
	Seu município	
194,89	Escolas estaduais	221,70
177,01	Escolas municipais	235,12
178,02	Total	236,09
163,47	**Sua escola**	239,01

Matemática



4ª SÉRIE		8ª SÉRIE
	Brasil	
192,95	Escolas estaduais	241,63
190,06	Escolas municipais	237,58
189,14	Total	240,56
	Seu estado	
188,70	Escolas estaduais	231,54
193,18	Escolas municipais	241,59
192,79	Total	238,14
	Seu município	
210,95	Escolas estaduais	231,63
192,93	Escolas municipais	241,85
194,10	Total	244,09
181,45	**Sua escola**	245,21

(33076278) E.M. OSWALDO TEIXEIRA

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP

Ministério da Educação

ANEXO VIII

Distribuição das questões analisadas usado como critério a contextualização e a precisão no significado dos termos usados.

Questão	Contextualizada		Bem formulada	
	Sim	Não	Sim	Não
01		X	X	
02		X	X	
03		X	X	
04		X		X
05		X	X	
06		X	X	
07	X		X	
08		X	X	
09		X	X	
10	X		X	
11		X		X
12	X		X	
13		X	X	
14		X	X	
15		X	X	
16		X	X	
17		X		X
18		X	X	
19	X		X	
20	X			X

Questão	Contextualizada		Bem formulada	
	Sim	Não	Sim	Não
21		X	X	
22	X		X	
23	X		X	
24		X	X	
25		X	X	
26	X		X	
27		X	X	
28	X		X	
29	X		X	
30		X	X	
31		X	X	
32		X		X
33		X		X
34	X			X
35		X	X	
36	X		X	
37	X		X	
Total	13	24	30	7

APÊNDICE I

Ponto de Inflexão da Curva Característica do Modelo Logístico de três Parâmetros

$$P(\theta) = c + (1-c)\frac{1}{1+e^{-a(\theta-b)}} \Leftrightarrow \frac{P(\theta)-c}{1-c} = \frac{1}{1+e^{-a(\theta-b)}}$$

$$P'(\theta) = a(1-c)\frac{e^{-a(\theta-b)}}{(1+e^{-a(\theta-b)})^2}$$

$$P''(\theta) = a(1-c)\left[\frac{-ae^{-a(\theta-b)}.(1+e^{-a(\theta-b)})^2 - e^{-a(\theta-b)}.(2.(1+e^{-a(\theta-b)}).(-ae^{-a(\theta-b)})}{(1+e^{-a(\theta-b)})^4}\right]$$

$$P''(\theta) = a^2(1-c).e^{-a(\theta-b)}.\left[\frac{-(1+e^{-a(\theta-b)})+2.e^{-a(\theta-b)}}{(1+e^{-a(\theta-b)})^3}\right]$$

$$P''(\theta) = a^2(1-c).e^{-a(\theta-b)}.\left[\frac{-1+e^{-a(\theta-b)}}{(1+e^{-a(\theta-b)})^3}\right]$$

$$P''(\theta) = a^2(1-c).\frac{e^{-a(\theta-b)}}{(1+e^{-a(\theta-b)})^2}.\left[\frac{1+e^{-a(\theta-b)}}{1+e^{-a(\theta-b)}} + \frac{-2}{1+e^{-a(\theta-b)}}\right]$$

$$P''(\theta) = a^2(1-c).\frac{e^{-a(\theta-b)}}{(1+e^{-a(\theta-b)})^2}.\left[1 - \frac{2}{1+e^{-a(\theta-b)}}\right]$$

$$P''(\theta) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{2}{1+e^{-a(\theta-b)}} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{1+e^{-a(\theta-b)}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{P(\theta)-c}{1-c} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow P(\theta) = c + \frac{1-c}{2}$$

$$P''(\theta) = 0 \Leftrightarrow P(\theta) = \frac{1+c}{2}$$

O ponto de inflexão de $P(\theta)$ ocorre quando $P(\theta) = \frac{1+c}{2}$.

Note que se c = 0, o ponto de inflexão ocorre quando $P(\theta) = \frac{1}{2}$. Neste caso, estamos diante do modelo logístico de 2 parâmetros.

APÊNDICE II

Equação da Curva de Informação no Modelo Logístico

$$P(\theta) = c + (1-c)\frac{1}{1+e^{-a(\theta-b)}} \Leftrightarrow \frac{P(\theta)-c}{1-c} = \frac{1}{1+e^{-a(\theta-b)}}$$

$$P'(\theta) = a(1-c)\frac{e^{-a(\theta-b)}}{(1+e^{-a(\theta-b)})^2}$$

$$Q(\theta) = 1 - P(\theta) = (1-c)-(1-c)\frac{1}{1+e^{-a(\theta-b)}} = (1-c)\left[1-\frac{1}{1+e^{-a(\theta-b)}}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{Q(\theta)}{1-c} = 1-\frac{1}{1+e^{-a(\theta-b)}} = \frac{e^{-a(\theta-b)}}{1+e^{-a(\theta-b)}}$$

$$\frac{Q(\theta)}{1-c}\cdot\frac{P(\theta)-c}{1-c} = \left(\frac{e^{-a(\theta-b)}}{1+e^{-a(\theta-b)}}\right)\cdot\frac{1}{1+e^{-a(\theta-b)}} = \frac{e^{-a(\theta-b)}}{(1+e^{-a(\theta-b)})^2} = \frac{1}{a(1-c)}\cdot P'(\theta) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P'(\theta) = a(1-c)\cdot\frac{Q(\theta)}{1-c}\cdot\frac{P(\theta)-c}{1-c}$$

$$\frac{[P'(\theta)]^2}{P(\theta)\cdot Q(\theta)} = \frac{1}{P(\theta)\cdot Q(\theta)}\cdot\left[a(1-c)\cdot\frac{Q(\theta)}{1-c}\cdot\frac{P(\theta)-c}{1-c}\right]^2 =$$

$$= \frac{1}{P(\theta)\cdot Q(\theta)}\cdot a^2(1-c)^2\cdot\frac{[Q(\theta)]^2}{(1-c)^2}\cdot\left[\frac{P(\theta)-c}{1-c}\right]^2 =$$

$$= \frac{1}{P(\theta)\cdot Q(\theta)}\cdot a^2(1-c)^2\cdot\frac{[Q(\theta)]^2}{(1-c)^2}\cdot\left[\frac{P(\theta)-c}{1-c}\right]^2 = a^2(1-c)^2\frac{Q(\theta)}{p(\theta)}\left[\frac{P(\theta)-c}{1-c}\right]^2$$

$$\frac{[P'(\theta)]^2}{P(\theta)\cdot Q(\theta)}\cdot = a^2(1-c)^2\frac{Q(\theta)}{p(\theta)}\left[\frac{P(\theta)-c}{1-c}\right]^2$$